A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: práticas de sala de aula e de formação de professores

Reginaldo Fernando Carneiro
Antonio Carlos de Souza
Luciane de Fatima Bertini
Organizadores

Biblioteca do Educador
Coleção SBEM
Volume 11

Sociedade Barasileira de Educação Matemática

A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: PRÁTICAS DE SALA DE AULA E DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Reginaldo Fernando Carneiro
Antonio Carlos de Souza
Luciane de Fatima Bertini
Organizadores

2018

Sociedade Brasileira de Educação Matemátca

Organização
Reginaldo Fernando Carneiro / Antonio Carlos de Souza / Luciane de Fatima Bertini

Projeto Gráfico e Editoração
Templo Gráfica e Editora

Revisão
Márcia Aparecida Mariano da Silva Pina

Ilustração
pixabay.com/pt/fractal-abstract-red-branco-542155/

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental [livro eletrônico] : práticas de sala de aula e de formação de professores / organização Reginaldo Fernando Carneiro, Antonio Carlos de Souza, Luciane de Fatima Bertini. -- Brasília, DF : SBEM, 2018. -- (Coleção SBEM ; 11) 5 Mb ; PDF

ISBN 978-85-98092-52-2

1. Alfabetização matemática 2. Educação matemática 3. Ensino fundamental 4. Matemática - Estudo e ensino 5. Prática de ensino 6. Professores - Formação profissional I. Carneiro, Reginaldo Fernando. II. Souza, Antonio Carlos de. III. Bertini, Luciane de Fatima. IV. Série.

18-17609 CDD-370.71

Índices para catálogo sistemático:
1. Professores de matemática : Prática de ensino : Formação profissional 370.71
Maria Alice Ferreira - Bibliotecária - CRB-8/9427

Sumário

Sobre os Organizadores

ANTONIO CARLOS DE SOUZA. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Vice-líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Estatística e Matemática – GEPEEM. Pesquisador do Grupo de Estudos e Pesquisas Outros Olhares para a Matemática e do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática. Foi professor da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio e EJA). Atualmente é Professor do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG-UNESP). E-mail: ac.souza@unesp.br

LUCIANE DE FATIMA BERTINI. Licenciada em Matemática e Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos. Docente do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal de São Paulo – campus Diadema e do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da mesma universidade. É membro do GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática. E-mail: lfbertini@gmail.com

REGINALDO FERNANDO CARNEIRO. Doutor em Educação e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. Professor da Faculdade de Educação e dos Programas de Pós-Graduação em Educação e Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF. Coordenador do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GREPEM – da UFJF. E-mail: reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br

Sobre os Autores

ANEMARI ROESLER LUERSEN VIEIRA LOPES. Pós-Doutora e Doutora em Educação (USP). Mestre em Educação Matemática (UNESP/RC). Licenciada em Matemática (UNIJUI). Docente da área de Educação Matemática do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Educação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), atuando nos cursos de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia; no Programa de Pós-Graduação em Educação e no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Tem experiência na área de Educação, de Educação Matemática e de formação de professores que ensinam matemática. Líder do GEPEMat/UFSM e participante do GEPAPe/USP. E-mail: anemari.lopes@gmail.com

BRENDA LEME DA SILVA MENGALI. É licenciada em História, Matemática e Pedagogia. Tem mestrado em Educação pelo Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu da Universidade São Francisco – Itatiba/SP. Atua como docente dos anos iniciais da SEE/DF. E-mail: brendamengali@gmail.com

CELI ESPASANDIN LOPES. Graduada em Matemática pela Universidade de Taubaté e em Pedagogia pela Faculdade de Guaratinguetá. Mestre e Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da UNICAMP. Pós-Doutorado em Educação Matemática na University of Georgia. Professora Visitante na Miami University (2015- 2016). Professora Titular do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Docente do Programa de Mestrado em Educação da Universidade Cidade de São Paulo. Coordenadora do CEPEME e Líder do GEPEEM. Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq – Nível 2 – Educação. Pesquisadora nas áreas de Educação Matemática e Educação Estatística. E-mail: celi.espasandin.lopes@gmail.com

FABIANA FIOREZI DE MARCO. Pós-Doutora em Educação (USP). Doutora e Mestre em Educação Matemática (UNICAMP). Licenciada em Matemática (UNIFRAN). Docente da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), atuando nos cursos de Licenciatura em Matemática; no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED/UFU) e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UFU). Tem experiência na área de Educação, de Educação Matemática e de formação de professores que ensinam matemática. Líder do GEPEMAPe/UFU e participante do GEPAPe/USP e do GEPEDI/UFU. E-mail: fabiana.marco@ufu.br

JERSON SANDRO SANTOS DE SOUZA. É licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas (2013) e mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela mesma instituição. Dedica-se ao estudo dos processos de ensino-aprendizagem de conceitos em Ciências e Matemática. Atua como professor de Matemática do ensino básico. E-mail: jersoncobain@gmail.com

LEANDRO DE OLIVEIRA SOUZA. É doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2013). Atualmente é professor da Universidade Federal de Uberlândia (UFU/ICENP), e orienta no programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (UFU). Participa de grupos de pesquisa produzindo na área de ensino de probabilidade e estatística, tecnologia, educação matemática e formação de professores de Matemática. E-mail: olilean@gmail.com

LIANE TERESINHA WENDLING ROOS. Doutora em Educação (UNIMEP). Mestre em Educação nas Ciências (UNIJUI). Licenciada em Matemática (UFSM). Docente da Área de Educação Matemática do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Educação da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, atuando nos cursos de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia e no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física/PPGEM&EF/UFSM. Tem experiência na área de Educação, de Educação Matemática e de formação de professores que ensinam matemática. Líder do GEPEMat/UFSM. E-mail: liane.w.roos@gmail.com

LUCIANE MANERA MAGALHÃES. Doutora em Linguística Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas-SP. Professora Associada da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG. Líder do Grupo de Pesquisa ALFABETIZE/FACED/UFJF. Coordenadora Geral do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa-Polo Juiz de Fora (2012-2016). Linhas de Pesquisa: formação inicial e continuada de professores alfabetizadores. E-mail: lucianemanera@gmail.com

LUZINETE DE OLIVEIRA MENDONÇA. Licenciada em Matemática (UNIFIEO-1999). Possui aperfeiçoamento em Estatística (USP-2006), especialização em Educação Matemática (Faculdades Oswaldo Cruz-2007), mestrado e doutorado em Ensino de Ciências e Matemática (Universidade Cruzeiro do Sul – 2008-2015). Atuou como Professora na rede Estadual de São Paulo de 2001 a 2012, na UNIP Interativa de 2010 a 2012 e na Universidade de Sorocaba - UNISO, de 2010 até 2014, em cursos de pós-graduação. Realizou estágio de pós-doutorado na Universidade Estadual de Londrina - UEL durante o ano de 2015 e na Universidade Cruzeiro do Sul, em 2017. Tem elaborado de material didático para cursos de formação de professores e para editoras nacionais para o PNLD e PNLEM e ministra cursos de formação de professores da Educação Básica. E-mail: luza.oliveira7@gmail.com

LURDES SERRAZINA. Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Londres (UK) (1998), mestre em Educação Matemática pela Universidade de Boston (USA) (1984) e licenciada em Matemática pela Universidade de Lisboa (1972). É membro integrado da Unidade de Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Foi professora coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa (IPL), Presidente do seu Conselho Científico (2002-2004) e Presidente do seu Conselho Diretivo (2004-2009). A sua investigação atual é na área do ensino e aprendizagem da matemática nos primeiros anos, nomeadamente na área dos números e operações e da geometria e medida e do conhecimento profissional dos professores. Coordenou o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º ciclo (2005-2011), co-coordenou a equipa que elaborou o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007). E-mail: lurdess@eselx.ipl.pt

MARGARIDA RODRIGUES. É professora coordenadora da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa, onde desempenha presentemente o cargo de Presidente do Departamento de Educação em Matemática, Ciências e Tecnologia. Obteve o doutoramento no ramo de Educação, especialidade de Didática da

Matemática, em 2009. É membro integrado da Unidade de Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Trabalha desde 1999 na formação contínua de professores no campo da utilização educativa das Tecnologias e Informação e Comunicação e da Didática da Matemática. A experiência na formação inicial de docentes remonta a 2001. Foi formadora do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º ciclos e coordenou a equipa da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa em 2010/11. E-mail: margaridar@eselx.ipl.pt

MERCEDES CARVALHO. Doutora em Educação Matemática e Mestre em Currículo pela PUC-SP. Professora Adjunta da Universidade Federal de Alagoas. Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GPEM. E-mail: mbettacs@uol.com.br

ROSA MONTEIRO PAULO. Possui graduação em Ciências com Habilitação Plena em Matemática. É mestre e doutora em Educação Matemática. Pesquisadora e vice coordenadora do Grupo de Pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática. Atualmente é Professora do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG-UNESP), professora e orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP em Rio Claro. E-mail: rosa.paulo@unesp.br

SIMONE RIBEIRO. Docente de educação básica no Colégio de Aplicação João XXIII da Universidade Federal de Juiz de Fora onde atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Possui graduação em Pedagogia (1991) e Mestrado em Educação (1998) pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro e doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (2012). Atualmente desenvolve projetos de pesquisa e extensão nos seguintes temas: educação e territorialidade, conhecimentos tradicionais, currículo e cotidiano escolar. E-mail: simonerib@gmail.com

WALLACE ALVES CABRAL. Mestre e doutorando em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Licenciado em Química pela UFJF. Professor do Departamento de Ciências Naturais da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Líder do Grupo de Pesquisa GEPLEC. E-mail: wallaceacabral@gmail.com

Apresentação

A formação do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental ocorre em cursos de Licenciatura em Pedagogia e, em algumas instituições, ainda existe essa formação em nível médio. Esse professor ministra todas as disciplinas curriculares, dentre elas a matemática. Contudo, nem sempre esse profissional tem ou teve, durante sua escolarização, uma boa relação com a disciplina de matemática e, muitas vezes, ele busca o curso de Pedagogia de nível superior para não ter mais que estudar os conteúdos matemáticos, mas se depara com ela novamente em seu curso de Licenciatura.

Esta obra apresenta discussões sobre a matemática ensinada nos anos iniciais a partir de diferentes perspectivas teóricas e metodológicas que evidenciam que, para ensinar os conteúdos matemáticos, não é preciso fazer nenhuma mágica, pois é possível romper com a visão de matemática como reprodução e memorização de fórmulas, procedimentos e algoritmos com ações bem planejadas pelo professor. As discussões propostas neste livro buscam promover reflexões para os professores e futuros professores que ensinam matemática, bem como para formadores de professores, visto que os capítulos trazem temas atuais da formação de professores e da Educação Matemática e abordam diferentes perspectivas metodológicas para o ensino de matemática e também práticas de formação de professores para esse nível de ensino.

Nessa perspectiva, os autores dos capítulos são professores da Educação Básica e pesquisadores nacionais e internacionais e, assim, o livro apresenta tanto resultados de pesquisas quanto relatos de experiências de professores. Para tanto, esta obra é composta por nove capítulos que estão divididos em duas seções em que eles, embora façam parte de uma ou de outra seção, apresentam algumas intersecções.

A primeira seção, intitulada “A sala de aula de matemática dos anos iniciais”, é constituída por seis capítulos. Os quatro primeiros capítulos trazem discussões sobre o ensino de matemática a partir de perspectivas teórico-metodológicas como a resolução de problemas, a literatura infantil, as tecnologias e a investigação matemática, abordando diferentes conceitos e conteúdos. Os dois últimos capítulos enfatizam reflexões sobre os conceitos e conteúdos de matemática, sendo que o primeiro traz reflexões sobre a geometria e o seguinte sobre a estocástica.

O primeiro capítulo dessa seção, de Brenda Leme da Silva Mengali, é intitulado “A resolução de problemas criando espaço para produção de saberes nas aulas de matemática dos anos iniciais” e tem como objetivo contribuir para a formação dos professores e dos futuros professores que buscam refletir sobre o ensino da matemática nos anos iniciais compreendendo o aluno como um participante ativo na produção de saberes.

“Alfabetização matemática: literatura e geometria integradas em uma experiência lúdica” é o texto de Simone Ribeiro que discute uma experiência desenvolvida no Colégio de Aplicação João XXIII, em Juiz de Fora, Minas Gerais, na perspectiva da alfabetização matemática. São abordados os conteúdos de geometria articulados a uma discussão sobre o consumo consciente a partir de um livro de literatura.

O artigo de Leandro de Oliveira Souza e Jerson Sandro Santos de Souza, intitulado “O desenvolvimento do pensamento funcional nos anos iniciais: algumas atividades para serem exploradas a partir do estudo de sequências”, discute o desenvolvimento do pensamento funcional que deveria ser trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. O objetivo do texto é tecer alguns comentários e propor algumas atividades que favoreçam o desenvolvimento desse pensamento, atentando para as orientações veiculadas pela Base Nacional Comum Curricular acerca do ensino de Matemática, em especial de Álgebra, nessa fase de escolarização.

Refletir sobre algumas tarefas relacionadas à utilização da literatura infantil nas aulas de matemática que podem ser utilizadas nos anos finais da Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental é o objetivo do texto “A investigação matemática nos anos iniciais da Educação Básica: possibilidades com a literatura infantil”, de Antonio Carlos de Souza e Rosa Monteiro Paulo.

O capítulo de Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Fabiana Fiorezi de Marco e Liane Teresinha Wendling Roos, intitulado “Do espaço e das formas ao ensino de geometria nos anos iniciais”, propõe algumas questões que são discutidas no texto: como, atualmente, o ensino de geometria tem seu início a partir da geometria plana? Se o professor, intencionalmente, elaborasse situações desencadeadoras de aprendizagem partindo dos conceitos matemáticos abordados e não simplesmente de nomenclaturas, regras e fórmulas aplicadas de modo mecânico, poderia oferecer um melhor ensino aos seus alunos? Tais questões dão início às reflexões das autoras.

O último capítulo dessa seção, cujo título é “A estocástica: ensino e aprendizagem na infância”, é de autoria de Celi Espasandin Lopes e Luzinete de Oliveira Mendonça. As autoras têm como objetivo promover um diálogo sobre a estocástica e sua importância na aprendizagem da infância e, assim, discutir também o trabalho do educador matemático nesse nível de ensino. Para tanto, elas abordam a origem da estocástica, a relevância da integração entre a estatística, a combinatória e a probabilidade e apresentam reflexões sobre a elaboração e a implementação de atividades para a sala de aula de matemática dos anos iniciais.

A outra seção do livro, intitulada “A formação de professores dos anos iniciais”, é composta por três textos. Neles são abordados: uma proposta de formação para o desenvolvimento do sentido de número, a elaboração de histórias infantis por futuros professores e, por fim, um trabalho com resolução de problemas e literatura na formação de professores dos anos iniciais. O trabalho intitulado “Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número”, das pesquisadoras portuguesas Lurdes Serrazina e Margarida Rodrigues, discute, a partir de exemplos concretos que são baseados na literatura da área de conhecimento, o sentido de número, de número racional e estratégias de cálculo mental e apresenta algumas considerações sobre o sentido de número na formação de professores.

O capítulo de Reginaldo Fernando Carneiro, Luciane Manera Magalhães e Wallace Alves Cabral, intitulado “Histórias infantis na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais”, teve como objetivo discutir uma proposta de elaboração de histórias infantis com conteúdo matemático na formação de professores dos anos iniciais. Para tanto, os autores apresentam uma compreensão sobre literatura infantil e suas características que a diferencia de livros de histórias infantis com conteúdos matemáticos. Eles refletem sobre as possibilidades de uma proposta desenvolvida em uma disciplina de matemática do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Juiz de Fora para a formação de professores dos anos iniciais.

Por fim, o capítulo “Literatura e resolução de problemas matemáticos no curso de Pedagogia”, de Mercedes Carvalho, apresenta uma proposta de trabalho entre a literatura e resolução de problemas para o ensino dos conteúdos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental. A autora propõe discussões sobre a resolução de problemas, sobre a utilização de literatura nas aulas de matemática e traz uma proposta para a formação de professores.

Nos diferentes capítulos, as temáticas e perspectivas apresentam pontos de aproximação e de distanciamento, o que representa uma opção consciente desta organização. Afinal, não se pretende apresentar uma única perspectiva e, nem mesmo, apresentar cada uma das propostas como ideais. O que se espera, com este livro e com a variedade de temas e perspectivas, é justamente contribuir com as discussões sobre a matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que pode levar a problematizações ou a concordâncias em relação ao que os(as) autores(as) propõem.

A Sala de Aula de Matemática nos Anos Iniciais

Capítulo 1

A Resolução de Problemas Criando Espaço para Produção de Saberes nas Aulas de Matemática dos Anos Iniciais

Brenda Leme da Silva Mengali
Secretaria Estadual de Educação-DF
brendamengali@gmail.com

Introdução

Há alguns anos, o que estamos vivenciando no campo da Educação Matemática é uma grande preocupação acerca das perspectivas de pesquisas sobre a formação docente, bem como dos processos de formação desses professores. Essa preocupação se deve ao fato de que o professor tem papel determinante no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Sabemos que ainda é muito forte, na cultura da sala de aula, um modelo tradicional de ensino, pautado numa prática pedagógica fundamentada no paradigma do processo-produto (SAUJAT, 2004), no qual o professor assume o papel de transmissor do conhecimento e o aluno o de reprodutor. Nesse sentido, reconhecemos que são muitos os alunos e professores que relacionam o ensino e a aprendizagem dessa disciplina escolar às ideias e às técnicas matemáticas num contexto de exercícios, em que o professor assume a responsabilidade de apresentar as técnicas e os alunos reproduzem, de forma mecânica, ideias das quais desconhecem aplicabilidades no contexto da vida real.

Acreditamos que as propostas centradas na resolução única e exclusiva de exercícios impedem que sejam valorizados os pensamentos reflexivos dos alunos, bem como seus conhecimentos do cotidiano. Além disso, esse modelo de aula de matemática tradicional é marcado por uma relação assimétrica entre professor e aluno, claramente identificada “nas linguagens e códigos, nas concepções, nos tempos e intenções, bem como nos modos distintos de cada um compreender e ver a matemática” (SANTOS, 2005, p. 118).

Assim, neste capítulo, apresentamos uma discussão acerca de algumas ideias sobre os progressos apresentados pelos estudantes quando estão inseridos em uma cultura de aula de Matemática, cuja prática pedagógica está centrada no ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento por meio da resolução de problemas, em que os alunos são convidados a produzirem saberes e não a reproduzi-los. É proposto que eles participem ativamente do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa dinâmica, o professor é elemento decisivo, pois é ele quem escolhe a tarefa e conduz a atividade, sendo responsável pela maneira com que esta será abordada e explorada em sala de aula. Uma prática pedagógica pautada nessa perspectiva modifica o papel do professor que comumente está habituado a abordar conteúdos explicando e dando exemplos de resolução.

Com foco nessa perspectiva da prática docente, este texto visa contribuir com os professores e/ou futuros professores em formação que buscam tecer reflexões acerca do ensino da matemática nos anos iniciais e que, sobretudo, percebem o aluno como um participante ativo na produção de saberes.

Para fundamentar nossos pressupostos teóricos, analisamos a resolução do “problema das figurinhas[1]” – tarefa proposta pela professora-pesquisadora, autora do texto, para seus alunos dos anos iniciais, em uma turma de alunos de 3º ano, em uma escola pública do Distrito Federal, no primeiro semestre do ano de 2016.

A Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática

Segundo Grando (2008, p. 93), “um trabalho escolar na perspectiva de resolução de problemas possibilita formar o cidadão para lidar com a incerteza, com as possibilidades,

[1] Sabrina tem quarenta e cinco figurinhas e sua irmã tem trinta. Quantas figurinhas Sabrina tem a mais que sua irmã?

com a tomada de decisões, contribuindo para a sua emancipação". Nossas experiências têm nos mostrado que, ao propor tarefas dessa natureza aos estudantes, contribuímos para o desenvolvimento de habilidades como: comunicar, defender, justificar, conjecturar, argumentar, partilhar, negociar com os outros as suas próprias perspectivas. "É no espaço entre perguntas e respostas que se joga muito do que conduz a aprendizagens significativas" (BOAVIDA; SILVA; FONSECA, 2009, p. 2).

Ao centrarmos nossas práticas pedagógicas no trabalho com a resolução de problemas, é importante destacar qual perspectiva defendemos. Aproximamo-nos de Branca (1997, p. 5) quando defende que "resolver problemas" é algo abrangente demais e pode-se apontar muitos significados para essa expressão. A resolução de problemas tem facetas demais para serem consideradas sempre a partir de um mesmo ângulo, o que permite considerar a resolução de problemas sob três perspectivas:

- Resolução de problemas como uma meta. Nesta perspectiva a resolução de problemas constitui-se no objetivo para se ensinar matemática e "independe de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e do conteúdo matemático" (BRANCA, 1997, p. 5).
- Resolução de problemas como um processo. Nesta perspectiva a essência está nos métodos, procedimentos, estratégias, heurísticas utilizados na resolução do problema.
- Resolução de problema como uma habilidade básica. Esta perspectiva é a mais usual, principalmente nos processos avaliativos, embora a própria compreensão do que seja habilidade básica não seja consenso entre os educadores matemáticos. "Para a maior parte, as habilidades básicas restringem-se às habilidades que podem ser facilmente avaliadas por testes escritos (preferivelmente usando um formato de múltipla escolha)" (BRANCA, 1997, p. 7). Ainda segundo a autora, nessa perspectiva, deve-se levar em consideração as especificidades do conteúdo, os tipos de problemas e os métodos de solução, contrapondo-se à primeira perspectiva e pouco contribuindo para a autonomia do aluno.

Dentre as três perspectivas apresentadas, nos aproximamos da primeira: a resolução de problemas como uma meta. Acreditamos que, ao assumir essa perspectiva, é possível promover, nas aulas de Matemática, um ambiente em que os estudantes se sintam à vontade para comunicar, defender, justificar, conjecturar, argumentar, partilhar e negociar com os colegas as suas próprias perspectivas.

Criar um ambiente de sala de aula com essas características dá ao professor um papel muito importante, pois ele é o responsável por motivar e estimular os estudantes, bem como, por organizar o espaço em que as tarefas serão propostas. É ele também o responsável por selecionar qual ou quais tarefas serão apresentadas aos estudantes.

