# UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE CÁLCULO

Maria Salett Biembengut *
Nelson Hein (FURB/SC)*

## INTRODUÇÃO

O cálculo que, possivelmente, emergiu da tentativa dos nossos grandes mestres em desvendar a relação "Homem versus Universo" contribui hoje, significativamente, em todas as áreas do saber.

Este fato se comprova quando verifica-se o ementário da maioria dos cursos de terceiro grau. O que antes se restringia aos cursos de engenharia, hoje, garante espaço, também, nos cursos das áreas sociais, econômicas e biológicas.

Apesar dessa importância, o ensino não tem correspondido às expectativas. O Cálculo tem sido uma das disciplinas com maior índice de reprovação. Além disso, segundo levantamento realizado junto a engenheiros, contadores e biólogos, obteve-se, por consenso, que o que se aprende de cálculo no terceiro grau não é aplicado na respectiva área de atuação.

Por que esta dissonância ?

Acreditamos que isto ocorra pelo simples fato de que as disciplinas da área matemática, na maior parte dos cursos de uma universidade, é de responsabilidade do Departamento de Matemática. Como conseqüência, o professor de Matemática, na maioria das vezes, não tem conhecimento substancial a respeito da outra área na qual atua, o que, teoricamente, deva ser natural.

Nesse sentido, o desenvolvimento de cada tópico matemático é feito, muitas vezes, sendo negligenciados alguns conceitos fundamentais em detrimento de regras e técnicas que, por certo, em meio ao avanço tecnológico, já são obsoletas.

Outro aspecto a considerar é que certas disciplinas da área de matemática, nos cursos de formação, são tratadas de forma estanque, sem qualquer vínculo umas com as outras.

Por exemplo, o Cálculo Numérico, basicamente, dá um tratamento "discreto" no que o Cálculo Diferencial e Integral faz no "contínuo". Apesar disso, alunos e até professores, em sua maioria, não fazem esta "ponte".

Os professores tanto dos cursos de Cálculo Numérico, quanto de Cálculo Diferencial e Integral, na ânsia de "dar" técnicas, que por certo têm valor histórico

---

* Professor do Departamento de Matemática - FURB - SC

e pitoresco, deixam de lado o conceito, a idéia, o porquê.

Este fato tem mostrado, na prática, que esses futuros profissionais, quando se vêem diante de uma situação-problema onde têm que resolver, analisar, avaliar e decidir sobre um melhor desempenho por um menor custo/tempo, não dispõem de instrumental matemático para isto.

Embora, atualmente, haja no mercado softwares (programas) para a resolução de problemas que envolvam Cálculo Diferencial e Integral e Cálculo Numérico, a ausência de um "treinamento" sobre a arte de modelar, ou seja, representar matematicamente uma situação-problema, dificulta a este profissional fazer uso do material que a informática oferece.

Como conseqüência, a saída para suprir esta lacuna tem sido recorrer a cursos de aperfeiçomento, muitas vezes "enlatados" via treinamento multimídia.

Da parte que nos cabe, deixar que isto continue ocorrendo é negar o nosso papel! É assumir que nós, enquanto professores destas disciplinas, representamos, e mal, durante toda trajetória escolar.

Diante desse quadro, o que fazer? Retirar dos ementários dos cursos de terceiro grau a Matemática, ou procurar meios eficazes, aproveitando o material humano-tecnológico de que dispomos para conduzir os alunos, efetivamente, a atuarem em sua futura profissão, munidos de eficaz instrumento matemático?

Na tentativa de minimizar os efeitos "não positivos" da Matemática nos curso de formação, nos últimos anos, vimos realizando um trabalho nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral e Cálculo Numérico, apoiado no método da Modelação Matemática e fazendo uso de Calculadora Gráfica.

Neste trabalho, apresentamos **Uma Proposta para o Ensino de Cálculo** na primeira fase dos mais diversos cursos de terceiro grau, tais como: engenharias, ciência biológicas, ciências econômicas, etc.

## DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE CÁLCULO

Em boa parte das universidades, o Cálculo Diferencial e Integral se faz presente na maioria dos cursos. "Camuflado" sob diversos nomes, o Cálculo aparece como: Análise Matemática I e II ou Matemática I e II, nos cursos de Ciências Contábeis, Ciências Econômicas e Administração; Cálculo Diferencial e Integral I, II, III, IV para as Engenharias; Matemática Aplicada para a Biologia etc. Enfim, com maior ou menor ênfase, de acordo com o curso em questão, os tópicos: **função, limite, derivada e integral** são inseridos em todo programa.