Contudo, escolher as tarefas que atendam a essas necessidades não é uma decisão fácil. Concordamos com Hiebert et al. (1997), quando apontam a necessidade de que o professor deva observar três critérios: o primeiro deles diz respeito à tarefa como meio para encorajar a reflexão e a comunicação dos alunos. Nesse sentido, espera-se que ela seja desafiadora, intrigante; que represente um problema para o aluno; e que este se sinta motivado, envolvido e disposto a encontrar um caminho que o leve à solução.

O segundo critério considera que a tarefa deve permitir aos estudantes utilizarem ferramentas, quando estas forem capazes de auxiliar na resolução de um problema, o que significa utilizá-las com um propósito. Daí a necessidade de propor tarefas que sejam adequadas às ferramentas dos alunos. Hiebert et al. (1997, p. 20) definem o que seriam essas ferramentas:

> Nós definimos ferramentas amplamente para incluir as coisas que o aluno já sabe e materiais que podem ser usados para resolver problemas. As ferramentas são recursos ou suportes de aprendizagem, [...] e incluem as habilidades que foram adquiridas, materiais físicos, escritas de símbolos e linguagem verbal. (HIEBERT et al., 1997, p. 20, tradução nossa) [2]

E, por último, o terceiro critério, que, segundo os autores, refere-se à escolha de tarefas que deixem para trás resíduos importantes. Segundo Davis (1992, apud HIEBERT et al., 1997, p. 22), podemos definir o conceito de resíduos como a "aprendizagem que os alunos levam consigo resolvendo problemas".

Assim, acreditamos que adotar essa perspectiva nas práticas pedagógicas torna

---

[2] We define tools broadly to include things the student already knows and materials that can be used to solve problems. Tools are resources or learning supports, [...], and include skills that have been acquired, physical materials, write symbols, and verbal language.

decisivos os papéis dos alunos e dos professores. Ambos assumem características muito importantes:

> [...] tanto a integração ativa e experiências (VEIA, 1995), por parte dos alunos, quanto o questionamento do professor (MENEZES, 1995), que vai além do interesse em verificar se o aluno tem uma dada informação ou se aprendeu um determinado procedimento e é capaz de generalizar sua aplicação. (GÓMEZ-GRANELL, 1995 apud SANTOS, 2005, p. 119-120)

Outro aspecto relevante acerca das propostas de tarefas dessa natureza é a questão do tempo. Nesta cultura de aula de Matemática, o importante é que o professor garanta aos estudantes a possibilidade de explorarem as suas perspectivas individuais. Com isso, a comunicação, expressa pelas variadas formas de linguagem, torna-se elemento fundamental para esse processo Assim, neste ambiente de aprendizagem que aqui defendemos, é importante que o aluno se sinta respeitado e que tenha seus conhecimentos valorizados.

A Resolução de Problemas Promovendo a Comunicação nas Aulas de Matemática

Segundo Santos, (2005, p. 117):

> [...] a comunicação pode ser entendida, com diferentes autores que têm se ocupado dela, como todas as formas de discursos, linguagens utilizadas por professores e alunos para representar, informar, falar, argumentar, negociar significados. Uma atividade não unidirecional, mas entre sujeitos, cabendo ao professor a responsabilidade de encorajar os alunos e neles despertar o interesse e a disposição para uma participação mais ativa. Menezes (1995), dando um sentido amplo à comunicação na aula de Matemática, considera-a abarcando todas as interações verbais (orais e escritas) que alunos e professores podem estabelecer recorrendo à língua materna e à linguagem matemática.

Concordamos com o autor quando ele destaca que a comunicação pode ser entendida como todas as formas de discursos e linguagens. No entanto, para a nossa discussão, nesta seção, tomaremos a comunicação nas aulas de matemática como a linguagem falada dos alunos e dos professores. Ainda segundo Santos (2005, p. 124):

> De qualquer modo, a linguagem falada tem um valor inestimável, confirmando o que diz Skemp (1982), conforme é citado em Sanz: "A conexão entre pensamento e linguagem falada é inicialmente mais forte que entre pensamento e palavras escritas ou símbolos". E, vale lembrar que, na aula de Matemática, deve-se valorizar a linguagem falada dos alunos e professores como meio para a construção de significados em matemática pelo aluno, como meio para a conexão entre pensamento matemático e linguagem matemática.

Acreditamos que quando criamos, no espaço de sala de aula, um ambiente em que a linguagem falada é valorizada, o professor se abre para os alunos, no sentido de respeitar suas diferenças, bem como de enxergá-los como participantes e construtores do conhecimento, permitindo, assim, que seja estabelecido entre eles o diálogo. Nesse sentido:

> Entendemos um diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem. Isso aponta para uma interpretação na qual o diálogo não é concebido como uma conversação qualquer, mas, sim, como uma conversação com certas qualidades: "Dialogar é mais do que um simples ir-e-vir de mensagens; ele aponta para um tipo especial de processo de comunicação em que os participantes 'se encontram', o que implica influenciar e sofrer mudanças". (CISSNA; ANDERSON, 1994, p. 10 apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 119-120, grifos dos autores)

Dessa forma, percebemos no diálogo possibilidades para que os envolvidos no processo de aprendizagem sejam capazes de avançar cognitivamente, já que ele implica em influenciar e sofrer mudanças. É possível pensar no diálogo não apenas entre professor e aluno, mas também entre o aluno e seus colegas.

Trata-se, portanto, de uma prática na qual professores e alunos trabalham juntos, cada um desempenhando seu papel, que é essencial para os processos de aprendizagem: o professor na postura de mediador e os alunos com a responsabilidade de participar de maneira ativa na produção de saberes. Daí a importância de se propor tarefas de caráter mais aberto, que ocupa o espaço da incerteza; ou tarefas que tenham mais de uma solução, pois, dessa forma, aos poucos, vai se rompendo com a crença comum entre os estudantes de que só há uma maneira para resolver os problemas que lhes são apresentados.

Vimos, no trabalho com a resolução de problemas, a possibilidade de criar um espaço de discussão entre os participantes, no qual, cada um tem a oportunidade de explicitar suas próprias ideias, defender seus argumentos, tecendo, assim, um diálogo que pode acontecer entre alunos e professores ou entre alunos e aluno. Contudo, é importante destacar que os participantes desse diálogo estão sujeitos às críticas ou não, já que:

> [...] um diálogo é algo imprevisível. Não há respostas prontas, conhecidas de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento. Imprevisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 128)

Aquele que se propõe a participar do diálogo deve estar disponível não só para vibrar quando suas contribuições são relevantes para o desempenho da tarefa, mas também para receber críticas, sugestões e questionamentos. É preciso compreender o diálogo não como uma competição, na qual se disputa quem apresenta contribuições mais significativas, mas como um momento coletivo marcado pela busca da compreensão.

Assim, destacamos novamente o trabalho do professor, já que é esperado que ele participe desses momentos, não só dando contribuições às perspectivas dos alunos, mas também cuidando para que essa dinâmica aconteça. Além disso, é importante que ele esteja disposto a abrir-se para o novo. Dessa forma,

> [...] ele não pode ter respostas prontas para problemas conhecidos; ter curiosidade a respeito do que os alunos fariam e estar disposto a reconsiderar seus entendimentos e pressupostos são requisitos para a participação do professor no diálogo. O maior ganho que o professor pode ter é que, ao observar, refletir e expressar sua visão de mundo em um processo cooperativo, ele pode mudar e vir a saber coisas de uma nova forma. Para os alunos, isso significa estarem prontos para abrir seu mundo a exploradores, entrarem em processos momentaneamente incertos e entenderem

> que não há respostas absolutas para suas questões. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 126-127)

Nessa perspectiva de trabalho, fica evidente que não somente os alunos aprendem com os professores, mas também os professores com seus alunos. Quando se tem consciência de que é necessário respeitar a diversidade e as diferenças, numa relação de diálogo, consegue-se promover a igualdade. No diálogo entre professor e aluno, é importante reconhecer que, por ocuparem posições distintas, a desigualdade é natural, o que não quer dizer que esse fator deva limitar o diálogo. Ainda que assumam papéis diferentes no cenário escolar, ambos podem procurar estabelecer entre si uma relação de igualdade "no nível de relações e comunicações interpessoais" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 131). Os autores complementam que:

> [...] promover a igualdade não significa negar a diversidade e as diferenças. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça. Justiça não tem a ver somente com os aspectos emocionais, ela também se refere à forma com que se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover a igualdade em um diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças. Participar de um diálogo é algo que não deve ser imposto a ninguém. Em sala de aula, isso significa que o professor pode convidar os alunos para um diálogo investigativo, mas eles têm que aceitar o convite para que o diálogo aconteça. [...] A noção de convite reflete a noção de igualdade. Se, digamos, os alunos são forçados a fazer alguma coisa, então o princípio da igualdade se perde. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 131-132)

No ambiente de sala de aula que defendemos, buscamos que os estudantes se envolvam no diálogo a partir de um convite do professor. Acreditamos que, quando eles se abrem para os processos interativos com os colegas e com os professores na sala de aula, se abrem também para os processos de comunicação dos seus pensamentos matemáticos (ou não).

Criando um Ambiente para a Comunicação com os Alunos do 3º ano "J"

O caso particular, que tomaremos aqui como objeto de análise, ocorreu durante o primeiro semestre do ano de 2016, em uma turma de 3º ano em uma escola pública do Distrito Federal. Esta turma é composta por vinte e seis alunos.

Desde o início do ano, quando assumiu esta turma, alguns aspectos em relação à matemática chamaram atenção da professora-pesquisadora. Ao propor tarefas de situações-problemas, notou-se que os estudantes registravam a estratégia e, em seguida, apagavam o que havia sido feito e deixavam apenas a resposta final. A partir daí, a professora-pesquisadora decidiu propor um trabalho centrado nos momentos de comunicação nas aulas de Matemática por meio do trabalho com a resolução de problemas, procurando apresentar outras possibilidades de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático.

As discussões coletivas, os momentos da socialização, após as resoluções das situações-problemas propostas, começaram a fazer parte das aulas. A professora-pesquisadora passou a convidar seus alunos para participarem de diálogos. Estes elementos começaram a criar oportunidades de colocar o aluno como participante ativo na produção do próprio conhecimento e, neste caso, na produção de significações para o pensamento matemático e de sentidos para a matemática escolar. Segundo Bishop e Goffree (1986, apud PONTE; BRANCO, 2011, p. 57):

> [...] a discussão é a ocasião mais apropriada para que sejam expostas conexões e significados, mostrando como as ideias matemáticas são naturalmente interligadas e como podem descrever situações reais. Os momentos de discussão com contributo dos alunos constituem oportunidades para negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento.

Com base nesta afirmação, pensamos na importância de se propor aos estudantes tarefas matemáticas que sejam interessantes e desafiadoras. Daí verifica-se o quão relevante é o papel do professor. No entanto, mais importante do que selecionar essas tarefas, é o modo como esta atividade será abordada e explorada pelo professor, uma vez que seu papel na condução da atividade é decisivo para romper com o modelo tradicional, que comumente está presente nas salas de aula de matemática, e criar um contexto de aprendizagem, no qual os estudantes tenham espaço para pensar matematicamente.

O "problema das Figurinhas": um Contexto para Comunicar Ideias

Como destacado nas seções anteriores, acreditamos em práticas pedagógicas que mobilizam os estudantes para uma participação ativa nos processos de ensino e aprendizagem. A partir dessa perspectiva, vimos no trabalho com a resolução de problemas um potente elemento para que isso ocorra.

Segundo Onuchic (1999, p. 208), "quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante para desenvolver sua própria compreensão". No decorrer do ano de 2016, nesta turma de 3º ano dos anos iniciais, as aulas de Matemática, dentre outras práticas promovidas, se centraram nas propostas de resolução de problemas.

Com o objetivo de evidenciar as potencialidades das propostas de tarefas dessa natureza, bem como a importância da comunicação nas aulas de Matemática, analisaremos, a seguir, o diálogo decorrente da resolução do "problema das figurinhas", tecido pela professora-pesquisadora e algumas de suas alunas. A situação-problema que será analisada foi proposta em maio de 2016.

Acerca do ambiente de sala de aula constituído com esta turma, é importante destacar que os alunos são agrupados em duplas ou trios. Quando são propostas atividades dessa natureza, os alunos já se habituaram à liberdade que eles têm em resolver as situações individualmente ou em duplas/trios, pois a professora-pesquisadora permite que eles próprios tomem essa decisão. No decorrer dessas atividades, a professora-pesquisadora escolhe alguns alunos para serem acompanhados. Como forma de registro, grava as discussões entre professora-pesquisadora e alunos e entre alunos e alunos.

No caso particular do "problema das figurinhas", a transcrição está organizada em três momentos. No momento 1, trazemos o diálogo entre duas alunas e a professora-pesquisadora.

Ao acompanhar o trabalho dos alunos durante a resolução do "problema das figurinhas", a professora-pesquisadora notou que a aluna Manu havia apresentado 45 como resposta para o problema proposto. Notou também que Manu estava tentando ajudar a aluna Tais na resolução. Nesse momento, a professora-pesquisadora aproximou-se e iniciou a gravação do diálogo, transcrito a seguir:

Momento 1 – O diálogo entre a professora-pesquisadora e as alunas: Tais e Manu	
0:05	Professora-pesquisadora: *Então, tenta explicar pra ela Manu!*
0:21	Manu: *A irmã dela tem quarenta e cinco e ela tem trinta e aí tá aqui a resposta. Quanto de figurinha Sabrina tem a mais que sua irmã? Quarenta e cinco. Então a resposta é quarenta e cinco, Tais!*
0:32	Tais: *Sério, tia?*
0:33	Professora-pesquisadora: *Será? Vamos pensar? Quantas figurinhas tem a Sabrina?*
0:41	Manu e Tais: *Quarenta e cinco.*
0:42	Professora-pesquisadora: *E a irmã dela?*
0:43	Manu e Tais: *Trinta.*
0:47	Professora-pesquisadora: *Quem tem mais?*
0:48	Manu e Tais: *Sabrina.*
0:50	Professora-pesquisadora: *A Sabrina. Quantas figurinhas a mais?*
0:57	Manu: *Ah! Quantas figurinhas a mais? Ah, agora eu entendi.*
1:03	Manu: *Espera aí.*
1:06	Tais: *Quarenta e quatro.*
1:09	Professora-pesquisadora: *Não sei.*
1:10	Manu: *A mais, Tais. Você não sabe. Não é a menos, Tais!*
1:15	Tais: *Hummm.*
1:16	Professora-pesquisadora: *É difícil?*
1:18	Tais: *Cinquenta!*
1:20	Manu: *Cinquenta!*
1:22	Tais: *Setenta!*

1:23	Manu: *Espera aí. Deixa eu fazer a conta.*
1:25	Professora-pesquisadora: *Faz aí então. Vamos ver.*
1:29	[*inaudível*]
1:31	Manu: *Quarenta e cinco.*
1:34	Professora-pesquisadora: *Isso.*
1:35	Manu: *E a irmã tem trinta.*
1:36	Professora-pesquisadora: *Hum-hum..*
1:37	Manu: *É a mais, não é, tia?*
1:38	Professora-pesquisadora: *Isso. Quem tem mais?*
1:39	Manu: *Sabrina.*
1:40	Professora-pesquisadora: *Isso. Quantos figurinhas a mais?*
1:44	Manu: *Quarenta e cinco.*
1:46	Professora-pesquisadora: *Não. Ela tem quarenta e cinco e a outra tem trinta. Ela tem quarenta e cinco a mais que trinta?*
1:52	Manu: *Não. Deixa eu ver.*
1:57	Tais: *Por acaso é assim, tia: quarenta e cinco mais trinta?*
2:01	Professora-pesquisadora: *Não.*
2:03	Manu: *Ahh! É sessenta? Sessenta e cinco?*
2:05	Professora-pesquisadora: *Não.*

No diálogo apresentado no momento 1, é possível perceber que mesmo a professora-pesquisadora fazendo algumas intervenções, tanto a aluna Manu quanto a aluna Tais não compreenderam o significava “quantas figurinhas a mais”. Percebemos que, diante das negativas iniciais da professora-pesquisadora para o resultado “quarenta e cinco”, Manu e Tais começaram a falar quantidades aleatórias como resposta: cinquenta, sessenta, setenta.

A aluna Tais ainda tentou argumentar se não seria correta a adição: quarenta e cinco mais trinta. A professora-pesquisadora disse que não. E, então, a aluna Manu ainda questionou se a quantidade não seria sessenta. Com mais uma negativa, o diálogo se encerrou. Nesse momento, a professora-pesquisadora percebeu que suas intervenções não estavam fazendo sentido para as alunas compreenderem o significado do termo “quantos a mais”.

Momento 2 – Explicação da estratégia da aluna Lara	
0:02	Professora-pesquisadora: *Explica pra mim como você fez para descobrir que eram 15 figurinhas a mais?*
0:07	Lara: *Eu fiz assim, tipo, a Sabrina não tem quarenta e cinco?*
0:10	Professora-pesquisadora: *Hum-hum..*
0:12	Lara: E *a irmã dela tem trinta. Aí você tira trinta, né. Não fica quinze?*
0:18	Professora-pesquisadora: *Ah, tá.! Então você fez quarenta e cinco menos trinta.*
0:21	Lara: *É.*
0:22	Professora-pesquisadora: *Você tirou a quantidade que a irmã da Sabrina tem para saber a diferença.*
0:27	Lara: *É.*
0:28	Professora-pesquisadora: *Ah entendi.*

Então, a professora-pesquisadora decidiu buscar outra estratégia. Percebeu que Lara havia encontrado 15 como resposta para o “problema das figurinhas”. Aproximou-se da aluna e pediu para que ela explicasse como havia pensado para chegar àquela resposta e prosseguiu com a gravação. É possível perceber que para Lara a pergunta “quantas figurinhas a mais”, não gerou dúvida. Ela fez a subtração 45 – 30 e chegou à resposta quinze.

Podemos ainda destacar que este tipo de situação-problema que envolve a subtração com a ideia de comparação, geralmente, provoca dúvidas nos estudantes. Essas dúvidas, muitas vezes, acontecem porque os estudantes relacionam a pergunta “quantos a mais” com uma adição. Vimos isso claramente nas falas da aluna Tais, na transcrição do momento 1. Ela questionou a professora-pesquisadora se para encontrar a resposta da situação apresentada não teria que fazer uma adição: “quarenta e cinco mais trinta”.

É comum identificarmos nas aulas de Matemática dos anos iniciais um trabalho com as operações fundamentais em que não são abordadas e exploradas com os estudantes as diferentes ideias que envolvem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. No caso da subtração, por exemplo, comumente vimos que são apresentadas aos estudantes apenas a ideia de “tirar”, o que contribui para dificultar a interpretação de situações-problemas que envolvem outras ideias, como a de comparar ou completar.

A professora-pesquisadora percebeu essa dificuldade de interpretação no “problema das figurinhas”, pelas alunas Manu e Tais. Fez várias intervenções, como vimos no diálogo transcrito no momento 1. No entanto, as alunas continuaram sem compreender.

Ao ouvir a explicação da aluna Lara, a professora-pesquisadora resolveu voltar à dupla Tais e Manu e pedir para que elas ouvissem a gravação que havia feito da explicação dada pela aluna Lara. Tomou essa decisão porque já havia percebido que as intervenções feitas por ela ainda não tinham contribuído para o entendimento da dupla a respeito da pergunta “quanto a mais”. Então, as duas alunas ouviram a gravação.

A seguir, trazemos, no momento 3, a transcrição do diálogo em que a aluna Manu tira suas conclusões depois de ouvir a gravação da explicação de Lara acerca da resolução do “problema das figurinhas”.

Momento 3 – As conclusões da aluna Manu depois de ouvir a explicação de Lara	
0:01	Professora-pesquisadora: *Explica o que você entendeu sobre o que ouviu da explicação da Lara.*
0:03	Manu: *Eu entendi que a Lara ela falou, ela tipo tirou. Aí, tipo, tirou, é voltar pra traz. Aí, tipo, vai dando os números, vai dando os números. Aí depois quando chegar no trinta vai ver quanto deu.*
0:16	Professora-pesquisadora: *Ah entendi. Qual foi a distância, no caso, que percorreu para chegar até esse.*
0:21	Manu: *Há-há.*
0:22	Professora-pesquisadora: *Entendi.*

Ao ouvir a explicação dada por Lara, a professora-pesquisadora pediu para que Manu explicasse o que entendeu. Segura, Manu respondeu, com clareza, o que compreendeu. Percebemos que a aluna fez uma relação da subtração descrita como resolução pela aluna Lara com uma reta numérica, elemento muito presente nas aulas de Matemática da professora-pesquisadora desde o início do ano letivo de 2016, quando iniciou o conteúdo de adição.

A relação estabelecida pela aluna Manu fica mais clara ainda quando ela apresentou o seu registro da estratégia de resolução, depois de ouvir o áudio com a explicação da aluna Lara.

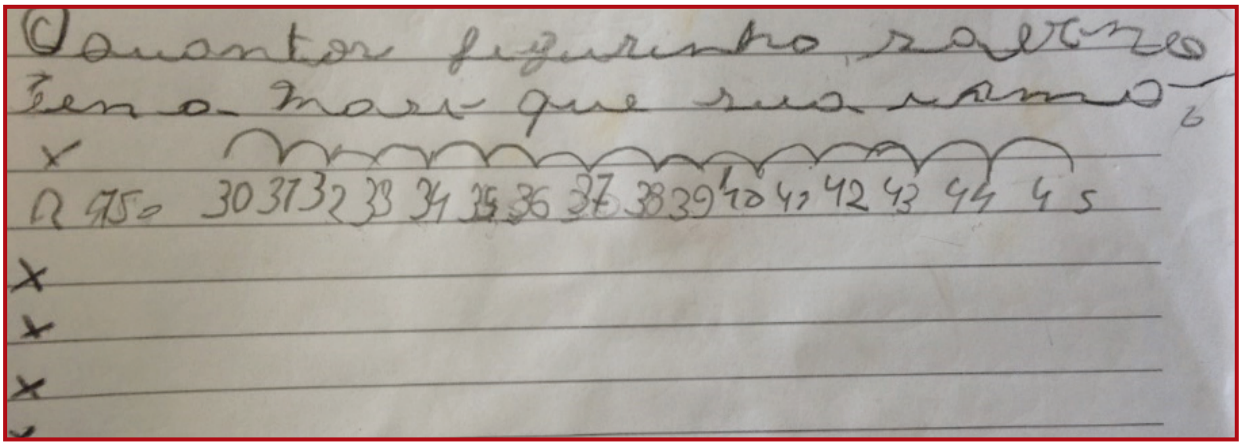


Figura 1 – Estratégia da aluna Manu

Fonte: arquivo da professora-pesquisadora.