A responsabilidade das disciplinas de Matemática, nos diversos cursos, em geral, é do Departamento de Matemática.

Outro aspecto verificado é que se "descamisamos" as ementas, encontramos o conteúdo matemático na íntegra, passado dos livros textos de Matemática para os cursos em questão.

Na Universidade Regional de Blumenau, por exemplo, nos cursos de Engenharia, o Cálculo Diferencial e Integral é dividido em quatro semestres: 75 horas-aula em cada um dos três primeiros semestres e 60 horas-aula no quarto, perfazendo um total de 285 horas. Nestes quatro primeiros semestres letivos, são desenvolvidos: **função, limite, derivada, integral, equações diferenciais e séries** $(\Re, \Re^n, V^n, C^n)$.

A partir do terceiro semestre, a disciplina de Cálculo Numérico também é oferecida, cujos tópicos trabalhados são: **teoria dos erros, métodos de resolução de sistemas lineares, métodos de determinação de zeros de funções, interpolação, integração numérica e análise de regressão**.

Em ambas as disciplinas, a ênfase é dada às técnicas e não às aplicações.

No Cálculo Numérico, por sorte, boa parte dos professores chegam a mostrar um ou outro software para a resolução de algum Modelo. Porém, o mesmo não acontece com o curso de Cálculo Diferencial e Integral.

Até porque, há professores que defendem o desenvolvimento das técnicas de Matemática em detrimento dos porquês e aplicações, uma vez que acreditam que nas demais disciplinas do curso em questão, o aluno "necessitará" dessas técnicas para utilização. A experiência, porém, tem nos mostrado que a parte matemática necessária para alguns tópicos do curso não justifica um trabalho penoso de 345 horas, somente de Cálculo Diferencial e Integral e Cálculo Numérico. Sem contar que, como o aluno vê este conteúdo Matemático nos primeiros semestres do Curso e, depois, utiliza-o somente nos últimos, o essencial acaba sendo esquecido.

Frente a isto, estamos propondo uma reestruturação da Matemática nos diversos cursos que dela se utilizam para instrumentação, orientando-nos, a partir de Modelos Matemáticos.

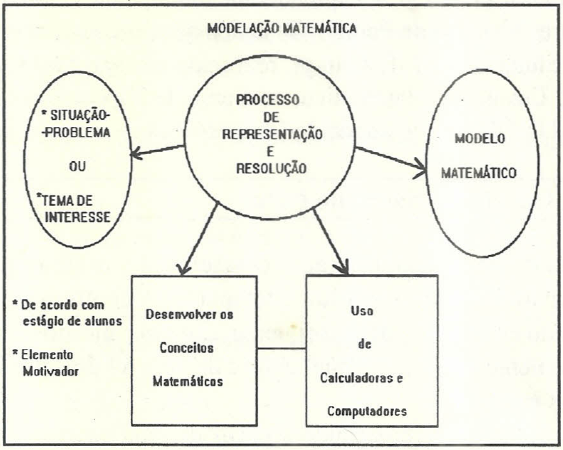
## MODELAÇÃO MATEMÁTICA

Para poder definir quais tópicos de Matemática devam ser abordados, num curso, temos utilizado o **Método da Modelação Matemática**.

Denominamos Modelação Matemática o método de ensino-aprendizagem que utiliza o processo de Modelagem Matemática em cursos regulares.

Modelagem Matemática é a estratégia utilizada para traduzir ou representar uma situação qualquer do "Mundo-Real" por meio de linguagem matemática. Esta representação é denominada Modelo Matemático.

O esquema abaixo dá uma idéia da dinâmica da Modelação Matemática:




Esta dinâmica significa que, qualquer que seja o Curso, procuramos encontrar alguma situação-problema dentro da área em que estamos atuando.

Iniciando com um breve histórico, fazemos constar os dados sobre o tema abordado. Com estes dados, levantamos, juntamente com os alunos, algumas questões relativas ao assunto em foco.

A partir das questões levantadas, selecionamos aquela que nos permite desenvolver o conteúdo programático.

Nesta etapa que denominamos de Processo de Representação e Resolução, desenvolvemos os conceitos matemáticos - definições e propriedades - emergidos do tema. Não damos ênfase a regras e técnicas, apenas breve comentário, utilizando-nos, para isso, de máquinas (calculadoras e/ou computadores).

Na proposta que vamos apresentar abaixo, fazemos uso apenas de calculadoras gráficas e não de computadores. A razão disto é a facilidade de manuseio (boa parte dos alunos pode dispor de uma calculadora gráfica) e o fato de ela atender às necessidades desta primeira etapa do curso.

Uma vez desenvolvido o conteúdo matemático que permite responder à questão levantada sobre o tema, propomos, como exercício, que cada aluno encontre situações análogas de seu interesse, e dê início a elaboração de seus próprios Modelos.

Cabe aqui salientar que desenvolver o conteúdo matemático a partir de um tema de interesse além de motivar os alunos (a Matemática é vista como um quebra-cabeça), faz com que estes aprendam, ainda que incipiente, a difícil arte de modelar. Lembramos que a arte de modelar inclui habilidades como: percepção, criatividade, flexibilidade e poder de decisão. Tais habilidades, embora natas, muitas vezes estão latentes, necessitando, assim, que se propiciem condições para que venham "à tona".

## UM MODELO DIRETOR

Para melhor justificar a seqüência matemática desenvolvida, faremos uso de um tema sobre "Criação de Perus". Os dados que apresentamos foram extraídos do trabalho da aluna Ilca M. F. Ghiggi, realizado em agosto/94, na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática, no Curso de Especialização em Educação Matemática da UNOESC, na cidade de Chapecó/SC.

A. Tema Gerador: **Criação de Perus**

Nas granjas comerciais, logo após o nascimento, os perus machos e fêmeas são alojados separadamente. Com luz e temperatura controladas e espaço físico definido de acordo com etapas de crescimento, fêmeas e machos permanecem neste aviário até o momento de abate, o qual ocorre de 70 a 84 dias para as fêmeas e até 160 dias para os machos.

O período de abate é definido a partir de uma análise da relação entre o consumo de ração e o ganho de massa.

A tabela abaixo apresenta o aumento de massa (g) em função do consumo de ração (g) nas 20 primeiras semanas.

| Idade | Machos | Fêmeas | Cons/machos | Cons/fêmeas |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 122 | 107 | 106 | 104 |
| 2 | 254 | 222 | 251 | 230 |
| 3 | 474 | 423 | 370 | 340 |
| 4 | 751 | 665 | 591 | 470 |
| 5 | 1148 | 971 | 811 | 700 |
| 6 | 1760 | 1466 | 1076 | 922 |
| 7 | 2509 | 2079 | 1353 | 1146 |
| 8 | 3454 | 2745 | 1435 | 1270 |
| 9 | 4231 | 3495 | 1654 | 1396 |
| 10 | 5160 | 4194 | 1876 | 1568 |
| 11 | 6083 | 4870 | 2093 | 1710 |
| 12 | 6998 | 5519 | 2247 | 1957 |
| 13 | 7906 | 6141 | 2339 | 1969 |
| 14 | 8805 | 6732 | 2440 | 2093 |
| 15 | 9695 | 7290 | 2603 | 2115 |
| 16 | 10574 | 7813 | 2774 | 2165 |
| 17 | 11444 | 8299 | 2737 | 2160 |
| 18 | 12302 | 8744 | 2995 | 2180 |
| 19 | 13148 | | 3010 | |
| 20 | 13982 | | 3100 | |

Frente aos dados apresentados, algumas questões que podem ser levantadas, tais como:

**(1) Por que o abate das fêmeas é feito por volta dos 77 dias (11 semanas) e os machos, 160 dias (23 semanas)?**

**(2) Qual seria a vantagem ou desvantagem em prorrogar o tempo de abate?**

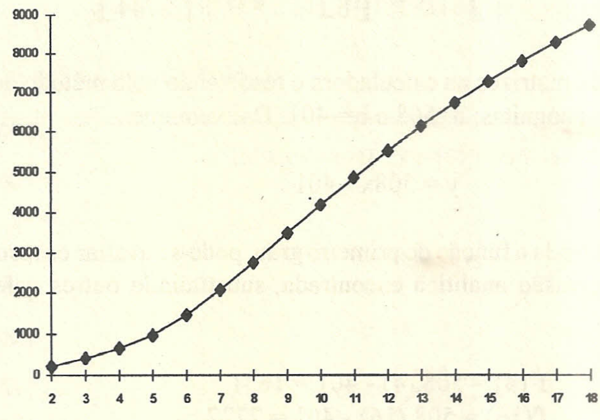
**3) Qual a relação entre o consumo de ração e ganho de massa nas primeiras semanas?**