O registro de Manu mostra que ela utilizou uma reta numérica e escreveu tal qual como o falado: "é tipo voltar para trás". Ela colocou os números começando do 45 (quantidade de figurinhas da Sabrina) e, em ordem decrescente, registrou até o 30 (quantidade de figurinhas da irmã de Sabrina). Em seguida, ela fez o percurso de volta, provavelmente contando, e depois registrou a quantidade 15 na resposta.

Notamos que a estratégia utilizada por Manu difere da estratégia utilizada por Lara. Lara chegou à resolução pelo algoritmo, o que ficou claro na explicação dela, no Momento 2, quando ela disse que tirou 30 de 45. Já Manu, depois de ouvir a explicação da Lara, compreendeu o recurso por ela utilizado, mas relacionou este recurso com outra estratégia de resolução, já conhecida por ela, no caso: a reta numérica.

Para nós este é um indício de que ouvir o áudio com a explicação da Lara foi determinante para que a aluna Manu compreendesse a pergunta que até aquele momento estava lhe gerando dúvida: "quantas figurinhas a mais". Entendemos que Manu reuniu as intervenções que julgou importantes para o seu processo do pensamento matemático e depois as relacionou e produziu significações diferentes das iniciais, o que, para nós, mostra a riqueza de promover momentos como este durante as aulas de Matemática.

A partir dessa análise, percebemos que, nesse cenário, os estudantes não estavam inseridos ali apenas para ouvir a professora, mas, sim, para serem ouvidos também num movimento definido por Carvalho (2005), de comunicação de estrutura horizontal, em que a interação social se dá pelo respeito mútuo entre os pares, em que se aceita diferenças, limitações, buscando a igualdade e, assim, possibilitando que o conhecimento seja circulado no cenário de aprendizagem.

Ficou evidente que a professora-pesquisadora convidou as alunas para um diálogo investigativo e elas aceitaram. Isso reflete a noção de igualdade, conforme destacado por Alrø e Skovsmose (2006).

Considerações Finais

A análise do "problema das figurinhas" apresenta um ambiente de sala de aula em que a professora-pesquisadora possibilitou que os estudantes participassem ativamente do processo de ensino e de aprendizagem, assumindo o papel de protagonistas, produzindo saberes. Os três momentos apresentados na transcrição das áudio gravações evidenciam que os estudantes são capazes de realizar intervenções, argumentar, expor seus pontos de vistas, questionar sem receio de errarem, ou seja, desempenhar papéis ativos no processo de ensino e aprendizagem.

Desta forma, destacamos o quão importante é o papel do professor nesse cenário. Os diálogos aqui transcritos mostraram que a professora-pesquisadora deu espaço aos estudantes para que pudessem contribuir com o que sabiam. Concordamos com Boavida (2011, p. 56) quando destaca que:

> Ensinar a argumentar em Matemática é um empreendimento muito complexo que requer esforços explícitos do professor. Passa, em particular, por criar condições para os alunos aprenderem que o raciocínio é a fonte primeira de legitimação de asserções, para se sentirem confortáveis a partilhar ideias emergentes e titubeantes, para entenderem o valor da expressão audível e da escuta atenta e para se comprometerem com a análise crítica e fundamentada dos próprios raciocínios e dos de outrem.

Assim, acreditamos que os estudantes também podem contribuir significativamente para que ocorram avanços nos processos de aprendizagem. Mas o elemento decisivo nesse cenário é o professor, pois é ele quem escolhe as tarefas e conduz as atividades. É do professor a responsabilidade de escolher a maneira como as tarefas propostas serão abordadas e exploradas em sala de aula. É dele também o papel de propiciar aos alunos momentos em possam dialogar, tecer discussões, explicar suas ideias, expor, avaliar e refutar pontos de vistas, argumentos e resoluções.

Diante dessas discussões aqui tecidas, entendemos a resolução de problemas como um ponto de partida. No caso do "problema das figurinhas", consideramos essa tarefa um bom problema para ser um "ponto de partida", pois possibilitou aos estudantes pensarem matematicamente a partir da discussão gerada acerca da sua resolução.

Referências

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BOAVIDA, Ana M.; SILVA, Margarida; FONSECA, Paula. Pequenos investigadores matemáticos: Do pensamento à comunicação e da comunicação ao pensamento. *Educação e matemática:* Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 102, p. 2-10, 2009.

BOAVIDA, Ana M. R. et al. A aula de Matemática: diferentes perspectivas [depoimentos]. *Educação e Matemática:* Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 115, p. 53-63, 2011.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processos e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1997, p. 5-12.

CARVALHO, Carolina. Comunicações e interações sociais nas salas de Matemática. In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 15-34.

GRANDO, Regina C. Problema para a criança... Problema para a professora: Resolvendo problemas na Educação Infantil. In: GRANDO, Regina C.; TORICELLI, Luana; NACARATO, Adair M. *De professora para professora:* conversas sobre iniciação matemática. São Paulo: Pedro & João Editores, 2008. p. 89-101.

HIEBERT, James et al. *Making sense:* teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

ONUCHIC. Lourdes L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (Org). *Pesquisa em Educação Matemática:* concepções e perspectivas. Rio Claro: Editora UNESP, 1999.

PONTE, João P.; BRANCO, Neusa. Desenvolvendo a linguagem algébrica. *Educação e Matemática:* Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 115, p. 53-63, 2011.

SANTOS, Vinício de M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-126.

SAUJAT, Frédéric. O trabalho do professor nas pesquisas em educação: um panorama. In: MACHADO, Anna Rachel (Org.). *O ensino como trabalho: uma abordagem discursiva.* Londrina: Eduel, 2004. p. 3-34.

Capítulo 2

Alfabetização Matemática: Literatura e Geometria Integradas em uma Experiência Lúdica

Simone Ribeiro
Colégio de Aplicação João XXIII – UFJF
simonerib@gmail.com

Introdução

Quando a concepção de currículo engloba, além dos conteúdos e métodos escolares, as vivências cotidianas dos alunos, abrem-se infinitas possibilidades de construção de conhecimento e coloca-se em cena a cultura local de cada grupo social. Nesse sentido, neste artigo trazemos uma experiência desenvolvida no Colégio de Aplicação João XXIII, localizado em Juiz de Fora, Minas Gerais, no contexto da alfabetização matemática envolvendo os conteúdos de geometria, articulados à discussão de consumo consciente a partir de um livro de literatura.

Mais do que uma descrição dos procedimentos metodológicos, buscamos trazer à tona as situações e as emoções geradas não apenas pelos sucessos, mas também pelas frustrações, assim como as mudanças nas práticas em função da ação dos sujeitos envolvidos. Desse modo, as reflexões trazem elementos de nossa prática, e consideramos que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer área, em particular na Alfabetização Matemática, mas reconhecemos que conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula e construir estratégias que levem em consideração as distintas realidades dos alunos e, sobretudo, a dimensão lúdica, própria da criança do 1º ano, contribui para a melhor aprendizagem.

"Era uma vez um homem. O homem tinha um filho. O filho amava o homem e o homem amava caixas. Caixas grandes, caixas pequenas, caixas altas, caixas redondas, todos os tipos de caixas!"

E assim começa o livro *"O Homem que amava caixas"* de Stephen Michael King. E foi conhecendo esse homem e sua paixão que as crianças do 1º ano do Colégio de Aplicação João XXIII também se apaixonaram e aprenderam muito com as caixas. E nós, professoras, pudemos pensar sobre o nosso trabalho e atuar de modo mais consciente para alcançar nossos objetivos. Assim, nossa meta neste artigo é compartilhar uma parte desta experiência e as reflexões resultantes dela. Para isso, vamos iniciar situando o contexto e os sujeitos que a vivenciaram e algumas concepções nas quais nossas práticas se baseiam para, então, detalharmos a experiência em si.

O Colégio de Aplicação João XXIII foi criado em 1965 como "uma escola de experimentação, demonstração e aplicação", para atender aos licenciandos em termos de pesquisa e realização de estágios supervisionados. Inicialmente, o então chamado Ginásio de Aplicação João XXIII, era vinculado à Faculdade de Filosofia e Letras de Juiz de Fora e atendia a 23 alunos da 1ª série ginasial (atual 6º ano do Ensino Fundamental).

Hoje o Colégio é uma Unidade Acadêmica da Universidade Federal de Juiz de Fora e não está vinculado a nenhum dos cursos especificamente. Ele atende a cerca de 1350 alunos, matriculados em 24 turmas de Ensino Fundamental e 09 turmas de Ensino Médio, além de 08 turmas do Curso de Educação de Jovens e Adultos e duas turmas de cursos de especialização.

Uma das características marcantes do Colégio é a opção pelo sorteio público para o ingresso dos alunos em todos os níveis de ensino. Com isso, acreditamos garantir os princípios de democratização do acesso e nos mantemos desafiados a buscar estratégias de ensino para garantir uma escola pública de qualidade, apesar da heterogeneidade dos nossos alunos.

A experiência que deu origem a este artigo aconteceu o ano de 2012 nas turmas de 1º ano do ensino fundamental (temos quatro turmas de turmas de 1º ano formadas, em média, por 20 alunos com idades entre 5 e 7 anos). Em relação ao trabalho pedagógico, vale ressaltar que, apesar da organização do trabalho pedagógico e do trabalho docente no Colégio se pautar pela divisão em áreas e disciplinas, há um esforço coletivo para que, ao longo do ano letivo, sejam desenvolvidos projetos coletivos de trabalho.

Esses projetos são organizados por professores de diferentes áreas que se unem em função de temáticas ou objetivos comuns. E, no 1º ano, essa dinâmica acontece durante todo o ano letivo; assim, as atividades específicas de uma área de estudo estão sempre articuladas a outras e seguem uma lógica temática que é definida conjuntamente por todos os professores que atuam no 1º ano.

Em relação à matemática especificamente, nossa compreensão é a de que esta é uma linguagem e que, portanto, nosso papel, enquanto mediadores do processo de aproximação entre o aluno e a Matemática, precisa ser o de ampliar os modelos de comunicação na turma, mas também servindo como um modelo de um “nativo” no uso dessa linguagem. Entendemos que a linguagem matemática é uma ferramenta fundamental para a leitura e interpretação da realidade e que ela não pode ser vista como um conhecimento isolado e descontextualizado. No 1º ano, sobretudo, a preocupação é muito maior com o significado do que com a construção do fato matemático em si.

A matemática é uma das formas que nós, seres humanos, usamos para interpretar, explicar e compreender o mundo e, por isso mesmo, tem seus códigos e sua linguagem próprios. Ela possui um sistema de comunicação e de representação da realidade que foi sendo construído gradativamente ao longo da história (MACHADO, 2011; D’AMBROSIO, 2002) e que, acreditamos, continua sendo construído e reconstruído a todo tempo.

Assim, em nosso trabalho com as crianças que iniciam seus estudos no Colégio, incorporamos a concepção de alfabetização matemática que entendemos como a ação inicial de ler e escrever matemática, ou seja, de compreender e interpretar seus conteúdos básicos, bem como saber expressar-se por meio de sua linguagem específica. Como afirma Danyluk (1988, p. 58), “ser alfabetizado em matemática, então, é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica.”

Assumimos que a escola tem um papel importante na sistematização dos conhecimentos que as crianças, conhecedoras nativas da matemática de uso cotidiano, trazem para a escola e ainda o de ampliar seu repertório instrumental para ajudá-las a resolver as situações cotidianas e escolares cada vez com mais autonomia. O trabalho consiste em criar situações lúdicas e interessantes para as crianças que lhes possibilitem estabelecer relações entre as noções matemáticas do uso cotidiano e as noções matemáticas escolares.

Estas relações, cada vez mais aproximadas, resultarão na formalização que se deseja alcançar, ou seja, o aluno sentirá a necessidade de uma apresentação formal a partir do próprio ambiente e da impossibilidade de argumentar sobre situações abstratas sem o devido critério. Assim, o conhecimento matemático que a criança adquire na vida cotidiana vai sendo sistematizado e ampliado, embora seja muito importante que este processo aconteça de maneira gradativa e paralelamente ao processo que ocorre na construção do sistema de escrita.

No primeiro ano do ensino fundamental, nossa concepção de alfabetização incorpora o Letramento em Matemática e em Língua Materna. Compartilhamos com Soares (2011) a ideia de que o processo de Alfabetização e de Letramento em Língua Materna são modelos interdependentes e com Freire (1976) que concebe a “alfabetização como ato de libertação” e de leitura do mundo, portanto de letramento. Ao assumirmos a concepção freireana, nos comprometemos com a necessidade da leitura das entrelinhas, do contexto, das múltiplas possibilidades de pensamentos e superação que um processo de alfabetização deve proporcionar e da reflexão sobre o que se pode e se deve fazer com o conhecimento adquirido neste processo (MARA; MARANHÃO, 2015).

Nossa posição é a de que o conhecimento escolar, nesta concepção, amplia o espectro de significações do que se fala, se lê e se escreve e na qual a codificação e decodificação de símbolos vão se desenvolvendo de modo infinito e inconcluso. Desse modo, os processos de ensino e aprendizagem, sejam eles da língua materna, da matemática, das artes ou das ciências são interdependentes e acontecem a partir de situações significativas para as crianças, por meio de atividades de letramento, de leitura e produção de textos reais, ou seja, de práticas sociais de leitura e de escrita (SOARES, 2011). As aprendizagens se interligam e se complementam.

Neste sentido, o contexto e os processos comunicativos assumem papel relevante na alfabetização matemática, pois a criança consegue compreender e entrar para o mundo da escrita matemática a partir de situações de uso do conhecimento.

> [...] homem, civilização e fala formam uma unidade inseparável; e a afetividade, a compreensão, a interpretação e a comunicação fazem parte do modo de ser do ser humano. Logo, os significados das coisas do mundo não se encontram nos objetos,

> nem no sujeito, mas são constituídos pelas relações estabelecidas por ele ao estar com-os-objetos e com-os-outros. Ao compreender e interpretar, o homem desenvolve significados, os quais são expressos, ou seja, são comunicados. (DANYLUK, 2002, p. 23)

Partindo do pressuposto de que os anos iniciais do Ensino Fundamental são responsáveis por promover a aprendizagem matemática visando à aquisição significativa das ideias básicas pertinentes à disciplina, bem como das especificidades de sua linguagem, sem, no entanto, separá-la da Língua Materna, o que seria então, no contexto escolar, o trabalho de alfabetização matemática?

Trata-se de dar sentido à aprendizagem, situando o conhecimento matemático no contexto de sua aplicação, no contexto histórico de sua construção e de envolver o aluno na construção do conhecimento. Para tanto, temos aprofundado e priorizado como estratégias de ensino e recursos didáticos jogos e brincadeiras, história da Matemática, resolução de problemas, uso de tecnologias e a literatura.

A experiência, aqui destacada, teve como foco principal o trabalho no eixo Espaço e Forma. Apesar de muitas vezes este eixo ser "esquecido' ou de aparecer somente na aprendizagem dos nomes das figuras e dos sólidos geométricos, a Geometria é parte integrante de nossa vida, portanto, é indispensável que o aluno desenvolva o pensamento geométrico a fim de compreender e representar de forma organizada a realidade na qual está inserido.

Para isso, utilizamos diferentes estratégias com as quais buscávamos possibilitar às crianças o desenvolvimento de um pensar matemático no campo da geometria. Assim, brincamos de classificar, a partir das características observáveis dos objetos e, aos poucos, fomos introduzindo o vocabulário geométrico, experimentamos visões diferentes do mesmo objeto, montando e desmontando embalagens, argumentamos para expressar nossas descobertas, registramos de diferentes formas usando desenhos, listas, textos coletivos, painéis, porque queríamos comunicar nossas ideias e descobertas demonstrando cada passo no sentido de solucionarmos os problemas, ou questões que foram aparecendo ao longo do trabalho. Considerando que nesta fase inicial a aprendizagem da geometria se concretiza por atividades ligadas à ação, todo o trabalho partiu da manipulação e construção ou desconstrução de objetos das mais variadas formas e buscamos propor situações que trouxessem a dimensão lúdica e/ou estivessem atreladas à fantasia.

A Experiência...

Estávamos no final do 1º trimestre letivo e as turmas tinham se envolvido bastante com nosso primeiro projeto no qual um amigo imaginário nos apresentava a escola e sua história e também nos mobilizava a conhecer os nomes das crianças, seus sobrenomes para também nomearmos nosso “Amigo Secreto” e as nossas turmas. Neste contexto, entramos em vários conteúdos relacionados à geometria. Uma das atividades tinha envolvido várias “caça ao tesouro” na sala de aula e pelo Colégio.

Exploramos as possibilidades de mapeamento, seja a partir dos desenhos livres e até o registro de atividades orientadas, como a de localização na sala usando como referência as carteiras em filas e objetos escondidos debaixo delas para que as crianças encontrassem o “tesouro” deixado pelo “Amigo Secreto”, seguindo instruções com os termos: ao lado de/em frente à/atrás de/ em cima de/ embaixo de etc. Após a brincadeira, fazíamos o registro do mapa da sala. Outra ideia que exploramos foi a de “fotografarmos” os caminhos que fazíamos no Colégio usando máquinas fotográficas construídas com caixinhas longa vida (tipo de suco ou achocolatado que traziam no lanche). Usamos as máquinas em várias situações, inclusive para tirar fotos de objetos em diferentes posições (visto de frente/de trás/de cima/de lado) e a revelação da foto ficava por conta dos desenhos livres de cada “fotógrafo”.

O projeto já estava sendo finalizado quando descobrimos o livro: “O Homem que amava Caixas”[1]

1 Livro de Stephen Michael King, da Brinquebook.

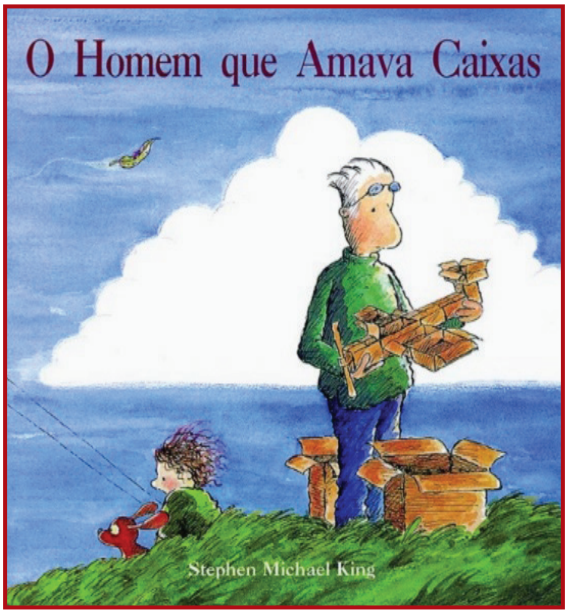


Figura 1 – Capa do livro “O Homem que Amava Caixas”

Fonte: King (1997).

“Era uma vez um homem
O homem tinha um filho
O filho amava o homem
e o homem amava caixas.

Caixas grandes
caixas pequenas
caixas altas
caixas redondas
todos os tipos de caixas!

O homem tinha dificuldade em dizer ao filho que o amava;
então, com suas caixas, ele começou a construir coisas para seu filho.
Ele era perito em fazer castelos
e seus aviões sempre voavam...
a não ser, claro, que chovesse.

As caixas apareciam de repente, quando os amigos chegavam, e,
nessas caixas, eles brincavam...
e brincavam...
e brincavam.

A maioria das pessoas achava que o homem era muito estranho.
Os velhos apontavam para ele.
As velhas olhavam zangadas para ele.
Seus vizinhos riam dele pelas costas.

Mas nada disso preocupava o homem,
porque ele sabia que tinham encontrado uma maneira especial de compartilharem...
o amor de um pelo outro."

Este podia ser mais um dos livros de literatura que leríamos nas aulas de matemática, mas não sabemos se foi o texto simples e tão cheio de sentimentos (amor, alegria, medo, vergonha, timidez...) ou as imagens belíssimas, mas o que sabemos é que desejamos ler aquele livro com as crianças e, mais que isso, desejamos brincar com aquela leitura, com as caixas e com as possibilidades de conhecimentos matemáticos que aquele livro nos oferecia.

E foi assim que, antes de se despedir, nosso Amigo Secreto nos trouxe este livro, como um último presente. Mas ele chegou escondido dentro de várias caixas. E dentro das caixas tinham outras caixas. E eram tantas que até encontrá-lo foi um desafio. Para nós, professoras, foi uma caça às caixas porque não foi fácil consegui-las nas quantidades e tamanhos desejados sem uma campanha entre os amigos e até no comércio local. Mas valeu a pena...

Num primeiro momento, o livro até ficou meio de lado, afinal tantas caixas, de diferentes tamanhos, por si só já eram diversão suficiente. Nessas horas a gente constata que as crianças têm a capacidade de transformar qualquer objeto comum em brinquedo, é o poder transformador da imaginação e da sensibilidade de quem manipula. E nos perguntamos: a riqueza do brinquedo está em sua capacidade de instigar a imaginação infantil ou seria o contrário? Mas cremos que, a partir da ação lúdica, a criança participa do processo de criação dos objetos com os quais irá brincar e estes se transformam no desenvolvimento da brincadeira, propiciando e estimulando a criatividade e a imaginação das crianças.

E, nesse sentido, a brincadeira criou um clima no qual as caixas já não eram apenas caixas, eram participantes da atividade e foram "convidadas" a ouvirem a história do homem que demonstrava seu amor usando caixas. Pelo menos esse era o nosso foco ao lermos o livro, mas, quando terminamos a leitura, o que mais chamou a atenção das crianças não foi a relação entre as pessoas, mas a diversidade de objetos que o homem criou usando as caixas. E foi assim que surgiu o projeto crianças que amavam caixas...

E, seguindo nosso caminho metodológico, que envolve várias etapas na construção dos projetos de trabalho, passamos à próxima etapa em que conversamos sobre as caixas, descobrindo e registrando o que as crianças sabiam, ou achavam que sabiam sobre as caixas e, o mais importante, registrando as perguntas, aquilo que gostariam de saber.... Para começar, as crianças queriam mais caixas, de mais tamanhos e em mais quantidades. Queriam saber se todas as caixas eram feitas de papel, se dava para comprar caixas vazias, se dava para fazer brinquedos com outros “lixos”, qual era a maior caixa do mundo, enfim, tínhamos aberto a caixa de pandora e o que libertamos foi muita curiosidade.

Resolvemos embarcar na viagem com as caixas e o assunto rendeu tanto que exploramos muitos conteúdos, de várias áreas, mas, neste texto, vamos focar nas estratégias que aproveitamos para desenvolver os conhecimentos matemáticos, sobretudo a geometria e também o eixo grandezas e medidas e o conteúdo sistema monetário. Afinal, as conversas sobre o livro não se restringiram só às caixas e, ao incentivarmos as crianças a compartilharem suas experiências com o dar e receber amor, percebemos que era preciso ir mais fundo, buscando várias formas de demonstrar afeto, afinal, numa sociedade consumista como a nossa, muitas vezes expressar amor é confundido e substituído apenas por comprar coisas. Para aprofundar este tema, buscamos outros livros de literatura, assistimos vídeos e acabamos optando por concretizar esta discussão construindo presentes para compartilhar o nosso amor, assim como o pai fazia com o filho. Desse modo, nossas reflexões conduziram nosso trabalho não apenas na construção dos brinquedos, mas sobretudo na reflexão de que podemos nos divertir sem comprar e que brincar aproxima e fortalece os laços afetivos.

Assim, enviamos um bilhete para casa pedindo aos pais que nos ajudassem com o envio das embalagens e decidimos ampliar o pedido, ao invés de explorarmos só as caixas, iríamos trabalhar com diferentes tipos de sucata. Segundo Weiss (1989), brinquedos feitos de sucata, numa realidade urbana, adquirem outras formas. Trata-se da arte que aproveita o “lixo” de uma sociedade de consumo, dando origem a objetos construtivos e expressivos. Nós escolhemos trabalhar com a sucata industrializada que inclui todos os tipos de embalagens. Para a referida autora, o emprego da sucata envolve pesquisa e organização do material, possibilitando o seu uso por meio de múltiplas combinações e construções.

E, para dar conta de tantas possibilidades, fomos pesquisar e trouxemos para sala de aula muitas informações sobre as caixas e ideias do que poderíamos construir com as nossas sucatas. Também descobrimos que existem caixas feitas com diferentes materiais e em diferentes formatos, que podemos comprá-las vazias, sem coisas dentro. Mas o que mais estava nos chamando a atenção era a possibilidade de fazermos os brinquedos.

Quando nossas sucatas chegaram foi uma grande festa. Uma festa bem bagunçada, mas cheia de rolos de papel higiênico, diversos tipos de caixas e garrafas, tampinhas, dentre outros. Como estava tudo misturado, nossa primeira ação foi organizar, separar, classificar e contar. Mas como tudo virava brincadeira, formamos equipes e cada equipe teve que classificar suas sucatas, reunindo-as em diferentes grupos.

Os critérios que justificaram os agrupamentos tinham que ser pensados pelo grupo, mas depois seriam avaliados pela turma que decidiria se aquele critério estava adequado para aquele tipo de sucata. Tivemos todo tipo de classificação. Alguns optaram em agrupar as sucatas por formato (as de forma arredondada, as pontudas, as quadradas etc.). Outros optaram por tamanhos (grandes, pequenas e médias), e outros pelo produto embalado (rolo de papel, caixas de pasta de dente, garrafas de refrigerante etc.). Mas a parte mais interessante, para nós professoras, eram as estratégias que as crianças criavam para encaixar ou descartar objetos que não “cabiam” nas classificações pré-estabelecidas por elas. Por exemplo, uma caixa no formato de pirâmide de base quadrada deu muito trabalho para o grupo que estava organizando as sucatas pelo formato.

A hora da contagem foi outro desafio, afinal queríamos saber quantas sucatas de cada tipo nós tínhamos, mas cada grupo havia criado seu próprio critério para definir os tipos, então, tivemos que chegar a um padrão comum. O que a humanidade levou milhares de anos para fazer nós fizemos em dois dias...

> Embora os mecanismos de captar informação e de processar essa informação, definindo estratégias de ação, sejam absolutamente individuais e mantenham-se como tal, eles são enriquecidos pelo intercâmbio e pela comunicação, que efetivamente são um pacto (contrato) entre indivíduos. (D’AMBROSIO, 2006, p. 24)

E, a cada descoberta, fazíamos experimentos/atividades que nos ajudavam a entender a matemática daquilo que estávamos fazendo. Foi assim que usamos as nossas embalagens como carimbos, afinal já havíamos descoberto que uma mesma caixa/ embalagem pode ter formatos diferentes, dependendo do lado que você usa. Junto com estas atividades, iniciamos brincadeiras com os Blocos Lógicos. Muitas possibilidades de jogos de lógica e classificação são possíveis com este material.

Figura 2 – Embalagens e carimbos

Fonte: arquivo da autora.

As crianças brincaram/trabalharam com os blocos explorando todas as suas características (tamanho, cor, espessura e formato). Também descobrimos que alguns formatos são mais fáceis de serem empilhados e outros são mais difíceis e outros ainda não podem ser empilhados. Alguns rolam, outros não. As aprendizagens/descobertas eram registradas coletivamente ou individualmente, em forma de desenho ou em atividades no caderno ou nas folhas impressas.

A caixa de sapato já tinha outro nome, era o paralelepípedo, o rolinho de papel higiênico era o cilindro. Mesmo sem termos uma preocupação com a formalização deste tipo de conhecimento, os nomes engraçados e diferentes dos de uso cotidiano acabaram chamando a atenção. E eles viam sólidos geométricos em tudo a sua volta: “[...] O processo como um todo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está obviamente sujeito a condições muito específicas de estímulo e de subordinação ao contexto natural e social de conhecimento” (D’AMBROSIO, 2006, p. 18).

Entretanto, o momento mais esperado do nosso projeto estava chegando. A hora de construir os brinquedos. Já havíamos conversado sobre os brinquedos que tínhamos em casa e os que tínhamos na brinquedoteca, os que mais gostávamos, quantos tínhamos de cada tipo, quem comprava, quanto custava. E estas conversas nos levaram a várias reflexões: a redução dos espaços livres para brincar, a diferença entre os brinquedos de antigamente e os de hoje em dia, sobretudo pelo uso da tecnologia, mas o que mais chamou a atenção deles foi a questão da desigualdade na distribuição dos brinquedos industrializados, porque perceberam na própria turma alguns tinham muito mais brinquedos do que outros e ainda apresentamos a realidade de crianças que viviam em instituições ou na rua que não tinham quem lhes comprasse brinquedos industrializados e só os tinham quando recebiam de doação. Nesse contexto, chegamos a pensar em promover uma grande mobilização envolvendo o Colégio para incentivar a doação de brinquedos para instituições que atendessem a crianças órfãs, mas não conseguimos, embora muitas famílias tenham feito as doações individualmente.

No contexto das discussões sobre compra de brinquedos, também pesquisamos sobre o dinheiro brasileiro. Trouxemos cédulas e moedas que imitavam as verdadeiras. Assistimos a vídeos que contavam a história do dinheiro e de como a humanidade foi desenvolvendo suas relações comerciais desde as trocas até os dias atuais, em que usamos cartões de crédito e compras *online*. Assim, fomos construindo a percepção de que o dinheiro e as relações econômicas de compra e venda e de consumo são uma construção humana e que nem sempre foi como é hoje, ampliando nossa forma de entender o mundo.

Segundo Danyluk (1998), a linguagem matemática a ser lida, interpretada e comunicada é permeada por ideias e ideais da sociedade e da cultura. Nesse sentido, o conhecimento matemático contextualizado revela cultura, tradição e experiências de um grupo ou civilização. Assim, o diálogo e a escuta têm papel significativo, pois ambos motivam e incentivam o pensamento meditativo e o raciocínio dos alunos. Nessa orientação, o aluno compreende o que lê, escreve e comunica suas compreensões a respeito das primeiras noções de aritmética e geometria.

Nossa ideia original, quer dizer, das professoras, era fazer uma grande feira de troca-troca entre as turmas, compartilhando os brinquedos que construíssemos, mas cada turma foi definindo suas preferências e a forma como gostaria de fechar o projeto.

De modo geral, todas as turmas construíram brinquedos, mas nem todas compartilharam, pois, grande parte das crianças gostou tanto dos seus próprios brinquedos que não quis desfazer-se deles. O que nos surpreendeu porque os brinquedos em si não tinham o acabamento e a estética aceitos socialmente. Afinal, para a maioria das professoras também era a primeira experiência como artesãs e, frustradas, descobrimos que, na maioria das vezes, passar da ideia à concretização do objeto é mais complexo do esperávamos.

E os desafios eram de todo tipo, como perceber que a caixinha longa vida precisava de um objeto cortante mais eficaz do que a tesourinha sem ponta para ser cortada ou que sucata ocupa muito espaço e não havíamos pensado nisso antes de iniciar o projeto, o que gerou muitos conflitos no uso do espaço escolar. Mas, de modo geral, o resultado foi maravilhoso, pois o que percebemos é que quando os materiais são colocados nas mãos das crianças, não há a mesma preocupação de acabamento dos objetos, pois o brinquedo é construído para ser imediatamente utilizado, ou seja, a criança constrói seus brinquedos para com eles brincar e já brinca ao construí-los. Portanto, o professor não precisa ser um artista habilidoso, mas uma pessoa com sensibilidade, curiosidade e flexibilidade, não se esquecendo do aspecto lúdico do objeto que a criança constrói.

Uma das turmas, no entanto, foi além e desenvolveu um verdadeiro complexo industrial e comercial para produzir e compartilhar suas produções. Combinamos que destinaríamos um tempo em todas as aulas de matemática para a "fábrica" de brinquedos com sucatas, mas as crianças começaram a diversificar as produções e também fizeram desenhos e objetos de massa de modelar para serem vendidos na lojinha.

Paralelamente, a construção dos brinquedos e enquanto explorávamos as noções de numeral e quantidade, criamos um banco onde as moedas eram palitos de picolé, os "palitostões" e cada criança ganhava "palitostões", como forma de pagamento, assim que acabava uma produção. Era o salário.

Finalmente, com os produtos concluídos e depois de adquirirem algumas noções relacionadas ao comércio como "preço", "troco", "barato", "caro", as crianças se encontravam num estágio que lhes possibilitava "julgar" suas próprias obras e, com base no dinheiro que elas mesmas criaram (os palitostões), discutir os critérios para colocar os preços que achavam justos. Feito isso, colocavam placas com o nome da obra e o valor que deveria ser pago por elas. Para obras que levaram mais tempo para serem concluídas ou muito bem elaboradas, um preço maior, para obras menos trabalhosas ou menos elaboradas, um preço menor. Então, após essa classificação de preços, cada criança montou sua lojinha.

Figura 3 – Placas e preços das obras

Fonte: arquivo da autora.

Foram realizadas duas rodadas de compras, pois a turma se revezava entre compradores e vendedores. Os palitostões ganhos durante o processo de fabricação dos produtos estavam guardados no banco e a caixa do banco era a professora da turma. As compras eram realizadas da seguinte forma: quando uma criança se interessava pelo produto do colega, ia ao banco e retirava os palitostões que representavam o valor do item a ser adquirido. Assim, a compra era realizada.

Essa experiência nos mostrou que estabelecer limites rígidos entre as áreas de conhecimento nos anos iniciais é improdutivo e uma tarefa bastante difícil já que as relações entre as diferentes linguagens, sobretudo na vida cotidiana das crianças pequenas, é uma realidade e elas trazem essa relação para a sala de aula. Pelo exposto, podemos considerar que o domínio de códigos e símbolos, bem como a leitura e escrita não apenas de numerais são aspectos fundamentais para o processo de Alfabetização Matemática. No entanto, tais aspectos precisam estar diretamente vinculados a variados contextos de aprendizagem e formação: social, cultural, político, econômico, etc., não se reduzindo ao matemático “puro” para se atingir o Letramento em Matemática.

Fora da escola, nos deparamos com uma linguagem mista e a criança antes da escolarização aprende a lidar com as diferentes formas de linguagem, tal como deveriam ser apresentadas na escola, ou seja, inseparáveis e fundamentais para compreender e se relacionar com a realidade que promove a articulação entre elas. De fato, tanto na linguagem matemática, quanto na Língua Materna, desenvolve-se um sistema de símbolos específicos para a expressão de suas ideias; entretanto, a forma como essas ideias são representadas na vida demonstra a dependência recíproca entre elas. Assim sendo, a leitura e a interpretação da realidade exigem um conhecimento das ideias e das formas de representação de ambas as linguagens.

> [...] O indivíduo lê as diferentes formas de expressão existentes no mundo social, afetivo e cognitivo... onde está imerso, compreendendo-as e interpretando-as. Faz uma leitura delas e, quando expressa o que compreendeu e interpretou do que leu, comunica seu pensamento, seus sentimentos, impressões, relações etc., podendo usar diferentes linguagens: oral, escrita, plástica, musical, dramática [...]. (ANDRADE, 2005, p. 143)

Desse modo, acreditamos manter viva a matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, dentro de um contexto natural e cultural.

Referências

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática:* elo entre as tradições e a modernidade. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DANYLUK, O. *Alfabetização matemática:* as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, 1998.

EMERIQUE, P. S. Isto ou aquilo: jogo e ensinagem matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org). *Pesquisas em Educação Matemática:* concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

FREIRE, P. (1976). *Ação cultural para a liberdade e outros escritos.* Rio de Janeiro: Paz e Terra.

KING, S. M. *O Homem que Amava Caixas.* São Paulo: Brinque Book. 1997.

KISHIMOTO, T. M. *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.* São Paulo: Cortez, 1997.

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna análise de uma impregnação mútua.* São Paulo: Cortez, 2011.

MAIA, M. G. B.; MARANHÃO, M. C. S. A. Os processos de alfabetização e letramento em matemática e língua materna. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIV, México, 2015. *Anais...* México, 2015. Disponível em: <http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/view/1348/521>. Acesso em: 16 jul. 2015.

SOARES, M. *Alfabetização e letramento.* São Paulo: Contexto, 2011.

TOLEDO, M. *Didática da matemática:* como dois e dois: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

WEISS, L. *Brinquedos e engenhocas:* atividades lúdicas com sucata. São Paulo: Scipione, 1989.

Capítulo 3

O Desenvolvimento do Pensamento Funcional nos Anos Iniciais: Algumas Atividades para Serem Exploradas a Partir do Estudo de Sequências

Jerson Sandro Santos de Souza
Secretaria Municipal de Educação, Manaus-AM
jersoncobain@gmail.com

Leandro de Oliveira Souza
Universidade Federal de Uberlândia
olilean@gmail.com

Introdução

O conceito de função é, sem dúvida, um dos mais importantes de toda a Matemática, dada sua centralidade no estudo de problemas de variação. O conceito de função é uma ferramenta própria para o estudo de leis quantitativas. De maneira intuitiva, funções representam relações de dependência entre duas grandezas e o seu uso faz-se indispensável na leitura matemática de fenômenos da natureza. Esse fato amplia o alcance do conceito, não o restringindo a temas próprios da Matemática.

Embora aspectos muito simples desse conceito possam ser encontrados em épocas anteriores, presentes, por exemplo, na mais elementar operação de contagem, Ponte (1990) salienta que não se trata de uma noção muito antiga. Esse autor relata que o surgimento da noção de função como conceito específico, objeto de estudo da

Matemática, remonta apenas aos finais do século XVII, confundindo-se com os primórdios do Cálculo Infinitesimal.

Considerando seu desenvolvimento histórico, o conceito de função surgiu dentro de um contexto prático, atrelado a problemas com referência na realidade, como uma relação entre quantidades variáveis. Esses problemas concretos forneciam um apelo fortemente intuitivo e rico para o entendimento das limitações desse conceito. Conforme novos problemas eram apresentados e que dependiam da noção de função para serem resolvidos, as limitações das definições, então adotadas, eram explicitadas. Nesse momento, os matemáticos se esforçavam para alcançar cada vez mais clareza, precisão e generalização para suas definições. Esse processo de constante aperfeiçoamento culminou na definição de função como relação entre conjuntos quaisquer, a mais formal e mais utilizada para introduzir o tema.

Na matemática escolar, o apelo intuitivo é ignorado muitas vezes. A preocupação principal acaba sendo a introdução de uma terminologia abstrata, que nunca chega a ser utilizada de forma significativa (PONTE, 1990). Segundo o autor, se toda a terminologia apresentada não for utilizada como ferramenta prática para lidar com situações interessantes, acaba constituindo um vocabulário que meramente se memoriza sem se compreender nem se valorizar. Temos, pois, um contexto que contribui para o surgimento de dificuldades de aprendizagem do conceito de função.

Alguns estudos (VINNER, 1983; SFARD, 1992; SIERPINSKA, 1992; SAJKA, 2003) tiveram por objetivo identificar e compreender as dificuldades de aprendizagem do conceito de função. As conclusões apontam para a dificuldade de: compreender e utilizar a definição de função, o que sugere uma incompatibilidade entre as palavras utilizadas para especificar o conceito e o “retrato mental” evocado; transcrever algebricamente situações; articular as múltiplas representações do conceito de função; manipular os símbolos referentes a esse conceito; construir e interpretar gráficos etc.

Acreditamos que as dificuldades supracitadas podem ser minimizadas ou até contornadas, se buscarmos desenvolver nos educandos o *pensamento funcional* desde os anos iniciais de escolaridade, ou seja, é preciso realizar o desenvolvimento das ideias fundamentais que caracterizam o conceito de função, como variação, regularidade e interdependência, tão importantes para o surgimento do referido conceito, desde o início da escolarização. Com o cultivo do pensamento funcional desde os anos iniciais, as formalizações do conceito de função, que acontecem no final do Ensino Fundamental e início do Ensino Médio, podem ser significativas para os aprendizes.

Nesse sentido, objetivou-se, neste capítulo, tecer alguns comentários e propor algumas atividades que favoreçam o desenvolvimento do pensamento funcional nos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, atentando para as orientações veiculadas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) acerca do ensino de Matemática, em especial de Álgebra, nessa fase de escolarização.

Álgebra, pensamento algébrico e pensamento funcional

No início de sua história, a Álgebra enfocava a formalização e a sistematização de certas técnicas de resolução de problemas (PONTE, 2009a). Conforme o conceito de equação ia sendo definido, a Álgebra começava a ser entendida como o estudo da resolução de equações.

Embora Diofanto (~200~284) tenha desenvolvido diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações num estilo de linguagem conhecido como *sincopado*, que envolvia pequenas abreviações de termos em linguagem natural, foi apenas com a introdução da moderna notação algébrica por François Viète (1540-1603) que a Álgebra ingressou em uma nova fase, a da Álgebra simbólica. Nessa época, caracterizada por grandes progressos na resolução de equações, uma questão fulcral da teoria das equações é discutida no meio matemático: quantas soluções pode ter uma equação de grau *n*? Albert Girard (1595-1632) foi o primeiro a afirmar, em 1629, num livro intitulado *Invention nouvelle en l'Algèbre*, que toda equação de grau *n* tem *n* soluções. Este teorema, atualmente chamado de Teorema Fundamental da Álgebra, teve diversas propostas de demonstração, todas refutadas, sendo finalmente demonstrado de modo considerado satisfatório por Argand (1768-1822) e por Gauss (1777-1855) (PONTE, 2009a).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) afirmam que a história da Álgebra se divide em dois grandes momentos: Álgebra Clássica e Álgebra Moderna, se considerarmos a mudança qualitativa da natureza do objeto de investigação desse campo do conhecimento. Segundo estes autores, a distinção entre Álgebra Clássica e Álgebra Moderna fica evidente, em termos epistemológicos, no

> momento em que se teve a clara percepção de que o objeto de investigação desse campo do conhecimento ultrapassava o domínio exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, discretas ou contínuas, para centrar-se no estudo das operações arbitrariamente definidas sobre objetos abstratos, não necessariamente interpretáveis em termos quantitativos, isto é, sobre estruturas matemáticas tais como grupos, anéis, corpos etc. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 78)

Consoante Ponte (2009a), o período da Álgebra Clássica se encerra com a apresentação de dois importantes resultados que marcaram a etapa final do desenvolvimento da teoria das equações algébricas. O primeiro resultado é a prova, dada por Abel (1802-1829), da impossibilidade de encontrar uma solução geral para uma equação com coeficientes arbitrários de grau superior ao 4º. O segundo é a formulação das condições necessárias e suficientes para que uma equação de grau superior ao 4º tenha solução por métodos algébricos, dada por Galois (1811-1832).

A partir de meados do século XIX, a Álgebra conheceu uma profunda evolução. Os dois resultados supracitados juntamente com a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra esgotaram o estudo das equações algébricas.

> A partir dessa altura, a atenção dos matemáticos volta-se cada vez mais para o estudo de equações não algébricas, ou seja, para o estudo de equações diferenciais, tanto ordinárias como com derivadas parciais e para o estudo de equações envolvendo objetos matemáticos como funções. Outros matemáticos dedicam-se a partir daí ao estudo de estruturas abstratas como grupo, espaço vetorial, anel e corpo, temas que passam a constituir o núcleo central da "Álgebra Moderna". (PONTE, 2009a, p. 7)

A análise desses episódios históricos revela o sentido da evolução da natureza dos objetos matemáticos tratados pela Álgebra: do estudo das expressões e equações para o estudo de relações matemáticas abstratas. É claro que a gradativa mudança da natureza do objeto de investigação da Álgebra implica diferentes maneiras de concebê-la.

A partir da análise das diferentes leituras do desenvolvimento histórico da Álgebra, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) caracterizaram as quatro concepções mais frequentes relativamente a esse campo do conhecimento matemático: a *processológica*, a *linguístico-estilística*, a *linguístico-sintático-semântica* e a *linguístico-postulacional*. Observe o Quadro 1.