## B. Processo de Representação e Resolução

B.1. Elaboração do Modelo

A questão (1) acima nos permite conceituar **Função, definindo função real de uma variável real: domínio, imagem e representação gráfica.**

Utilizando, como exemplo, os dados da tabela que relacionam tempo e ganho de massa das fêmeas, façamos uma representação gráfica.:




Como neste modelo é conhecido apenas um conjunto finito e discreto de pontos de um intervalo e não dispomos de sua forma analítica, podemos substituí-la por outra função que seja uma aproximação da realidade. Esta função pode ser **Polinomial ou Transcendente.**

Para encontrar a forma analítica, passamos a trabalhar com a **Interpolação,** iniciando por Interpolação Linear, depois Quadrática e assim, sucessivamente.

Podemos supor, pelos dados do gráfico, que uma reta representa, razoavelmente bem, o comportamento dos mesmos.

Daí tomando somente o primeiro (1, 107) e o último (18, 8744) pontos da tabela, que chamaremos de $P_1 = (1;107)$ e $P_2 = (18;8744)$, podemos determinar uma função polinomial de grau 1.

Considerando uma reta r que passa por $P_1$ e por $P_2$, e lembrando que uma reta é dada pela função y=ax+b (função de primeiro grau), podemos escrever que:

$$ax_1+b = y_1$$
$$ax_2+b = y_2$$

Substituíndo as coordenadas dos pontos, visto que P=(x,y), formamos o sistema linear

$$a(1) + b = 107$$
$$a(18) + b = 8744$$

A resolução pode ser feita de várias maneiras, utilizaremos o método da matriz inversa, por estarmos fazendo uso de uma calculadora, particularmente, a calculadora TI-82 (Texas Instruments).

Sejam: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 107 \\ 8744 \end{bmatrix}$

Editando as três matrizes na calculadora e resolvendo pelo método descrito, obtemos o valor das incógnitas: a=508 e b=-401. Daí vem que:

$$y = 508x - 401$$

Uma vez encontrada a função de primeiro grau, pode-se avaliar os resultados, ou a validade da expressão analítica encontrada, substituindo outros valores da tabela.

Por exemplo: $f'(4) = 508.(4) - 401 = 1631$
$f(16) = 508.(16) - 401 = 7727$

Ao substituir os valores, verifica-se uma diferença significativa, por exemplo, na tabela: f(4) = 665 e f(16) = 7813. Isto mostra, que existe um **Erro** significativo entre o valor real e a função aproximada.

Sempre que se faz uma aproximação de valores, estamos comentendo um erro, com maior ou menor grau. Cabe aqui inserir a **Teoria dos Erros**, tópico necessário para avaliar os resultados.

Após desenvolver Interpolação Linear, passa-se para Interpolação Quadrática, chegando a generalizar a Interpolação Polinomial de grau n, quando no uso de (n+1) pontos. A Teoria dos Erros deve reaparecer a cada tópico desenvolvido como instrumento de avaliação dos resultados obtidos.

Exemplo: Usando 5 pontos da tabela, ($P_1$, $P_5$, $P_9$, $P_{13}$, $P_{17}$) teremos um sistema linear de ordem 5 para resolver, que resultará numa função polinomial de quarto grau:

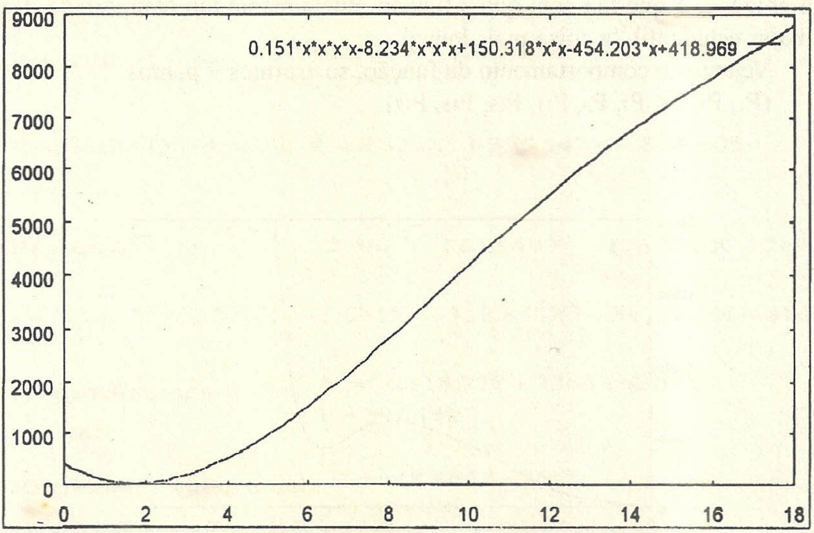
Substituindo as coordenadas dos pontos selecionados, teremos o seguinte sistema escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 \\ 28561 & 2197 & 169 & 13 & 1 \\ 83521 & 4913 & 289 & 17 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 107 \\ 971 \\ 3495 \\ 6141 \\ 8299 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema, pela calculadora, teremos os seguintes resultados: a = 0.151; b = -8.234; c = 150.318; d = -454.203; e = 418.969, resultando a seguinte função:

$$y = 0.151x^4 - 8.234x^3 + 150.318x^2 - 454.203x + 418.$$

A função é assim graficada

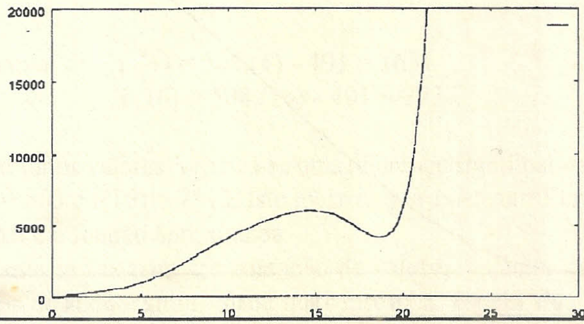


| Ponto | Tabela | Função | Erro Absoluto |
|---|---|---|---|
| 1 | 107 | 107 | 0 |
| 3 | 423 | 199 | 224 |
| 5 | 971 | 971 | 0 |
| 7 | 2079 | 2143 | 64 |
| 9 | 3495 | 3495 | 0 |
| 11 | 4870 | 4862 | 8 |
| 13 | 6141 | 6140 | 1 |
| 15 | 7290 | 7282 | 8 |
| 17 | 8299 | 8297 | 2 |

Lembrando que os pontos 1, 5, 9, 13 e 17 da tabela, foram os pontos utilizados na obtenção da função. Assim, era de se esperar que a mesma passasse por eles, fato que nem sempre ocorre na prática devido a erros de truncamento cometidos durante os cálculos. Outro fato importante a ser salientado é que o erro é maior referente aos dados das primeiras semanas de vida dos perus, ficando quase desprezível a partir da sétima semana.

Poderíamos usar um número maior de pontos, no intuito de tornar a função mais próxima dos dados reais, porém, isso nem sempre ajuda a minimizar o erro. A cada ponto incluído na construção da função, o grau da mesma fica acrescido em uma unidade, o que faz com que a função, inicialmente tão comportada, fique no linguajar estudantil "a coisa mais louca"

Vejamos o comportamento da função, se usarmos 9 pontos.
($P_1$, $P_3$, $P_5$, $P_7$, $P_9$, $P_{11}$, $P_{13}$, $P_{15}$, $P_{17}$)



Valores negativos não foram definidos no gráfico por possuirem significado prático (x: tempo negativo; y). Pela observação do mesmo, fica claro o motivo pelo qual não se deve usar a interpolação para fazer previsões a respeito de determinada situação.

Para fazer previsões, existe outro recurso matemático, o qual é estudado no Cálculo Numérico, que é o **Ajuste de Curvas**, também costumeiramente denominado pela estatística de **Análise de Regressão.**

Como a determinação de expressões que nos permitam fazer regressões depende de estudos da derivada parcial, faremos uma abordagem apenas com a ajuda da calculadora. A abordagem da determinação das expressões será feita em outro instante, quando o conceito de derivada já estiver dominado.