Quadro 1 – Concepções de Álgebra

PROCESSOLÓGICA	A Álgebra é um conjunto de técnicas, artifícios, processos e métodos para abordar certos tipos de problemas, e o pensamento algébrico existe independentem ente de uma forma específica de linguagem que o expresse.
LINGUÍSTICO-ESTILÍSTICA	A Álgebra é uma linguagem própria, criada para expressar, de maneira concisa, o pensamento algébrico e os procedimentos específicos de resolução de certos tipos de problemas. Nesta concepção, a ênfase está na forma de expressão do pensamento algébrico e não na forma como esse pensamento se manifesta.
LINGUÍSTICO-SINTÁTICO-SEMÂNTICA	A Álgebra é uma linguagem simbólica, cujo poder criativo e instrumental não reside apenas no domínio dessa forma de representar o pensamento algébrico, mas em sua capacidade operatória de expressar e efetuar transformações algébricas estritamente simbólicas, possível apenas quando os signos dessa linguagem adquiriram o caráter de símbolos[1].
LINGUÍSTICO-POSTULACIONAL	A Álgebra é uma linguagem simbólica de caráter abrangente, cujos símbolos não designam apenas uma quantidade geral, discreta ou contínua, mas também entidades matemáticas que não estão, necessariamente, sujeitas ao tratamento quantitativo. Esta concepção imprime aos signos linguísticos um grau de abstração e generalidade sem precedentes, estendendo o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática.

Fonte: Adaptado de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

É inegável, como aponta o Quadro 1, a centralidade dos símbolos no campo

[1] Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 82-83), os signos da Álgebra adquirem o caráter de símbolos, em termos históricos, quando "se estabelece, ao nível semântico, a sutil e fundamental distinção entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas ou contínuas, determinadas e particulares, e o uso da letra para representar genericamente quantidades genéricas".

da Álgebra. Nesse sentido, as concepções de Álgebra tenderam a priorizar, em seus momentos históricos, a linguagem algébrica em detrimento do pensamento algébrico.

Não é difícil entender que essas concepções de Álgebra reverberam, de certo modo, para o âmbito da Matemática escolar. Nesse contexto, as concepções de Álgebra escolar "praticamente reduzem o ensino da álgebra aos seus aspectos linguísticos e transformistas, dando mais ênfase à sintaxe da linguagem algébrica que ao pensamento algébrico e seu processo de significação (a semântica)" (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 4).

Para Ponte (2009), mesmo depois de profundas mudanças qualitativas nos objetos de estudo da Álgebra, encarar o trabalho em Álgebra como a manipulação dos símbolos e das expressões algébricas continua a persistir. Ainda segundo este autor:

> A perspectiva prevalecente dos que estudaram este tema é que se trata de um conjunto de *regras de transformação de expressões* (monômios, polinômios, frações algébricas, expressões com radicais…) e processos de resolução de equações do 1º e 2º grau e de sistemas de equações. (PONTE, 2009, p. 7-8)

É verdade que os símbolos tiveram uma participação ímpar no desenvolvimento da Álgebra, por isso não podemos minimizar sua importância. Historicamente, a Álgebra desenvolveu sua própria linguagem para comunicar suas ideias e conceitos de forma rigorosa e condensada, fazendo, para tanto, uso de sinais e letras do nosso e de outros alfabetos. O poder do simbolismo algébrico permitiu não só a expressão do pensamento algébrico de forma concisa, mas a emergência de um útil instrumento para a resolução de problemas. No entanto, como aponta Canavarro (2009), embora a Álgebra tenha passado a ser encarada como o estudo ou uso de sistemas simbólicos, são os significados que estão no cerne do pensamento algébrico, isto é, a Álgebra preconiza o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão.

Essa concepção também é tratada por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), que salientam que a Álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos tipos de problemas, ela mesma é uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo. Ponte (2009a) afirma que a linguagem algébrica permite o distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos designam, deste modo, a simbologia algébrica e sua respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas; entretanto, esta vida própria tende a desligar-se dos referentes concretos iniciais e corre o sério risco de se tornar incompreensível para o aluno

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), a tendência de o ensino tradicional de Álgebra priorizar o desenvolvimento, por parte do aprendiz, de habilidades manipulativas das expressões algébricas, se baseia na crença de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir da manipulação da linguagem simbólica da Álgebra, ou seja, numa suposta relação de subordinação entre pensamento algébrico e linguagem algébrica. Para estes autores, não deve haver uma relação de subordinação entre pensamento e linguagem algébricos, mas, sim, uma relação de natureza dialética. E é a não subordinação do pensamento algébrico à linguagem algébrica que possibilita a iniciação de alunos dos primeiros anos de escolaridade ao desenvolvimento desse tipo de pensamento. Inclusive, há outras formas de expressar o pensamento algébrico que não a linguagem algébrica, como a linguagem natural, as tabelas, os diagramas e os gráficos (CANAVARRO, 2009). *Mas, afinal, quais seriam as características de um pensamento que poderia ser definido como algébrico?*

Blanton e Kaput (2005) caracterizam o pensamento algébrico como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413). Adotando-se a referida definição, considerar a centralidade do conceito de pensamento algébrico para o ensino da Álgebra Escolar implica romper com aquela concepção tradicional que reduz o ensino desse tema a manipulações de símbolos e à reprodução acrítica de regras operatórias. O foco passa a ser o desenvovimento de habilidades que proporcionem aos educandos a compreensão dos conceitos e procedimentos algébricos, dando oportunidade a eles de conjecturarem, testarem e explicarem suas construções. Admite-se que a linguagem algébrica não é o único meio para expressar generalizações de ideias matemáticas, mas a linguagem natural, as tabelas, os diagramas e os gráficos, bem como outras construções, também podem ser usadas para tanto; os caminhos utilizados pelos aprendizes serão cada vez mais formais e apropriados à sua idade, preceito que confere um caráter formativo ao ensino de Álgebra.

Há um reflexo dessa perspectiva de ensino de Álgebra em documentos oficiais que orientam a prática pedagógica. A BNCC aponta que a unidade temática Álgebra tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico e, para esse desenvolvimento, afirma que:

> é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, *com compreensão dos procedimentos utilizados*. (BRASIL, 2017, p .226, grifo nosso)

Blanton e Kaput (2005) ampliaram significativamente a noção de pensamento algébrico ao apontarem os diferentes contextos em que esse tipo de pensamento pode se manifestar. Estes autores categorizaram o pensamento algébrico em quatro vertentes, sendo as duas primeiras (aritmética generalizada e pensamento funcional) as mais adequadas de serem desenvolvidas nos primeiros anos de escolaridade, são elas: a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações.

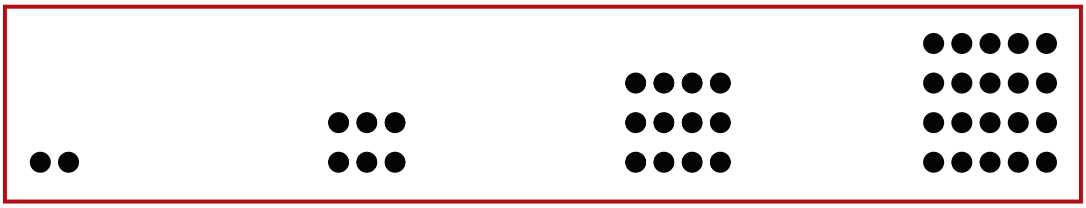
Vamos nos concentrar, mais adiante, no pensamento funcional. Para clarificar as características dessa vertente do pensamento algébrico e diferenciá-la da aritmética generalizada, são discutidos, a seguir, dois exemplos que acentuam as particularidades dessas duas vertentes, fundamentais para o ensino de Álgebra nos anos iniciais.

Exemplo 1 (aritmética generalizada): *Analisando a expressão (6 + 5) + 7 = 6 + (n + 7), que número n representa? Explique o que você fez para determiná-lo.*

Antes de discutirmos sobre as especificidades da aritmética generalizada e do pensamento funcional, é importante entendermos que a atividade de *generalizar* é o cerne do pensamento algébrico, portanto, essa é uma característica comum às duas vertentes. No caso da aritmética generalizada, as generalizações pautam-se no caráter potencialmente algébrico da Aritmética, que deve ser explorado explícita e sistematicamente, extrapolando de casos particulares aspectos gerais referentes às operações aritméticas e suas propriedades e ao raciocínio acerca de relações entre números. No exemplo 1, os alunos poderiam resolver o problema somando os três números do primeiro membro, 6 + 5 + 7 = 18, e depois os dois do segundo membro, 6 + 7 = 13, o valor de *n* seria o que resta para 13 chegar a 18, ou seja, 5. Se assim os alunos procedessem, demonstrariam total dependência da realização das operações contidas na expressão para a resolução da questão. A aritmética generalizada seria evidente se alunos explorassem o aspecto mais geral da estrutura matemática da situação, e relevante para a resolução da questão, neste caso, a propriedade associativa da adição, pois para quaisquer a, b e c reais, (a + b) + c = a + (b + c). Sobre esse aspecto, afirma Canavarro (2009, p. 89):

> É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que 33 + 8 = 8 + 33 não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente).

Exemplo 2 (pensamento funcional): *Se as próximas figuras da sequência abaixo obedecem ao mesmo padrão observado nas figuras iniciais, então quantos pontinhos terá a 100ª figura?*



É claro que, com muito esforço, essa questão pode ser resolvida sem fazer apelo a um raciocínio mais elaborado. Basta desenhar mais 96 figuras e o problema estará resolvido. Contudo, o dito raciocínio mais elaborado pode tanto reduzir o trabalho quanto facilitar o entendimento do comportamento do "fenômeno" como um todo. Isto é possível, em particular, porque o nosso fenômeno fictício possui uma regularidade. Agora, se em vez de recorrer ao método exaustivo de desenhar as 96 figuras restantes, os alunos resolvessem o problema explorando o padrão de crescimento da sequência, haveria evidências de pensamento funcional.

O pensamento funcional refere-se à generalização a partir da descrição de como variam duas quantidades relacionadas, ideia fundamental para o conceito matemático de função. Segundo Canavarro (2009, p. 90), “esta vertente inicia-se frequentemente com a generalização de padrões, estabelecendo conexões entre padrões geométricos e numéricos para descrever relações funcionais”. No caso do exemplo 2, o pensamento funcional seria evidente se os educandos percebessem que os pontinhos se organizam de modo a formarem retângulos, em que a quantidade de pontinhos que cada retângulo tem de altura é igual ao número natural que representa a posição dessa figura, isto é, a primeira figura tem 1 pontinho de altura, a segunda tem 2 pontinhos de altura e assim por diante, e que a base de cada figura tem um pontinho a mais que a altura. Como a quantidade de pontinhos de uma figura é o produto da quantidade de pontinhos da base pela quantidade de pontinhos da altura, uma forma de expressar o padrão identificado seria dizendo que: *a quantidade de pontinhos é o produto da posição atual pela posição seguinte*. Logo, temos para a primeira figura: 1 x 2 = 2 pontinhos, para a segunda: 2 x 3 = 6, para a terceira: 3 x 4 =12, para a quarta: 4 x 5 = 20, e para a centésima figura temos 100 x 101 = 10100 pontinhos.

O importante de se destacar nesse tipo de atividade é a relação de dependência entre duas grandezas, em que a variação de uma implica a variação da outra, no caso, a quantidade de pontinhos de cada figura depende de sua posição. Há outras formas de expressar essa generalização. Se chamarmos de q a quantidade de pontinhos de cada figura e de p a posição da mesma, então a quantidade de pontinhos de uma figura qualquer é dada por: $q = p. (p + 1)$, com $p + 1$ indicando a posição seguinte. Entretanto, em relação às formas de expressar as generalizações de padrões nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC sugere a seguinte limitação: “nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam” (BRASIL, 2017, p. 226). Já as demais formas de expressar o pensamento funcional, linguagem natural, tabelas, digramas e gráficos podem perfeitamente ser trabalhadas com alunos dessa fase de escolaridade. Inclusive, Smole, Centurión e Diniz (1989) defendem que a representação gráfica pode ser explorada já nos primeiros anos do ensino fundamental com o intuito de familiarizar o aluno com a interpretação de gráficos e o conceito de função. Estes autores sugerem, a partir de problemas concretos e interessantes, a construção e a interpretação de tabelas e gráficos, sendo que as situações apresentadas devem sempre se reportar ao universo mais próximo do aprendiz.

Beck e Silva (2015) salientam que o conceito de pensamento algébrico está fortemente associado a problemas que envolvem sequências e combinações de objetos, problemas estes centrados na ideia de *regularidade e previsibilidade*. A concepção destes autores é corroborada pela BNCC, quando considera que "a relação dessa unidade temática [Álgebra] com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação" (BRASIL, 2017, p. 226). O Quadro 2 explicita a predominância do estudo de sequências no Ensino Fundamental – Anos Iniciais.

Quadro 2 – Objetos de conhecimento referentes à unidade temática Álgebra – Anos Iniciais

ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO
1º	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.
	Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas.
2º	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.
3º	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.
	Relação de igualdade.
4º	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.
	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão.
	Propriedades da igualdade.
5º	Propriedades da igualdade e noção de equivalência.
	Grandezas diretamente proporcionais.
	Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais.

Fonte: Brasil (2017).

Observa-se (Quadro 2) que, no 1º e 2º anos, o pensamento algébrico está exclusivamente ligado ao estudo de sequências, a vertente da aritmética generalizada surge apenas no 3º ano com o estudo da relação de igualdade. No 4º ano, essa vertente é representada pelos objetos de conhecimento: relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão e propriedades da igualdade; já no 5º ano pelos objetos de conhecimento: propriedades da igualdade e noção de equivalência. Os demais objetos de conhecimento referem-se ao pensamento funcional. Assim como a ideia de sequência, a de proporcionalidade também se encaixa na vertente do pensamento funcional, pois como sugere a BNCC: "a noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três)" (BRASIL, 2017, p. 226).

Sobre a relação entre o estudo de sequências e o desenvolvimento do pensamento funcional, Ponte (2009b) afirma que:

> O trabalho com sequências – de figuras, números ou outro tipo de objetos – conduz naturalmente ao estudo de regularidades. Este trabalho é um excelente veículo para *promover o pensamento sobre variáveis e funções*. Em particular, permite aos alunos desenvolver a capacidade de estabelecer generalizações, um aspecto fundamental do raciocínio matemático. Além disso, favorece o desenvolvimento da capacidade de fazer representações, quer através de diagramas e esquemas, quer usando a linguagem algébrica. (PONTE, 2009b, p. 4, grifo nosso)

Devido à predominância do estudo de sequências para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade e à importância desse tema para o desenvolvimento do pensamento funcional, focalizaremos, aqui, esse objeto de conhecimento.

O Quadro 2 faz referência aos termos *sequência repetitiva* e *sequência recursiva*, mas o que significam?

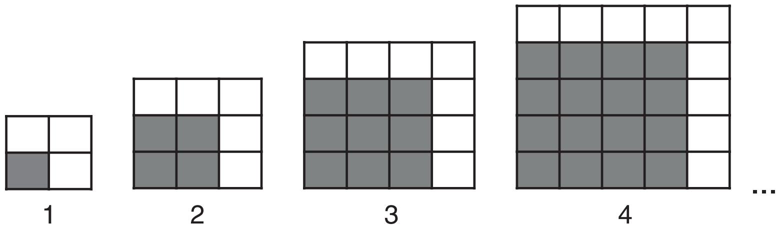
Uma sequência repetitiva apresenta uma unidade, formada por certa quantidade de elementos, que se repete de forma cíclica, e é a justaposição desses blocos idênticos de termos que constitui toda a sequência. Observe os exemplos a seguir:

☆△☆△☆△☆△☆△ ...
ABCCABCCABCCABCCABCC ...
cachorro, gato, tatu, cachorro, gato, tatu, cachorro, gato, tatu, cachorro, gato, tatu, ...

A identificação da unidade que se repete em sequências repetitivas permite ao educando continuar a representação do padrão e, por meio da generalização, determinar a posição de diversos elementos. Threlfall (1999) argumenta que o uso de padrões repetidos constitui um veículo para o trabalho com símbolos, um caminho conceitual para a Álgebra e um contexto para a generalização. Além disso, esse autor defende que o trabalho com sequências repetitivas deve ser continuado para além dos anos iniciais, pois crianças mais novas, mesmo conseguindo continuar a sequência usando métodos rítmicos, têm dificuldade de compreender a unidade que se repete e isso dificulta a generalização.

Já uma sequência recursiva, considerando a etapa de escolarização pretendida, é aquela em que cada termo da sequência depende do termo anterior; por exemplo, a sequência cujo primeiro termo é 1 e os demais são iguais ao anterior acrescido de 2: (1, 3, 5, 7, 9, 11, ...). Entretanto, a palavra recursão também pode ser utilizada para designar a estratégia utilizada pelo aprendiz para resolver questões que envolvem sequências. Para não tornar ambígua a presente discussão e ampliar a compreensão do leque de possibilidades que o uso de sequências pode proporcionar, utilizaremos a ideia de sequência crescente, ao invés da de sequência recursiva. Segundo Ponte (2009a, p. 42), "as *sequências crescentes* são constituídas por elementos ou termos diferentes. Cada termo na sequência depende do termo anterior e da sua posição na sequência [a ordem do termo]". Nesse sentido, o trabalho com sequências crescentes permite, além do emprego da estratégia de recursão (reportar-se ao termo anterior), a utilização de uma regra que possibilite a determinação de cada termo da sequência a partir de sua posição. Vejamos alguns exemplos:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, ...



As sequências crescentes podem auxiliar na construção da ideia de dependência entre grandezas a partir do momento em que o aprendiz, munido da vontade de identificar que termo ocupará determinada posição, estabelece uma relação de natureza geral que possibilita determinar qualquer termo da sequência em função de sua posição. Tall (1992) adverte que o uso da estratégia recursiva, mesmo sendo um caminho para a generalização, dificilmente conduz o aluno à construção da regra geral que descreve a sequência. Esse fato pode ser um sério obstáculo se o objetivo for desenvolver o pensamento funcional. Quanto às estratégicas usadas na resolução de questões envolvendo sequências, Ponte (2009b) afirma que existem duas: as *locais* (processo recursivo), indicando como passar de um termo para o seguinte; e as *globais* (termo geral), estabelecendo, por meio de palavras ou por uma expressão algébrica, uma relação de natureza geral que descreve toda a regularidade.

O trabalho com sequências está mais associado ao desenvolvimento do pensamento funcional, pois a “a análise de sequências permite aos alunos progredir de raciocínios recursivos para raciocínios envolvendo relações funcionais” (PONTE, 2009a, p. 41). Com base no Quadro 2, podemos afirmar que o pensamento funcional é útil não apenas no sentido de preparar os alunos para posteriores formalizações do conceito de função, mas também para iniciá-los no desenvolvimento do pensamento algébrico como um todo.

Sobre as especificidades das duas vertentes, tanto a vertente da aritmética generalizada quanto a do pensamento funcional centram-se na ideia de generalização de padrões. A primeira refere-se à generalização de ideias matemáticas concernentes à estrutura da Aritmética, explorando os aspectos gerais das operações aritméticas e suas propriedades, enquanto a segunda versa sobre a generalização de padrões numéricos para descrever a relação de dependência entre quantidades variáveis.

Atividades para o desenvolvimento do pensamento funcional

Nesta seção, discorreremos sobre uma forma alternativa para abordar o tema sequências. Para tanto, apoiamo-nos nas vantagens pedagógicas que a tecnologia pode oferecer.

O mundo de hoje impõe à criança um contato precoce com a tecnologia. E é essa familiarização adiantada que torna possível a utilização de tecnologias digitais, desde os anos iniciais, como recursos didáticos na promoção da aprendizagem da Matemática. Quando não utilizadas tendo um fim em si mesmas, as novas tecnologias podem proporcionar novas e prazerosas formas de interação e de aprendizado. Quanto à utilização de recursos tecnológicos no contexto da Álgebra Escolar, Duarte (2012, p. 1928) comenta que "os desenvolvimentos recentes da tecnologia, ao nível das suas caraterísticas dinâmicas e interativas, a par das múltiplas representações que disponibiliza, têm vindo a mudar as perspectivas sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos". A BNCC, orientando-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos, defende que "os recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas" (BRASIL, 2017, p. 232).

Entretanto, as atividades conduzidas em contextos de uso da tecnologia devem pautar-se no objetivo de desenvolver alguma noção matemática e fomentar sua posterior formalização, pois se o professor não tiver uma sólida ideia do que pretende alcançar com a atividade que propôs, as tarefas podem diluir-se na prerrogativa do lúdico pelo lúdico. Nesse sentido e reportando-se aos recursos didáticos citados no parágrafo anterior, a BNCC afirma que "esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização" (BRASIL, 2017, p. 232).

Sendo assim, as ferramentas tecnológicas que apresentaremos aqui (*applets*) devem ser utilizadas de forma crítica e reflexiva, como um instrumento para validar estratégias e resultados. Além disso, as atividades baseadas nessas ferramentas devem propiciar discussões em sala de aula, permitindo ao educando argumentar e justificar suas construções.

> As *applets*, incluindo as *applets* algébricas, são aplicações dinâmicas e interativas, focadas em tópicos particulares, que podem servir para mostrar, visualizar, explorar e ensinar diferentes conceitos, apoiadas em sub-modelos emergentes que ligam a simbolização com o significado e dão constante feedback.(DUARTE, 2012, p. 1931)

A seguir, apresentaremos três *applets* que podem incrementar o trabalho com sequências no Ensino Fundamental – Anos Iniciais.

Pattern Generator[2]

Esse *applet* centra-se na identificação de padrões repetitivos em sequências de números, de letras, de formas geométricas ou de figuras em geral. Para o aluno identificar o padrão, ele inicia apresentando alguns termos da sequência, podem ser os primeiros termos da mesma ou intercalados. O aluno deve clicar no elemento e arrastá-lo do quadro à direita (Figura 1) para a posição que julgar correta, segundo o padrão da sequência. Se o aprendiz arrastar um elemento incorreto para certa posição, o *applet* não permite que este objeto fique no quadro da sequência, devolvendo-o ao quadro à direita. O *Pattern Generator* apresenta três níveis de dificuldade, de acordo com o padrão da sequência, e dois botões básicos, o *Reset Board*, para reiniciar o preenchimento da sequência, e o *Next Pattern*, para mudar para uma nova sequência. Como proposta para sala de aula, pode-se pedir aos aprendizes para expressarem por escrito os padrões identificados. Não devemos, pois, esquecer que o que nos interessa, em especial, é

[2] Disponível em: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/PatternGenerator/>. Acesso em: 31 maio 2017.

proporcionar oportunidades para os alunos generalizarem ideias matemáticas a partir de casos particulares e elaborarem justificativas e argumentações para suas construções.