Criar uma função que se ajusta a uma "nuvem" de dados significa construir uma expressão matemática que revele as tendências do grupo todo. O ajuste de curva mostra-se, assim, muito melhor no nosso caso. Agora poderemos construir com o nosso conjunto de 18 pontos uma reta, uma parábola, uma curva cúbica, uma curva exponencial, uma curva logarítmica etc, optando-se no final por aquela que nos fornecer o melhor coeficiente de correlação.

Regressão: informa COMO as variáveis se relacionam;

Correlação: informa QUANTO as variáveis se relacionam.

Mas como construir uma reta com 18 pontos, sabendo que este pontos não estão alinhados (colineares)?

A construção das curvas de regressão se fará de modo que os desvios entre os valores reais (Y) e os valores estimados (Û) sejam os menores possíveis. Porém quando o assunto é minimizar, precisamos falar da Derivada, assunto que abordaremos posteriormente.

Usando a calculadora, obtemos os seguintes resultados:

**(1) Regressão Linear:** $\hat{Y} = 563.237X - 1363.254$
$r = 99.27\%$

**(2) Regressão Quadrática:** $\hat{Y} = 8.821X^2 + 395.642X - 804.603$

**(3) Regressão Cúbica:** $\hat{Y} = -2.566X^3 + 81.949X^2 - 175.272X + 219.193$

**(4) IV Grau:** $\hat{Y} = 0.078X^4 - 5.531X^3 + 118.853X^2 - 341.300X + 414.869$

**(5) Regressão Logarítmica:** $\hat{Y} = -2818.777 + 3366.162 \ln X$
$r = 89.11\%$

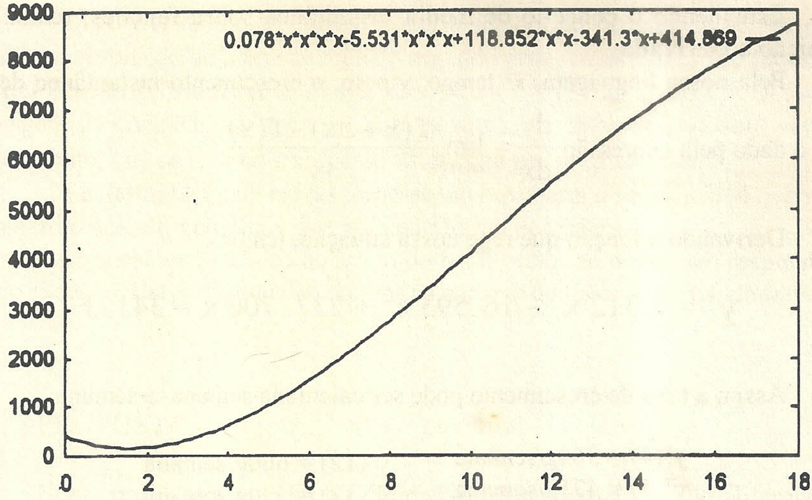
**(6) Regressão Exponencial:** $\hat{Y} = 248.465 * 1.265^X$
$r = 93.62\%$

Pelos resultados acima verificamos que as regressões polinomiais nos fornecerão ajustes mais próximos da realidade, visto que, tanto no ajuste logarítmico e exponencial, o coeficiente de correlação foi muito baixo. Assim, fazendo um acompanhamento dos ajustes polinomiais, obtemos a tabela abaixo:

| Idade | Peso | reglin | erro | regqua | erro | regcub | erro | regquar | erro |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 107 | -800 | 907 | -400 | 507 | 123 | 16 | 187 | 80 |
| 2 | 222 | -236 | 458 | 22 | 200 | 176 | 46 | 165 | 57 |
| 3 | 423 | 326 | 97 | 461 | 38 | 362 | 61 | 318 | 105 |
| 4 | 665 | 890 | 225 | 918 | 253 | 665 | 0 | 617 | 48 |
| 5 | 971 | 1453 | 482 | 1393 | 422 | 1071 | 100 | 1037 | 66 |
| 6 | 1466 | 2016 | 550 | 1886 | 420 | 1563 | 97 | 1552 | 86 |
| 7 | 2079 | 2579 | 500 | 2396 | 317 | 2128 | 49 | 2140 | 61 |
| 8 | 2745 | 3143 | 398 | 2923 | 178 | 2748 | 3 | 2779 | 34 |
| 9 | 3495 | 3706 | 211 | 3469 | 26 | 3409 | 86 | 3450 | 45 |
| 10 | 4194 | 4269 | 75 | 4032 | 162 | 4095 | 99 | 4136 | 58 |
| 11 | 4870 | 4832 | 38 | 4613 | 257 | 4792 | 78 | 4822 | 48 |
| 12 | 5519 | 5396 | 123 | 5211 | 308 | 5483 | 36 | 5494 | 25 |
| 13 | 6141 | 5959 | 182 | 5827 | 314 | 6153 | 12 | 6140 | 1 |
| 14 | 6732 | 6522 | 210 | 6461 | 271 | 6786 | 54 | 6751 | 19 |
| 15 | 7290 | 7085 | 205 | 7112 | 178 | 7368 | 78 | 7319 | 29 |
| 16 | 7813 | 7649 | 164 | 7781 | 32 | 7883 | 70 | 7837 | 24 |
| 17 | 8299 | 8212 | 87 | 8468 | 169 | 8316 | 17 | 8302 | 3 |
| 18 | 8744 | 8775 | 31 | 9172 | 428 | 8651 | 93 | 8711 | 33 |

B.2. APLICAÇÃO

Nitidamente o melhor ajuste é feito pela curva de regressão de quarto grau, cujo gráfico apresentamos abaixo:




Pelo gráfico acima, vemos que a velocidade de crescimento dos perus depende da idade. Assim, devido a seu lento crescimento até a terceira semana, o ajuste efetuado chega a apresentar, teoricamente, uma perda de peso que em casos normais não ocorre na prática. Desse modo, para que o modelo não perca seu brilho, considerá-lo-emos apenas a partir da quarta semana.

A taxa de crescimento dos perus semana a semana pode ser determinada pelo cálculo da média.

$$\text{Média} = \frac{p_{i+1} - p_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Em outras palavras, é quociente entre a diferença de peso entre uma semana e outra, pela diferença de tempo (uma semana). Porém, os perus não pulam de peso de uma semana para outra, mas sim dia a dia, hora a hora, segundo-a-segundo. É claro que num período de um segundo, o perú cresce muito pouco, mas cresce.

Quando falamos de variações muito pequenas, ou seja, muito próximas de zero, o conceito de média se transforma em média instantânea. Esta passagem para variações muito pequenas, obriga-nos a falarmos de **Limite**. É ele a nossa ferramenta que nos possibilita diminuir o espaço de tempo o quanto nossa imaginação permitir.

$$\text{Média Instantânea} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

A nossa imaginação pode até diminuir o espaço de tempo para dimensões milionésimas, porém **quanto um peru cresce neste período**? Não temos valores, porém temos a lei que rege a nossa situação.

Estendendo o conceito de média instantânea sobre funções, temos por definição a **Derivada**.

Pela nossa linguagem, x: tempo, y:peso, o crescimento instantâneo de um peru é dado pela expressão: $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Derivando a função que rege nossa situação, temos:

$$y' = 0.312\,x^3 - 16.593\,x^2 + 237.706\,x - 341.3$$

Assim a taxa de crescimento pode ser calculada semana-a-semana:

y'(4) = 364g/semana
y'(5) = 471g/semana
y'(6) = 555g/semana
y'(7) = 617g/semana
y'(8) = 658g/semana
y'(9) = 681g/semana
y'(10) = 688g/semana
y'(11) = 681g/semana

y'(12) = 660g/semana
y'(13) = 630g/semana
y'(14) = 590g/semana
y'(15) = 544g/semana
y'(16) = 492g/semana
y'(17) = 437g/semana
y'(18) = 381g/semana

Com isso fica justificado o motivo do abate dos perus na décima primeira semana, pois o ganho de peso semanal cresce até a décima semana (688g/semana), decaindo a partir da décima primeira (681g/semana). Após esta idade, o peru irá crescer, porém não mais no mesmo ritmo. Assim, a ração que este perú iria consumir nas próximas semanas pode ser aproveitada na criação de um novo grupo.

Esse resultado também poderia ser obtido mediante o uso da **Derivada Segunda**, ou seja, a derivada da derivada. O conceito da derivada segunda está intimamente ligado ao conceito, à idéia de concavidade, ou seja, quando a derivada segunda é positiva, temos que a concavidade da função é voltada para cima; caso seja negativa, temos a concavidade voltada para baixo.