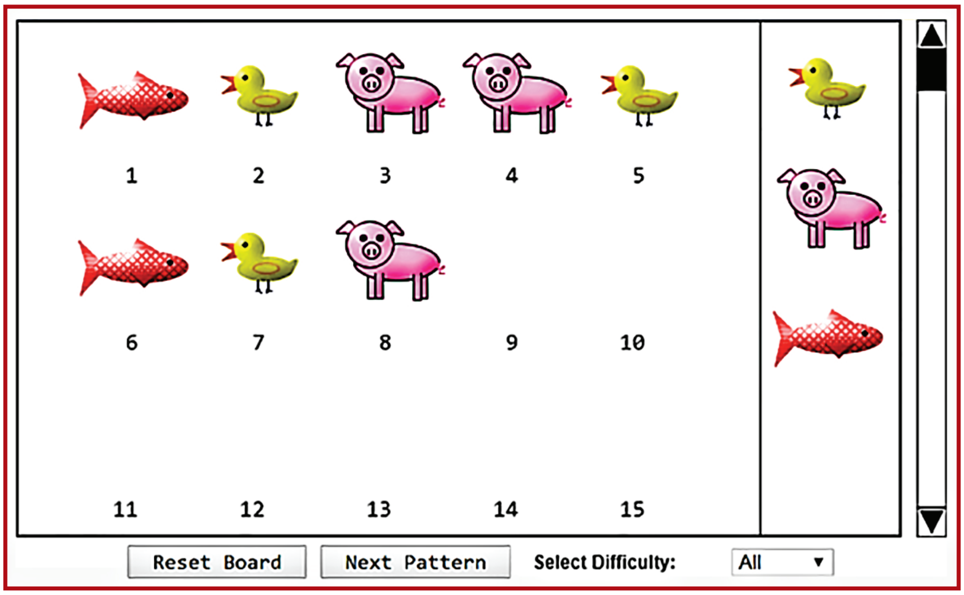


Figura 1 – Tela inicial do Pattern Generator

Fonte: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/PatternGenerator/>

Giramundo[3]

Esse *applet* apresenta uma maneira diferente de trabalhar com padrões repetitivos, que é por meio de diferentes inclinações de objetos. A ideia é identificar o padrão de inclinação obedecido pelos objetos apresentados e completar a sequência. Para completá-la, o aluno deve girar a figura clicando em "Girar" e segurar o clique até que a figura fique na posição desejada. Em seguida ele deve clicar e arrastar a figura, usando o mouse, até o local indicado. Se estiver correto, uma mensagem de congratulação aparecerá na tela, daí o aluno deve clicar no botão "Próximo", caso contrário, uma mensagem o informará do equívoco, e o educando deve tentar novamente. O *applet* possui o botão "Desafios", clicando nele duas perguntas surgem na tela, que podem ser discutidas na sala de aula: "Você usou alguma estratégia para resolver cada desafio? Quanto devo girar a figura para obter cada um dos elementos de cada sequência?"

[3] Disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/>. Acesso em: 31 maio 2017.

Figura 2 – Tela inicial do Giramundo

Fonte: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/>

Tables and Chairs[4]

Nesse *applet*, o aprendiz tem de descobrir o número de cadeiras (retângulos amarelos) que se ajustarão ao redor de mesas (retângulos marrons) dispostas geometricamente. Há dois arranjos possíveis para as mesas: em linha reta (Figura 3) ou em retângulo (Figura 4). Há ainda dois tipos disponíveis de mesas: mesas para quatro cadeiras (Figura 3) ou mesas para seis cadeiras (Figura 4), sendo que esses tipos diferentes de mesas exigirão procedimentos razoavelmente diferentes de contagem. Para iniciar a atividade, o aluno deve selecionar o modo *Guess* e o tipo de disposição das mesas. O *Tables and Chairs* apresentará uma diposição aleatória de mesas eperguntará ao aluno: “Quantas cadeiras são necessárias para este arranjo?”. Em seguida, o aluno deve escrever uma resposta numérica na caixa de texto que fica no canto inferior direito e clicar no botão *Check*. Se o aluno acertar a resposta, o *applet* devolve uma mensagem de aprovação. Caso contrário, dependendo da resposta dada, o *applet* devolve uma mensagem avisando que são necessárias mais cadeiras ou menos cadeiras. No contexto da sala de aula, pode-

4 Disponível em: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/PatternGenerator/>. Acesso em: 31 maio 2017.

se pedir aos alunos para elaborarem uma regra que possibilite determinar o número de cadeiras, em cada disposição possível, a partir do número de mesas. Nesse sentido, o *Tables and Chairs* pode propiciar um excelente momento para desenvolver nos alunos a capacidade de conjecturar, de formular e justificar generalizações.

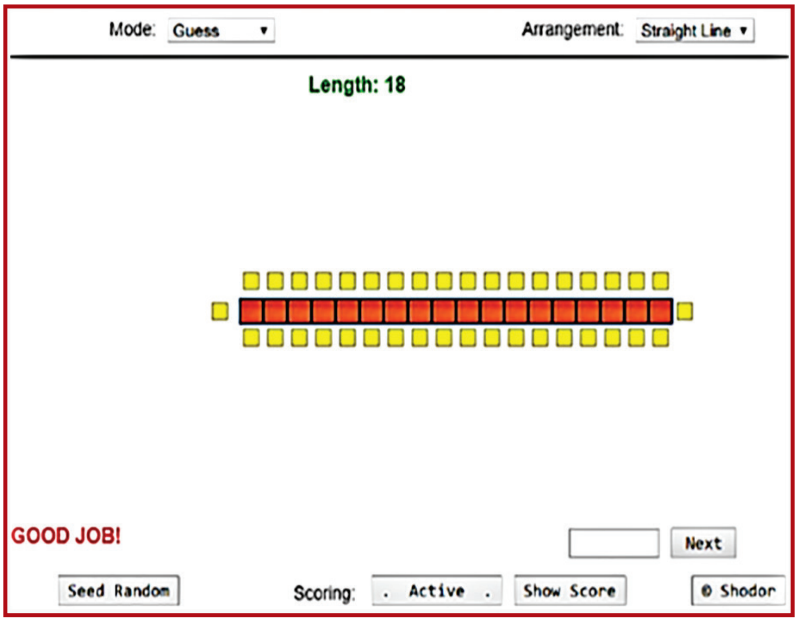


Figura 3 – Tela inicial do Tables and Chairs (linha reta)

Fonte: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/Chairs/>

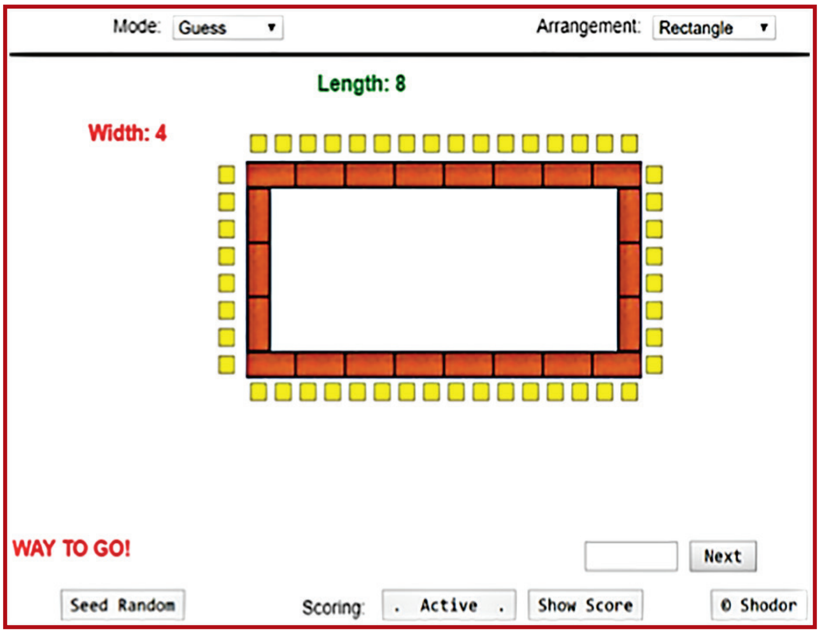


Figura 4 – Tela inicial do Tables and Chairs (retângulo)

Fonte: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/Chairs/>

Considerações Finais

Entende-se que atividades baseadas nos três *applets* apresentados devem levar em consideração uma perspectiva de complementaridade em relação aos recursos comumente utilizados em sala de aula, o que significa dizer que tais atividades devem contemplar, em paralelo, o uso de lápis e papel. Tal perspectiva é fundamental, pois mesmo os *applets* permitindo o trabalho exploratório e a interatividade com objetos matemáticos em diferentes representações, o que incentiva a colocação de conjecturas, o foco é a comunicação, geralmente escrita, de uma generalização oriunda do reconhecimento daquilo que é comum numa dada situação matemática.

Em especial, o professor, na qualidade de mediador, deve auxiliar o aprendiz a concentrar-se nas estruturas matemáticas contidas na situação em estudo e promover a representação das generalizações. Além disso, após as atividades, ele tem de organizar uma síntese dos principais aspectos formais do conteúdo, procurando fazer a passagem do conhecimento, do plano individual e subjetivo, à dimensão de referência histórica e cultural do saber matemático. Enfim, "ajudar os alunos a construir um repertório de ferramentas intelectuais que os apoiem no desenvolvimento do pensamento algébrico é uma importante função que o professor deve assumir" (CANAVARRO, 2009, p. 110).

De um modo geral, a ideia de pensamento funcional deve ser operacionalizada já nos primeiros anos de escolaridade, a partir do trabalho com sequências repetitivas e crescentes, com o intuito de possibilitar aos alunos a construção das ideias de variação, interdependência e regularidade. Essas ideias servirão, posteriormente, como conceitos-âncora que facilitarão a assimilação da definição formal do conceito de função e de toda a terminologia abstrata relacionada ao tema. Para tanto, as novas tecnologias, a par das suas caraterísticas dinâmicas e interativas, devem ser encaradas como ferramentas de intervenção pedagógica favorecedoras do pensamento algébrico. Como "no Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais" (BRASIL, 2017, p. 226), uma abordagem qualitativa e precoce do conceito de função pode não apenas minimizar as principais dificuldades de aprendizagem desse conceito, mas também propiciar aos aprendizes uma visão mais positiva da Matemática.

Referências

BECK, V. C.; SILVA, J. A. O estado da arte das pesquisas sobre o pensamento algébrico com crianças. *REVEMAT*, Florianópolis-SC, v. 10, n. 2, p. 197-208, 2015.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, Boston, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília-DF: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 20 maio 2017.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, Lisboa-PT, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2009.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. *Bolema*, Rio Claro-SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

DUARTE, J. A. O. Tecnologias para desenvolver o pensamento algébrico. In: CONGRESSO INTERNACIONAL TIC E EDUCAÇÃO, 2., 2012, Lisboa. *Anais...* Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2012, p. 1927-1943. Disponível em: <http://ticeduca.ie.ul.pt/atas/pdf/362.pdf>. Acesso em: 20 maio 2017.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, Campinas: Cortez Editora, v. 4, n. 1, ano 10, p. 78-91, mar. 1993.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; CRISTÓVÃO, E. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR, 2005, Lisboa. *Anais...* Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm>. Acesso em: 20 maio 2017.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de matemática. *Educação e Matemática, APM*, Portugal, n. 15, p. 3-9, 1990.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *A Álgebra no ensino básico.* Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular – DGIDC, Lisboa, 2009a.

PONTE, J. P.; MATOS, A.; BRANCO, N. *Sequências e funções*. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular – DGIDC, Lisboa, 2009b.

SAJKA, M. A. A secondary school student's understanding of the concept of function: a case study. *Educational Studies in Mathematics*, 53, p. 229-254, 2003.

SFARD, A. Operational origins of mathematical objetcs and the quandary of reification: the case of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). *The concept of function:* aspects of epistemology and pedagogy. M. A. A. notes, Washington, D.C., v. 25, p. 59-84, 1992.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy.* M. A. A. Notes, Washington, D.C., v. 25, p. 25-58, 1992.

SMOLE, K. C. S., CENTURIÓN, M. R., DINIZ, M. I. S. V. A interpretação gráfica e o ensino de funções. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 14, 1989.

TALL, D. The transition from arithmetic to algebra: number patterns, or proceptual programming? In: BATURO, A.; COOPER, T. (Ed.). *New Directions in Algebra Education:* proceedings of the second Annual Conference on Mathematics Teaching and Learning. Brisbane: Queensland University of Technology, 1992, p. 213-231.

THRELFALL, J. Repeating patterns in the early primary years. In: ORTON, A. (Ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics.* London: Cassell, 1999, p.18-30.

VINNER, S. Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 14, n. 3, p. 293-305, 1983.

Capítulo 4

A Investigação Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: Possibilidades com a Literatura Infantil

Antonio Carlos de Souza
Universidade Estadual Paulista – UNESP
ac.souza@unesp.br

Rosa Monteiro Paulo
Universidade Estadual Paulista – UNESP
rosa.paulo@unesp.br

Introdução

No presente capítulo, apresentamos algumas tarefas relacionadas à utilização da literatura infantil nas aulas de Matemática, que podem ser exploradas nos anos finais da Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tais tarefas são oriundas de trabalhos desenvolvidos pelo primeiro autor quando lecionava para alunos da Educação Infantil.

A análise da produção dos alunos e da própria prática docente abriu a possibilidade de reflexão que culminou em novas propostas de ação para a sala de aula, apresentadas e discutidas em minicursos com professores que ensinam Matemática. A interlocução com os professores, bem como com alunos da Licenciatura em Matemática e da Pedagogia, participantes dos minicursos oferecidos em eventos, como, por exemplo, no III Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (Universidade Federal de Lavras) e na

XI Semana de Ciência e Tecnologia de Itacoatiara (Universidade Federal do Amazonas), realizados em 2014, geraram novas discussões que, por sua vez, possibilitaram novo trabalho revelando o próprio movimento de produção de conhecimento que culminou na escrita deste texto. A intenção é, portanto, apresentar o produzido, abrindo-se nova oportunidade de diálogo e reflexão com professores bem como discutir modos de trabalhar a ideia de número com crianças desses anos da escolaridade.

As tarefas[1] elaboradas e discutidas tomam como solo a literatura infantil e são conduzidas na abordagem investigativa[2]. Essa opção dá-se, pois, conforme afirma Coelho (2000), pois a literatura traz o entretenimento provocando emoções, dando prazer, divertindo e possibilita a mudança de olhar do leitor para aspectos do mundo percebido, favorecendo o desenvolvimento de situações didáticas que privilegiem a percepção e a criação. Amarilha (1997), ao tratar do modo pelo qual a literatura pode estar presente na sala de aula, diz que o ouvinte de uma história se envolve intelectual, emocional e imaginativamente em eventos diferentes daqueles que está vivendo no dia a dia, experimentando fatos, sentimentos e reações de prazer ou frustração. Esse envolvimento, segundo o que compreendemos, também possibilita o ouvir.

O ouvir é o solo a partir do qual o *diálogo* se torna possível. O diálogo, conforme exposto em Paulo e Ferreira (2015), pode ser compreendido como um movimento em que estão presentes o *dizer e o ouvir*. Ou seja, no diálogo, os sujeitos estão atentos à fala, buscam modos de compartilhar informações, exigem compreender e serem compreendidos. Para isso, o outro, interlocutor no diálogo, faz-se atento, ouvinte, compartilhando o pensar. Ao entrar em diálogo com o outro, na conversa, o sujeito se expõe, opina, argumenta e investiga. Portanto, o diálogo é um movimento que exige presença ativa e reflexiva. Exige falar e ouvir. Exige atenção e envolvimento. Assim compreendido, no contexto da sala de aula, situações que possibilitam abertura ao diálogo dão-se a partir de diferentes perspectivas ou com diferentes objetivos. Neste texto, fazemos

---

1 Tarefas são, conforme João Pedro da Ponte e colaboradores, quaisquer propostas que o professor faça aos alunos. Ou seja, um exercício, um problema, um jogo, são todos tarefas. Isso porque, para eles, a atividade é a ação do aluno. Ou seja, diante de uma tarefa proposta, o aluno se coloca em atividade, investigando, produzindo conhecimento.

2 Iremos aqui considerar o termo investigação na acepção a ele atribuída por PONTE (2003, p. 1), quando o autor diz que “quem investiga está a procurar aprender e quem aprende pode ter muito interesse em investigar”, ou seja, estamos assumindo o termo investigação no contexto de ensino e aprendizagem.

opção por tarefas investigativas que, para Fiorentini e Matesco (2006), mobilizam e desencadeiam situações abertas, exploratórias e não diretivas que permitem ao aluno múltiplas possibilidades de tratamento e significação.

Menino, Pagaimo, Cunha e Varela (2004),ao tratarem das tarefas investigativas ou de explorações, discutem as potencialidades que elas têm para o desenvolvimento de aspectos fundamentais à aprendizagem matemática, como o raciocínio, a argumentação e a comunicação matemática. Nos trabalhos de Ponte (2003, 2003a, 2003b) vê-se que, nas tarefas investigativas, o aluno é corresponsável por sua aprendizagem tornando-se sujeito ativo, participante, produtor de significados. Ao professor é dado o desafio de provocar essa atitude ativa do aluno, propondo-lhe tarefas que instiguem a exploração e deem oportunidade de diálogo, isto é, de falar e ouvir.

Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira (1999, p. 4) dizem que a investigação deve ser "uma viagem até ao desconhecido [...] [em que] o objectivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação". Trata-se, portanto, de um método ou um caminho escolhido para conduzir uma aula em que o conteúdo, os recursos e as estratégias visem à aprendizagem do aluno, permitindo-lhe expor o sentido que o que é feito tem para ele.

A partir do trabalho com a literatura infantil, elaboramos situações na quais aspectos da Matemática possam ser explorados na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A intenção é contribuir para a formação do professor, incentivando o movimento reflexivo acerca do seu fazer em sala de aula. Entende-se que, por meio da reflexão, o professor percebe suas potencialidades e os aspectos de sua prática que precisam de atenção, compreendendo os porquês de cada um deles. Desse modo, as situações apresentadas são aberturas que, mais do que sugerir opções de ensino, visam à análise de possibilidades e instigam a reflexão.

Tarefas investigativas e a literatura infantil

Trazer para a aula de Matemática situações que envolvam a literatura infantil oportuniza um trabalho que articule a linguagem escrita e a linguagem falada. Smole, Rocha, Cândido e Stancanelli (2007) afirmam que a literatura é uma manifestação do sentir e do saber para a criança, permitindo-lhe inventar, renovar e discordar.

Durante a leitura de uma história feita pelos alunos ou pelo professor – dependendo da opção metodológica assumida – devem ser explorados lugares, características e acontecimentos que, no discurso, estão presentes. A discussão da história, do contexto no qual ela se desenrola e das ideias nela contidas podem ou não ser relacionados à Matemática, mas, dependo do encaminhamento dado, da sua exploração, podem-se desenvolver habilidades matemáticas relativas à aquisição de ideias (ou conceitos) e de comunicação.

As tarefas construídas a partir de histórias, ou da literatura infantil, segundo Smole, Rocha, Cândido e Stancanelli (2007), exigem interpretação e comunicação e, por isso, contribuem para que o aluno se expresse, esclareça sua compreensão do que é narrado, refine e organize seu pensamento. Por meio do diálogo, pode-se, na leitura ou na contação de uma história, levar o aluno a interpretação do que é expresso e cabe ao professor eleger uma abordagem mais crítica ou direcionada às situações do contexto matemático. No entanto, qualquer que seja a opção feita no trabalho com a literatura, há o desenvolvimento da habilidade de compreensão da linguagem que também é exigida no contexto matemático. Neste texto, vamos nos ater, conforme destacamos, às tarefas investigativas valorizando o trabalho com a literatura no contexto da interpretação de situações matematizadas, especialmente as que possibilitam a investigação acerca do sentido de número.

Segundo Spinillo (2014), para que a criança tenha condições de desenvolver o sentido de número ou o sentido numérico, é importante que ela vivencie situações de operação com números. Tal vivência favorece o desenvolvimento do sentido numérico, pois oportuniza às crianças o cálculo mental, a estimativa usando referências, o julgamento quantitativo de situações propostas, inferências, enfim, atitudes que as envolvam com indicadores do sentido numérico essenciais à construção da ideia de número.

Se entendermos que a natureza do fazer matemático é investigativa, uma vez que fazer matemática significa “desenvolver e usar um conjunto de processos característicos da atividade matemática” (ABRANTES; FERREIRA; OLIVEIRA, 1995, p. 243), então, a proposta de tarefas investigativas é propícia à atividade matemática mesmo que, por vezes, como afirma Ponte (2003), se considere que a matemática tem como tarefa característica os exercícios. Porém, o autor argumenta que a aprendizagem matemática depende da atividade com a qual o aluno se envolve em sala de aula e isso está estritamente relacionado com as tarefas propostas. Logo, reconhecer a situação, explorar e formular questões, elaborar conjecturas, realizar teste, refinar as hipóteses construídas e argumentar são aspectos da produção do conhecimento matemático que devem estar presentes no trabalho com a investigação na sala de aula. Disso decorre que trabalhar com tarefas investigativas significa oferecer oportunidade ao aluno de realizar esse movimento e, segundo o que entendemos, a literatura pode ser uma opção para isso.

Caberá ao professor, obviamente, a incumbência de escolher ou elaborar as tarefas que julgue condizentes à sua turma. Nessa elaboração, é imprescindível que as tarefas envolvam desafios e motivem o aluno a querer encontrar respostas. Para que uma tarefa seja desafiadora, é importante que ela não seja isolada, ou seja, a sequência de tarefas elaboradas para o trabalho em sala de aula deve oportunizar a aprendizagem, a partilha de informações, a interatividade e a discussão dos caminhos percorridos para a solução, culminando na análise dos resultados obtidos que irá considerá-los válidos ou descartá-los, levando a uma nova investigação.