Determinando a derivada da função ajustada, temos:

$$y'' = 0.936x^2 - 33.186x + 237.70$$

Fazendo a verificação:

y''(9) = 15
y''(10) = -0.5
y''(11) = -15
y''(12) = -25

O resultado correto poderia ser obtido fazendo-se y''=0, o que resulta na resolução de uma equação de segundo grau, cujas raizes são facilmente obtidas usando a fórmula de Báscara: x' = 10 e x'' = 25; como em x = 10 temos a passagem da concavidade negativa para positiva, escolhemos esta data portanto para o abate, que se fará no transcurso da décima primeira semana.

A determinação de **raízes** torna-se um novo item a ser estudado por várias técnicas do cálculo numérico, que aqui não foram necessárias.

As questões lançadas no início do texto estão, ao nosso ver, respondidas, sendo exceção a terceira, que deixaremos ao encargo do leitor na forma de exercício.

## PROPOSTA

Nossa proposta é integrar o Cálculo Numérico com o Cálculo Diferencial e Integral, usando a calculadora gráfica durante todo o processo.

O método da Modelação Matemática facilita a condução do conteúdo programático.

Desta forma, o programa de **Cálculo** é desenvolvido em duas etapas que denominamos **formulação** e **análise**.

**(a) Formulação:** Levantadas algumas questões referentes ao tema gerador, passa-se a "percorrer os caminhos" para se chegar à sentença matemática que melhor representa os dados da situação real. Nessa etapa, desenvolve-se:

(1) FUNÇÃO
Definição
Domínio e Imagem
Gráficos
Funções Elementares e Transcendentes

(2) INTERPOLAÇÃO *
Interpolação Polinomial de grau n
Matrizes
Sistemas Lineares

*** Aqui se insere a calculadora.**

(3) TEORIA DOS ERROS
**Obs.**: A Teoria dos Erros deve estar inserida a cada tópico do programa. A cada resultado obtido, deve ser avaliado e verificado a veracidade ou não.

(4) AJUSTE DE CURVAS

Regressão: Linear, Quadrática, Cúbica, Quarto Grau, Exponencial Logarítmica, Coeficiente de Correlação.

**(b) Análise:** Para interpretar expressões analíticas, de acordo com os dados reais, passa-se para:

(5) LIMITES

Definição
Propriedades

(6) DERIVADA

Definição
Propriedades
Crescimento e Decrescimento
Pontos Críticos
Raízes
- Método da Bissecção
- Método de Newton

(7) INTEGRAL

Definição
Propriedades
Regra dos Trapézios
Regra de Simpson (Primeira)

O ganho de tempo, que na nossa experiência chega a 45 horas-aula, pode ser utilizado na orientação de elaboração de modelos que cada aluno deve resolver como exercício.

Este "enxugar" permite que esta proposta seja desenvolvida em 105 horas-aula. Na atual situação, em nossa universidade as disciplinas são ministradas em 150 horas-aula, na forma: Cálculo Diferencial I = 90 horas-aula e Cálculo Numérico = 60 horas-aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta que apresentamos é resultado de um trabalho que vimos desenvolvendo nos últimos cinco anos em cursos de Engenharia, Ciências Econômicas, Ciências Biológicas, etc.

A Matemática que desenvolvemos nesses cursos tem um caráter único de valor como "ferramenta" para o futuro profissional. Daí dispensamos muitas técnicas e "carroções de expressões" em detrimento dos conceitos e propriedades fundamentais.

Além disso, quando os alunos passam a ver a aplicabilidade da Matemática em assunto que diz respeito à sua área de futura atuação, desenvolve um certo interesse pela disciplina.

No exemplo que utilizamos acima, não foi possível desenvolver todo o conteúdo do ementário. A escolha do exemplo foi proposital, apenas para salientar que não é necessário um tema tão abrangente. Pode-se escolher quantos temas geradores forem necessários. O importante é que uma vez levantadas questões, alunos e professor procurem por contéudos matemáticos que permitam responder e, posteriormente avaliar os resultados encontrados.

## BIBLIOGRAFIA


AGUIAR. Alberto F. A. e outros. Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas. São Paulo, Editora Habra Ltda., 1988.

BARROSO. Leônidas C. e outros. Cálculo Numérico - Com Aplicações. 2ed. São Paulo, Editora Habra Ltda., 1987.

BATCHELET, Edward. Introdução à matemática para Biocentistas. São Paulo, Editora da USP, 1978.

Instruments Instructional Communications. TI-82 Graphics Calculator Guidebook. Dallas - EUA, 1988.