Nesse sentido, Smole, Rocha, Cândido e Stancanelli (2007) ressaltam a importância da literatura infantil uma vez que as histórias “convidam” o leitor a participar, a emitir opiniões e, ao mesmo tempo, encorajam o aluno a usar uma variedade de habilidades que podem ser consideradas do pensamento matemático como: classificar, ordenar, levantar hipóteses, interpretar e formular problemas. Para essas autoras, a conexão da matemática com a literatura infantil permite:

- Relacionar ideias matemáticas à realidade de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando, assim, o uso social e cultural da Matemática.
- Relacionar as ideias matemáticas com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas.
- Reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos de umas com as outras.
- Explorar problemas e descrever resultados, usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais.

Passaremos, então, à apresentação de algumas situações que foram desenvolvidas em sala de aula e nos minicursos a partir de dois livros de literatura. O primeiro, intitulado *Um amor de confusão* (RANGEL, 2000), apresenta a história da Dona Galinha que botou um ovo. Após botar o ovo, Dona Galinha saiu algumas vezes para passear e a cada passeio encontrava um ou mais ovos pelo caminho. Eram ovos de diferentes tipos e tamanhos. Mesmo assim, Dona Galinha decidiu levá-los para o seu ninho e no final foram chocados por ela. Qual não foi sua surpresa quando apareceram ganso, pato, marreco, tartaruga, codorna, perdiz, pintinho e um jacaré. O que fará Dona Galinha com toda essa variedade de “filhotes”?

Figura 1 – Livro “Um amor de confusão”

Fonte: <http://www.modernaliteratura.com.br>

Já o segundo livro, *As três partes* de Kozminski (2004), conta a história de uma casa, representada por uma figura geométrica plana – um hexágono irregular – que decidiu não ser mais uma casa. Por isso, dividiu-se em outras três figuras geométricas – um trapézio isósceles e dois triângulos retângulos congruentes – as três partes. Essas três partes podiam se transformar em outras coisas, como um pássaro, um barco, um peixe ou o que sua imaginação permitisse. Assim, as três partes viajaram e conheceram o mundo. Um dia, elas encontraram uma vovó que morava em um apartamento que ficava em um prédio bem alto. Como simpatizaram com a vovó, resolveram morar com ela e brincar com seus netos que, regularmente, iam visitá-la.

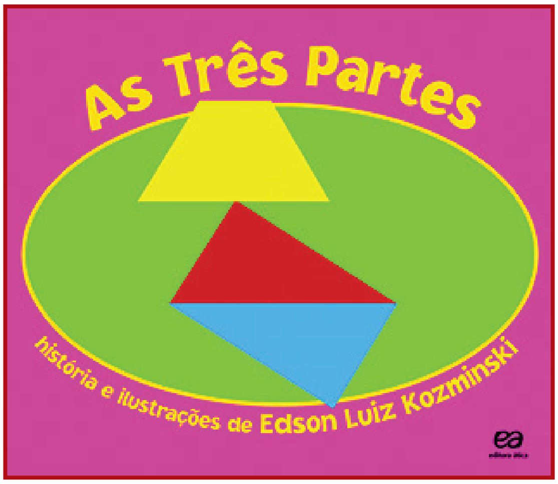


Figura 2 – Livro "As Três Partes"

Fonte: <http://www.aticascipione.com.br/produto/as-tres-partes-70>.

As questões podem ser modos de envolver o aluno na história, podendo ser exploradas em diferentes momentos. Neste texto, deixamos essa exploração a critério do leitor e vamos discutir as possibilidades de criação de tarefas do contexto matemático.

Explorações na Sala de Aula de Matemática

Nesta sessão, apresentamos possibilidades de tarefas investigativas a partir da contação das histórias acima apresentadas. Iniciamos com o livro *Um amor de confusão* cujas situações são adequadas para o trabalho com alunos da Educação Infantil. Opta-se, nesta fase da escolaridade em que os alunos ainda não são leitores, pela contação da história e, neste momento, vamos distinguir o sentido de contação.

Na contação de histórias, o narrador encena, descreve, explora, envolve o ouvinte, levando quem ouve a imaginar. A imaginação é importante uma vez que, segundo Merleau-Ponty (2011), o imaginar faz tender para o objeto real de modo que seja possível torná-lo presente, fazê-lo aparecer. O contador de histórias é, portanto, alguém que abre possibilidades de o ouvinte fazer aparecer a imagem do que é narrado, tornando-o um sujeito ativo que interage com a história, expressa compreensões ou indignação e faz o contador atento para manter o foco, mudar a direção do conto ou ampliar possibilidades. A contação de histórias é, desse modo, compatível com os objetivos da tarefa investigativa.

Um Amor de confusão

A proposta de exploração, após a contação da história *Um amor de confusão*, volta-se para tarefas nas quais os alunos são levados a desenhar. Ou seja, foi solicitado aos alunos que desenhassem a galinha e seu ninho em uma folha de sulfite, de modo que respeitassem a seguinte regra: a galinha deverá estar a maior distância possível do ninho.

Para auxiliar os alunos na realização da tarefa, o professor disponibilizou para cada um duas tampinhas de garrafa *pet*, de cores diferentes (ou outros dois objetos quaisquer, como, por exemplo, uma borracha e um apontador). A intenção é que os objetos sejam usados para localizar, na folha de sulfite, a galinha e seu ninho. Com isso, o aluno poderá investigar distintas posições para ambos, analisando qual o melhor posicionamento, ou seja, aquele que satisfaz a condição imposta: que a galinha esteja a maior distância do seu ninho.

Considerando que, em geral, a folha entregue aos alunos para desenho é uma folha de papel sulfite no tamanho A4 e seu formato é retangular, a maior distância em linha reta é obtida ao considerar a diagonal do retângulo. Obviamente não se espera que os alunos da Educação Infantil tenham esse conhecimento e nem se espera que o professor vá discutir tais aspectos com eles. Porém, por meio da investigação, da discussão e da análise das possibilidades, os alunos chegam à resposta.

Trata-se, portanto, de uma análise que envolve ideias matemáticas e possibilidades de registro (formas de expressão do investigado). Toricelli (2008), ao discutir possibilidades de registro, considera três tipos:

- Oral: quando o aluno faz uso da língua materna para compartilhar, explicar e argumentar pensamentos e estratégias.
- Escrito: quando há a participação do professor (ou de outro escritor) para exercer a função de escriba na construção de textos coletivos elaborados a partir do registro oral.
- Pictórico: quando o aluno utiliza desenho para representar diferentes situações, como a lembrança de um jogo, contar para alguém como foi uma brincadeira, controlar quantidades, planejar uma ação ou, em nosso caso, expor estratégias de solução de um problema.

No caso dos alunos de Educação Infantil, cuja maioria não está alfabetizada, o pictórico é o tipo de registro mais comum. Na situação acima proposta, conforme dissemos, os objetos são marcos (ou parâmetros) para investigar e localizar a posição da galinha e do seu ninho. Por meio da experimentação, os alunos vão descobrindo posições, analisando distâncias. É importante observar que a decisão do "lugar" no qual irá ficar posicionada a galinha e seu ninho não é medida objetivamente, ou seja, não lhes é entregue nenhum instrumento que verifique a distância. A distância é sentida, é percebida, é estimada. Feita a opção pelo "lugar", será desenhada a galinha e seu ninho e o professor poderá solicitar aos alunos que tracem um caminho, em linha reta, da galinha até o ninho. É importante explorar os registros dos alunos de modo que lhes seja possível justificar a escolha feita. Pode-se, a partir da exposição, comparar as soluções apresentadas e, caso julgue viável, decidir qual dos trajetos é o maior. Para isso, deve ser entregue aos alunos, em duplas, por exemplo, um barbante que lhes sirva de instrumento para medir os caminhos desenhados e decidir qual o maior. Nesta tarefa, a atividade esperada é de sistematização, ou seja, espera-se tornar a medida experimental, objetiva, determinada.

Em continuidade à exploração, o professor poderá questionar os alunos sobre quantos ovos a galinha pode encontrar ao passar pelo caminho, gerando nova tarefa. Na história, contam-se nove ovos. Mesmo que os alunos não façam a contagem durante a história, algumas estratégias poderão ser discutidas com eles para que registrem a quantidade de ovos. É importante notar que o desenho é uma opção viável ao registro, mas que pode ser precedida do uso de objetos para fazer corresponder aos ovos que vão sendo contados.

O modo como o professor encaminha a tarefa da contagem dos ovos pode levar a outros questionamentos, por exemplo: seria possível que a galinha encontrasse outra quantidade de ovos pelo caminho até seu ninho? Essa é uma questão que poderá ter como resposta "sim" ou "não". Ou seja, o objetivo não é a resposta em si, mas os argumentos construídos pelos alunos para defendê-la. Para isso, o professor deverá questionar o porquê da resposta dada e propor que eles apresentem seus argumentos.

Considerando que é uma questão aberta, ou seja, não tem resposta definida, a tarefa poderá gerar um conflito. Porém, segundo Ponte (1999), conflitos gerados na sala de aula por posições diferentes em relação ao que é investigado promovem a intensificação do diálogo e cabe ao professor conduzir a situação de modo que o conflito seja resolvido pelos próprios alunos. Ou seja, eles devem perceber que a situação admite variação na resposta que, por meio da exploração de possibilidades, das hipóteses levantadas e dos argumentos construídos, pode ser compreendida.

No caso de uma resposta afirmativa para a questão pode-se ir além dos argumentos, solicitando que os alunos explicitem quais quantidades pensaram e que as expressem por meio de desenhos, por exemplo. Isso permitirá ao professor identificar o conhecimento pré-reflexivo do aluno sobre número, isto é, o conhecimento que, segundo Merleau-Ponty (2011) surge de um desejo de querer saber, de uma curiosidade que, a princípio, não foi tematizada, não foi posta como objeto de análise, o conhecimento oriundo do meio cultural, da experiência vivida. Pode-se, portanto, saber se os alunos conhecem a sequência numérica, se são capazes de fazer corresponder objetos a determinados números mencionados ou se apenas conhecem o nome dos números.

Em nossa experiência em sala de aula, percebemos ser comum, crianças em processo de desenvolvimento, do que Cebola (2002) define como sentido de número, diante de situações nas quais elas são solicitadas a falar um número ou uma quantidade, para demonstrar que já sabem o assunto, responderem valores que consideram altos como, por exemplo, cem, duzentos, quinhentos ou mil. Se for o caso, o professor poderá abrir uma discussão sobre a possibilidade de, em um ninho, ser possível colocar cem, duzentos, quinhentos ou mil ovos. Porém, para que a criança tenha a noção da quantidade que esses valores ditos expressam, é preciso um parâmetro de comparação. Por exemplo, pode-se considerar em um recipiente qualquer 10 bolinhas de gude e fazer uma analogia com a quantidade cem (seriam 10 montinhos iguais a esse). Tarefas desse tipo, se motivadas pela investigação dos alunos, são ideais para a constituição da ideia de número.

Contudo, se as crianças não lembrarem que há nove ovos no caminho, como proceder à investigação? O encaminhamento que sugerimos é com base em analogia. Pode-se supor diferentes quantidades de ovos a serem encontrados pela galinha. Portanto, pode-se, por exemplo, lançar um dado de modo que o valor da face sorteada em cada lançamento corresponda à quantidade de ovos que a galinha encontra durante o passeio. Para expressar essas quantidades, os alunos deverão desenhar sobre o traço que representa o caminho a quantidade de ovos correspondente a cada sorteio do dado.

A seguir, apresentamos nas Figuras 3 e 4, os registros de dois alunos da Educação Infantil considerando sete lançamentos do dado que resultaram em vinte e quatro ovos encontrados pela galinha. Nos lançamentos, foram obtidos os números: 5, 4, 1, 2, 5, 1 e 6. O número de lançamentos foi determinado pelo comportamento dos alunos durante a realização da tarefa. Ou seja, levou-se em consideração o estímulo deles para a participação (até que o interesse fosse se perdendo) e a viabilidade de ter uma quantidade de ovos que fosse possível desenhar no espaço destinado para isso, ou seja, no traçado que haviam feito na folha de sulfite.

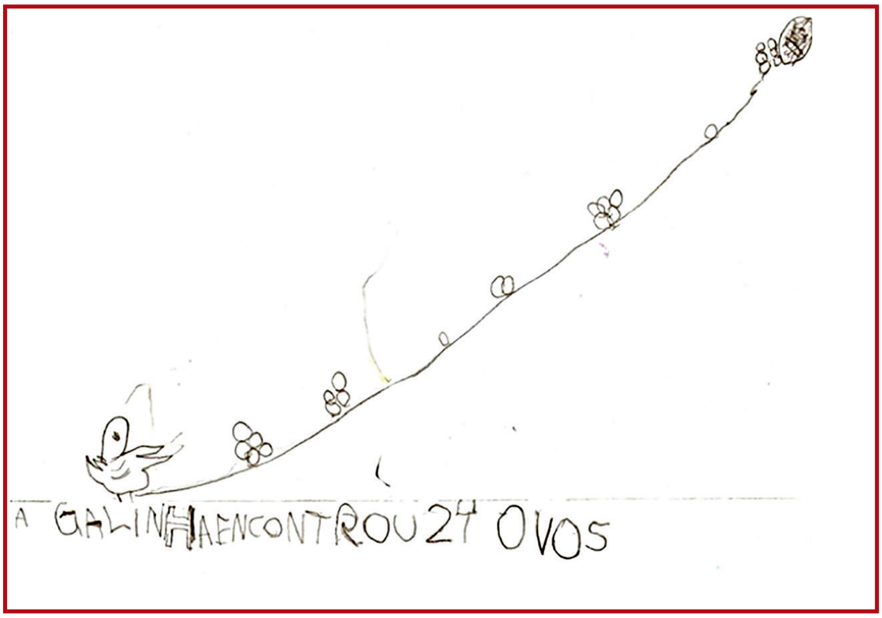


Figura 3 – Desenho dos ovos encontrados pela galinha

Fonte: arquivo dos autores.

Na Figura 3, pode-se ver próximo ao desenho da galinha e sobre o traço que representa o caminho, indícios de que o desenho foi refeito pelo aluno. Isso aconteceu em virtude da discussão promovida durante a realização da tarefa. Ao ser questionado se o desenho feito expressava a maior distância possível entre a galinha e o ninho, o aluno reconsiderou o que havia feito. Percebeu que a galinha poderia estar mais distante do que havia desenhado e decidiu apagar e refazer a figura. Depois, no decurso da tarefa, para desenhar os ovos a cada lançamento dos dados o aluno já foi procurando manter uma distancia, isto é, construiu uma organização espacial que lhe permitiu expressar corretamente todos os ovos de acordo com os valores sorteados.

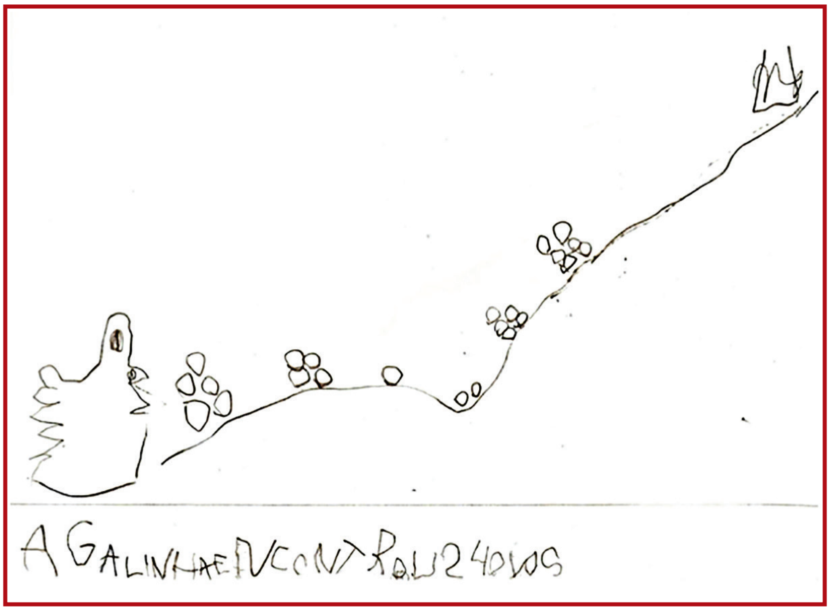


Figura 4 – O desenho dos ovos

Fonte: arquivo dos autores.

O registro da Figura 4 mostra que também houve uma organização espacial adequada. Ou seja, o aluno explorou bem o espaço da folha para expressar a maior distância possível entre a galinha e o seu ninho, embora não considerasse a linha reta. No entanto, relativamente à quantidade de ovos obtida para cada um dos lançamentos do dado, nota-se que o aluno não registrou o penúltimo número sorteado (1 ovo). Além disso, não houve uma preocupação, como no registro anterior, de fazer chegar os ovos próximos ao ninho da galinha.

Em ambas as figuras percebe-se um traço horizontal abaixo da galinha e, abaixo do traço, a frase "A galinha encontrou 24 ovos". O traço estava presente em todas as folhas recebidas pelos alunos e foi feito pelo professor, com o objetivo de servir de referência para os alunos fazerem o registro. Quanto à frase, ela expressa a resposta ao questionamento feito pelo professor sobre a quantidade de ovos que a galinha encontrou pelo caminho até seu ninho. Nota-se, portanto que, embora se esteja atuando num contexto investigativo, alguns paradigmas do fazer matemática em sala de aula ainda são mantidos.

Outro aspecto relevante na tarefa foi a divulgação dos trabalhos. Ou seja, após a conclusão da tarefa, o professor organizou uma exposição do que havia sido feito para que cada aluno pudesse comentar seu trabalho, descrever sua percepção sobre a tarefa e o modo como havia compreendido a proposta.

A exposição dos trabalhos permitiu ao professor ver e discutir diferentes formas de resolução para uma mesma proposta. Para o professor, foi relevante, na tarefa, além das ideias matemática envolvidas, a forma de desenho das crianças e sua organização para expressar o que lhe era solicitado.

As Três Partes

As tarefas sugeridas a partir da contação de histórias do livro *As três partes* são mais adequadas para o trabalho com alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Pelas características das figuras apresentadas no livro, é possível ao professor explorar ideias do contexto geométrico.

A Geometria, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) possibilita ao aluno, a compreensão, descrição e modos de se relacionar com o espaço em que vive, ou seja, ela é considerada uma área (ou ramo) da matemática intuitiva (BRASIL, 1997). Porém, pesquisas em Educação Matemática, como as de Pavanello (1989), Lorenzato (1995), Nacarato e Passos (2003), Fonseca et al. (2009) e Valente (2013) mostram que o ensino de Geometria não está presente na sala de aula, especialmente nos anos iniciais da Educação Básica. Os fatores atribuídos a esta ausência são diversos e, dentre eles, destaca-se a própria formação do professor. Passos (2000), por exemplo, mostra a insegurança do professor relativa ao domínio dos conteúdos geométricos que o impede de propor situações geometrizadas. Valente (2013) afirma que, apesar das propostas curriculares, não há consenso entre os professores que ensinam Matemática sobre os conteúdos geométricos que precisam ser enfatizados com alunos dos anos iniciais.

Mesmo na proposta anterior, construída com a contação de história do livro *Um amor de confusão*, pode-se identificar elementos do contexto geométrico, como, por exemplo, a própria organização espacial para os desenhos. Com o livro *As três partes*, é possível explorar a identificação de figuras geométricas, trabalhar com simetria, semelhança entre possibilidades[3]. Nesse texto, como apresentamos as tarefas construídas

[3] Algumas sugestões de tarefas no contexto da geometria podem ser encontradas em MOREIRA, V. L., da equipe Educarede. Disponível: <http://www.rea.net.br/educarede/2013/05/21/as-tres-partes/>. Acesso em: 28 out. 2016.

para discussão com professores e o objetivo era o trabalho com números, vamos descrever tarefas desse contexto.

No fim da história, As três partes fazem uma surpresa para a vovó e dão para ela uma casa numa cidadezinha, com um quintal bem grande. Diante disso, pode-se propor aos alunos a resolução da seguinte questão:

Tarefa 1: A nova casa da vovó fica em uma rua que tem seis casas e nessa rua moram 11 pessoas. Quantas pessoas podem morar em cada casa? Desenhe as casas e as pessoas em suas respectivas casas. As figuras a seguir apresentam os registros de alunos respondendo à questão.

Figura 5 – As casas da rua da vovó

Fonte: arquivo dos autores.

Nesse registro, o aluno desenha a rua atrás das casas. Ao ser questionado, ele descreve o procedimento adotado para o desenho. Ele diz que começa pelas casas e depois vai desenhando os moradores olhando pela janela, uma pessoa em cada casa. Em seguida desenhou mais um morador em cada casa. Então, conta e percebe que desenhou 12 pessoas, ao invés das 11 solicitadas. Para resolver o problema, apaga um dos moradores da última casa. Por fim, desenha a rua atrás das casas por onde podem passar os moradores.

Abaixo, na Figura 6, temos outro registro. Nota-se que, tal qual o anterior, este aluno também deixa a última casa com apenas um morador.

Figura 6 – As casas da rua da vovó

Fonte: arquivo dos autores.

Diferente do aluno anterior, este aluno, descreve que inicia o desenho pelas pessoas, pois não considerou que fosse necessário que elas estivessem nas casas. Quando percebeu essa necessidade, procurou apagar as pessoas desenhadas abaixo da linha que representa a rua e colocou-as sobre as casas. Do ponto de vista geométrico, percebe-se que o aluno tem sentido espacial desenvolvido, pois há um aproveitamento do espaço para a distribuição da rua e das casas. No entanto, ele não tem habilidade para desenhar as pessoas no interior da casa. Isso, porém, não pode ser interpretado como falta de conhecimento geométrico (por exemplo, de localização como dentro, fora, acima, abaixo etc.), pode ser, simplesmente, falta de habilidade para o desenho. Porém, em ambos os desenhos, nota-se algo particular ao contexto matemático: as 11 pessoas foram distribuídas igualmente nas casas mesmo que isso não fosse uma condição imposta. Sendo uma quantidade ímpar de pessoas, uma das casas ficou com quantidade diferente, por mero acaso. Interpreta-se que há, intuitivamente, a expressão de uma ideia de divisão que é “em partes iguais”.

As próximas tarefas, ainda explorando a contação de história do livro *As três partes*, exploram o contexto do que é contado no livro e não foram desenvolvidas com alunos em sala de aula. Foram construídas para um minicurso oferecido por ocasião do III Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática, na Universidade Federal de Lavras e outro dado na XI Semana de Ciência e Tecnologia de Itacoatiara, na Universidade Federal do Amazonas, ambos realizados no ano de 2014 e destinados a professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e na Educação Infantil.

Tarefa 2 : Depois de mudar para a sua nova casa, a vovó precisou ir à feira comprar cinco coisas. O que será que a vovó irá comprar? Ajude a vovó elaborando uma lista de compras.

Essa proposta visa à discussão de possibilidades. Espera-se, por meio da construção da lista, analisar atitudes frequentes dos alunos como se costumam ir à feira (ou ao supermercado) com seus pais, se preferem construir a lista com itens de seu gosto pessoal etc. Trata-se de uma tarefa exploratória para elaboração de problemas, para exposição de ideias, para diálogo entre os alunos. Caso haja alunos ainda não alfabetizados, recomenda-se que a construção seja coletiva ou feita via desenho.

Tarefa 3 : Com a lista pronta, a vovó abriu sua bolsa e viu que tinha certa quantidade de dinheiro. Será que ela conseguirá comprar todos os itens de sua lista? Se não, refaça a lista colocando nela os itens mais importantes.

Para que os alunos sejam capazes de realizar essa tarefa, sugerimos aos professores que fosse disponibilizado a eles, cópias de cédulas de Real para representar o dinheiro contido na bolsa da vovó. Se os alunos, como descreve Branquinho (2008), ainda não compreendem o significado do dinheiro ou se não possuem noção do valor das cédulas ou fazem a contagem das cédulas como valores unitários sem considerar seus respectivos valores monetários, uma opção é disponibilizar cópias de moedas de 1 Real. Com isso, haverá a oportunidade de o aluno estabelecer a relação biunívoca entre os produtos eleitos e as moedas de Real utilizadas para pagamento. Os alunos poderão, ainda, estimar o que a vovó poderá comprar, caso sobre dinheiro, se ela deverá guardá-lo para uma emergência ou se é necessário refazer a lista, caso não haja dinheiro suficiente para pagar todos os itens.

Tarefa 4 : Ao chegar à feira,a vovó encontrou todos os itens da lista?

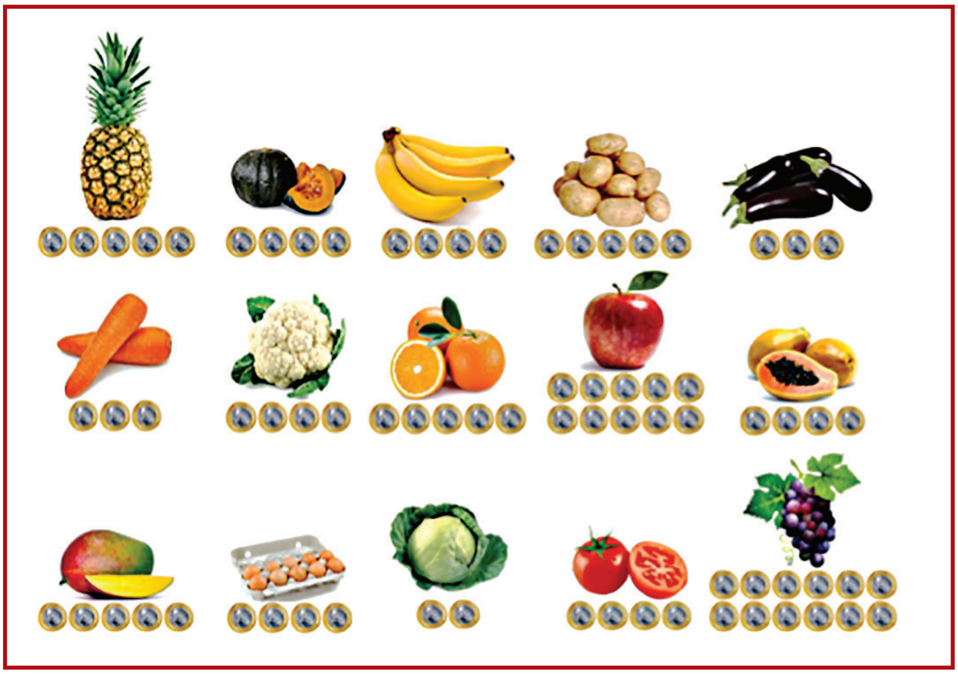


Figura 7 – Produtos que a vovó encontrou na feira

Fonte: elaborado pelos autores.

A Figura 7 representa os itens que a vovó encontrou quando chegou à feira e as moedas abaixo de cada produto representam seus respectivos valores. É importante observar que o abacaxi é vendido por unidade, ou seja, as moedas abaixo dele indicam o preço de cada abacaxi. Já os ovos são vendidos em dúzia, logo as moedas indicam o preço de uma dúzia de ovos. Os demais produtos são vendidos por quilo e, portanto, as moedas abaixo deles indicam o preço do quilo.

Na discussão dessa tarefa com os professores, salientamos que os preços dos produtos estão em valores aproximados por se tratar de crianças em fase de desenvolvimento do sentido numérico, por isso é importante que se considere apenas a parte inteira de cada valor, mesmo que isso não seja a expressão da realidade. Deve-se, portanto, desprezar os valores equivalentes aos centavos de Real.

Como variação dessa tarefa, ao invés de ir à feira, a vovó vai ao supermercado. Para representar os produtos e seus respectivos valores, podem ser utilizados panfletos de supermercado que tragam imagens e preços.

Tarefa 5 : A vovó irá receber em sua casa os seus netos[4] para um almoço no

[4] Para esta tarefa, sugerimos que a vovó tem cinco netos. Como a quantidade de netos da vovó não é estipulada, ela pode ser sugerida pelo professor ou determinada a partir da discussão com os alunos.

próximo domingo. Eles gostam de tomar suco e ela resolveu comprar 1 caixa de suco para cada um de seus netos. Porém, nem todos gostam do mesmo sabor de suco. Veja no Quadro 1, a seguir, os sucos preferidos dos netos da vovó.

Nome	Sabor do suco que gosta
Doroteia	
Filomena	
Ludovico	
Osório	
Teobaldo	

Quadro 1 – Sucos preferidos dos netos da vovó

Fonte: Disponível em:<http://migre.me/vuMXE>. Acesso em: 28 out. 2016.

Pelo Quadro 1, quais são os sucos que cada um dos netos da vovó gosta? Você acha que a vovó precisa comprar 10 caixas de suco? Por quê?

Quando foi ao supermercado comprar os sucos, a vovó os encontrou com os preços registrados na figura abaixo. Qual o suco mais barato? E o mais caro?

Figura 8 – Preços dos sucos

Fonte: Elaborado pelos autores.

A vovó, vendo as possibilidades no supermercado ficou em dúvida. Você acha que ela precisará comprar todos os sucos do mesmo sabor? Por quê?

Escreva (ou desenhe) duas possibilidades de compra das caixas de suco.

Qual será o valor total da compra?

Qual a combinação mais barata?

Esta tarefa incentiva os alunos a analisarem as possibilidades envolvendo o sentido de combinação. Para realizá-la, eles devem estar atentos aos rótulos das caixas que indicam os sabores do suco e ao valor de cada um, indicado pela quantidade de moedas abaixo das caixas. Analisando a preferência de cada um dos netos da vovó, apresentada no Quadro 1, eles discutem possibilidades de compra e organizam as opções. O objetivo da tarefa não é que os alunos cheguem a uma resposta prévia (ou previamente definida). Sendo uma tarefa que permite exploração de possibilidades, pretende-se que sejam feitas escolhas para a compra considerando algumas condições: os sabores preferidos dos netos da vovó e uma caixa de suco para cada um deles. É importante discutir com os alunos a leitura da imagem, pois eles podem considerar que os netos da vovó irão ganhar duas caixas de suco cada um.

A intenção no quadro é dar opções, ou seja, Osório, por exemplo, gosta do suco de laranja ou pera. O conectivo “ou”, nesta tarefa, deve ser tratado como possibilidade, ou seja, como alternativa à compra. Compreendidas a situação e a imagem, deve-se deixar que os alunos busquem modos de organização dos dados. Para isso, eles poderão desenhar as caixas de sucos, atentos a cor que identifica seus sabores ou ao símbolo que indica a fruta, associar os sabores ao seu preço etc.

Considerações Finais

Conforme mencionamos no inicio deste texto, nossa intenção foi trabalhar com as tarefas investigativas em situações de ensino de Matemática que envolve a literatura infantil. Porém, isso se dá no contexto da formação de professores e foca uma ideia específica: aquela do sentido numérico.

De acordo com Santos (2016), uma das possibilidades de compreensão da ideia de número, uma ideia intuitiva, é, por exemplo, a contagem de objetos. A contagem envolve a comparação ou, como comumente é conhecida, a correspondência um a um. No processo de contagem, há o estabelecimento de relações que levam a identificar o "é maior do que" ou o "é menor do que". Ou seja, a contagem gera relações que são fundamentais para a ideia originária de número. Por meio da contagem, formamos uma série numérica – 1, 2, 3 etc. – que traz atos de comparação e permite estabelecer a igualdade ou a diferença como ideias presentes na formação do número. As tarefas propostas tomam essa ideia como base e avançam em termos de organização do raciocínio e de comunicação.

Essa discussão, para nós, é importante no contexto da formação de professores, conforme mencionamos no início do texto, uma vez que, conforme Santos (2016), a ideia de número está relacionada à convivência com números ou às situações cotidianas. Tal convivência não se inicia e nem se restringe ao espaço escolar. Ao contrário, ela vem da experiência vivida da criança no seu contexto cultural, cabendo ao professor identificá-la e construir propostas que permitam avançar na investigação. Mas como o professor faz isso? Ele o faz consciente de sua tarefa de educar.

Nesse sentido, se entendemos com Bicudo (2003) que a educação envolve o ato de ensino e este diz de uma ação didática que tem por objetivo o desenvolvimento das potencialidades do sujeito, cabe-nos chamar a atenção do professor para os modos pelos quais a sua intervenção pode acontecer na sala de aula ao trabalhar com ideias matemáticas. As estratégias, os recursos, os métodos escolhidos influenciam os modos pelos quais o conhecimento é produzido. Compreender a lógica subjacente à produção do conhecimento matemático leva à tomada de posições, às escolhas que valorizem a atribuição de significados pelo aluno, e também leva leva à aprendizagem.

Desse modo, nossa preocupação nos minicursos, e neste texto, com a formação do professor é aquela descrita por Bicudo (2003, p. 28), que carrega sentidos que "tendem a expressar a força do devir, do tornar-se, do caráter histórico impregnado no movimento efetuado pela ação que forma e pela forma que impele direção à ação". Ou seja, no diálogo com o professor, abre-se a oportunidade da vivência da ação e da forma, logo da forma-ação dos professores que ensinam Matemática e que têm a oportunidade de refletir sobre sua prática, de compreender o modo pelo qual o trabalho com as tarefas investigativas oportunizam ações em sala de aula.

Referências

ABRANTES, P.; FERREIRA, C.; OLIVEIRA, H. Matemática Para Todos – Investigações na sala de aula. *Actas do ProfMat*, 95. Lisboa: APM. p. 243-249, 1995.

ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (Eds.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo.* Lisboa: APM e Projecto MPT, 1999.

AMARILHA, M. *Estão mortas as fadas?* Literatura infantil e a prática pedagógica. Petrópolis: Vozes, 1997.

BICUDO, M. A. V. A formação do professor: um olhar fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Formação de professores?* Da incerteza à compreensão. São Paulo: EDUSC, 2003. p. 19-46.

BRANQUNHO, N. L. Como as crianças utilizam o conhecimento numérico nas relações que envolvem o sistema monetário? In: LOPES, C. E.; CURI, E. *Pesquisas em Educação Matemática:* um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. In: PONTE, João Pedro; COSTA, A. I. Rosendo, MAIA, E., FIGUEIREDO, N.; DIONISIO, A. F. (Eds). *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores.* Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 257-273.

COELHO, N. N. *Literatura Infantil:* teoria, análise, didática. São Paulo: Moderna, 2000.

FIORENTINI, D.; MATESCO, E. C. *Histórias e investigações de/em aulas de matemática.* Campinas: Alínea, 2006.

FONSECA, M. C. F. R. et al. *O ensino da geometria na escola fundamental:* três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

KOZMINSKI, E. L. *As três partes.* São Paulo: Ática, 2004.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *Educação Matemática em Revista*, Blumenau, v. 3, n. 4, p. 1-13, 1995.

MENINO, H.; PAGAIMO, C.; CUNHA, J.; VARELA, S. Investigando Objetos Cilíndricos – O relatório escrito na avaliação de tarefas de investigação. *Educação e Matemática. Associação de Professores de Matemática*, n. 77, mar/abr., 2004.

MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção.* Tradução de Carlos Alberto Ribeiro de Moura. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. *A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores.* São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAULO, R. M.; FERREIRA, M. J. A. Comunicação no Ciberespaço: Diálogos acerca de Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IV, Pirenópolis, 2015. *Anais...* 2015 Pirenópolis.

PAVANELLO, R. *O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica*, 1989, 201f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PONTE, J. P. Investigar, Ensinar e Aprender. *Actas do ProfMat.* Lisboa: APM, 2003, p. 25-39. Disponível em:<http://www.ime.usp.br/~brolezzi/disciplinas/20121/mat1500/investigar.pdf>. Acesso em: 28 out. 2016.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação.* Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação: Minho, Portugal, 2003a, p. 93-169.

PONTE, J. P. À procura da mistura perfeita. *Notas de conferência realizada no LeiriMat.* In: Encontro Regional de Professores de Matemática, 11. Maceira, Leiria. Associação de Professores de Matemática (APM). 2003b.

PONTE. J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática.* Instituto de Educação da Universidade de Lisboa: Lisboa, 2014.

RANGEL, D. *Um amor de confusão.* São Paulo: Moderna, 2000.

SANTOS, J. C. A. P. *A ideia de número no ciclo de alfabetização matemática:* o olhar do professor. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2016.

SMOLE, K. C. S.; ROCHA, G. H. R.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. *Era uma vez na matemática:* uma conexão com a literatura infantil. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2007.

SPINILLO, A. G. Usos e funções do número em situações do cotidiano. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica; Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto nacional pela alfabetização na idade certa:* Quantificação, Registros e Agrupamentos. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 20-29.

TORICELLI, L. O registro das crianças e a matemática na educação infantil. In: GRANDO, R. C.; TORICELLI, L., NACARATO, A. M. (Orgs.). *De Professora para Professora:* conversas sobre iniciação matemática. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008.

VALENTE, W. R. Que geometria ensinar? Uma breve história da redefinição do conhecimento elementar matemático para crianças. *Pro-Posições*, Campinas, v. 24, n. 1, p. 159-178, jan./abr. 2013.

Capítulo 5

Do Espaço e das Formas ao Ensino de Geometria nos Anos Iniciais

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Universidade Federal de Santa Maria
anemari.lopes@gmail.com

Fabiana Fiorezi de Marco
Universidade Federal de Uberlândia
fabiana.marco@ufu.br

Liane Teresinha Wendling Roos
Universidade Federal de Santa Maria
liane.w.roos@gmail.com

Alguns Apontamentos Iniciais sobre Geometria

Normalmente quando nos referimos à Matemática, associamos essa área do conhecimento à ciência da quantidade e do espaço, dos números e das formas. Embora ela seja muito mais do que isso, podemos dizer que, se a necessidade da humanidade de controlar quantidades levou à criação dos números e operações que compõem a Aritmética, a necessidade de organizar o espaço e as formas originou a Geometria.

Lima e Moisés (2002, p. 4) afirmam que "no movimento da forma, está escrita a história da vida", levando-nos a entender que ela eterniza aquilo que queremos guardar, correspondendo a algo que se quer representar e o modo que permite lembrar-nos dele. Para esses autores, a Geometria é a matematização do espaço, uma linguagem criada ao longo do tempo para apreensão humana dos movimentos das formas, de suas variações e transformações. Foi observando o que está ao seu redor, que o homem começou a produzir conhecimentos e sistematizá-los, uma vez que a natureza sempre foi para ele uma fonte inesgotável de inspiração. Ao observarmos as formas das folhas, das flores, das rochas, dos leitos dos rios, das frutas ..., compreendemos o efeito exercido sobre o ser humano do que os autores chamam de Geometria da natureza.

Foi na busca de subsídios que satisfizessem as necessidades do seu dia a dia que o homem começou a observar e agir na natureza. Começou, assim, o processo de apreensão das formas e suas regularidades. Mas, este processo não foi um simples copiar o que existia, até porque não se encontra na natureza linhas retas ou figuras geométricas perfeitas. O homem as recria mediante a ação, "impulsionado pela necessidade de suprir instrumentos que lhe possibilitem superar os limites que lhe são próprios, por ser ele também natureza" (LANNER DE MOURA; MOURA, 2001, p. 2).

Entre os autores que discorrem sobre a História da Matemática, encontramos Eves (1994, p. 1), que alega que "as primeiras considerações que o homem fez a respeito da geometria são, inquestionavelmente, muito antigas. Parecem ter se originado de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos".

Assim, depois de muito observar, criar e, posteriormente, recriar o espaço, o homem foi chegando às formas que lhe convinham. Num movimento constante de decomposição e composição, partiu das três dimensões, para depois chegar a representação bi e unidimensional, seus elementos mais simples. Surgiu, assim, em um movimento não linear, uma linguagem própria das formas, de suas variações e transformações: a linguagem geométrica. Esta linguagem representa a maneira como ele conseguiu compreender e apreender o movimento das formas da natureza, na tentativa de recriá-las, a partir da atribuição de significados humanos, buscando atender suas necessidades.

> Toda a arte figurativa e seu desdobramento racional, que constitui a geometria, é um esforço do trabalho humano de compreender este impacto e apreender este movimento figurativo da natureza. E a partir das formas naturais, e com elas, que criamos as formas elaboradas que constituem as categorias geométricas: o cubo, o paralelepípedo, a esfera, a pirâmide, o quadrado, o triângulo, a circunferência, o ponto, a reta, etc. (LIMA; MOISES, 1998, p. 3)

Por isso, ao entendermos a Geometria da natureza como ponto de partida do movimento geométrico – o universo onde ela se realiza, percebemos que foi a identificação de sua diversidade que deu inspiração para a criação de equipamentos que garantissem a sobrevivência humana. Identificação esta feita não só em relação à quantidade das inúmeras formas minerais e orgânicas, mas também em relação à compreensão da existência da diversificação das formas de acordo com a função exercida, oferecendo muitos subsídios para suas próprias criações.

De acordo com Lima e Moisés (2002), o trabalho de criação de formas humanizadas a partir da natureza representa um processo pré-simbólico que inicia a linguagem matemática geométrica. A manipulação artesanal para a confecção destes equipamentos é a primeira condição para a criação do desenho, através da utilização dos sentidos do tato e da visão: as mãos e os olhos percebem e tentam recriar, num processo de apreensão, a Geometria da natureza, numa transição das formas do espaço para o papel. Na sua transformação da natureza, o homem manipula artesanalmente o espaço natural, cria valores de uso, compondo a natureza humanizada. Ao manipular as formas e os elementos dados naturalmente, cria elementos fundamentais para a formação do pensamento geométrico. Ele estabelece o movimento de criação de uma linguagem matemática das formas. Chegamos, então, à Geometria, tal qual a conhecemos hoje: um conhecimento matemático abstrato. No entanto, as abstrações só acontecem com as relações. A relação da forma é aquela entre o objeto que existe e o objeto representado; é a apreensão que o homem fez transitando da Geometria natural para a Geometria humana. Na natureza não encontramos a perfeição das linhas e figuras perfeitas, no entanto, essas representam a recriação mediante sua ação, impulsionada pela necessidade de suprir-se de instrumentos que lhe dessem condições de superar suas próprias limitações. O homem “primeiro deu forma a seus materiais e somente mais tarde reconheceu a forma como algo que se imprime à matéria e que pode, por conseguinte, ser considerada em si mesma fazendo abstrações daquela” (ALEKSANDROV et al., 1985, p. 38).

Outro autor ligado à História da Matemática, Boyer (1996, p. 4-5), nos diz que:

> O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar.

Esse olhar para a Geometria, a partir de seu movimento histórico, remete a um modo específico de compreendê-la e ensiná-la. Trata-se de uma perspectiva que leva em consideração o conhecimento geométrico como importante para o desenvolvimento do sujeito e que, por isso, precisa estar presente na educação escolar.

> A geometria contribui para o desenvolvimento dos conceitos numéricos e de medição. Muitas habilidades e conceitos geométricos são essenciais para a resolução de problemas. Uma das primeiras estratégias que se lança mão para resolver um problema, quando não se tem conhecimento do recurso algébrico, é fazer um diagrama ou até um desenho do problema o que é, em muitos casos, uma representação geométrica do problema. Em resumo, a apreensão do conhecimento geométrico é importante para a formação do pensamento como um instrumental intelectual que contribui para interpretar e agir sobre a realidade e para a construção do conhecimento matemático universal. (LANNER DE MOURA; MOURA, 2001, p. 3)

Assim, pensar no ensino de Geometria que propicie ao aluno elementos para lidar com espaço ao seu redor é entender a importância de oferecer-lhe inúmeras possibilidades de interações. Contudo, devemos nos atentar para o fato de que o compromisso da educação escolar é trabalhar com o conhecimento científico, elaborado, e que isso não acontece espontaneamente. É imprescindível que a atividade de ensino esteja intencionalmente organizada para a atividade de aprendizagem dos alunos. Parece-nos importante que os alunos consigam relacionar a Matemática escolar com as vivências cotidianas, na medida em que termos e figuras geométricas, facilmente identificadas na estrutura de arquiteturas construídas pelo homem ou pela natureza, estejam presentes nas aulas. Assim, permite-se a relação entre as formas planas (bidimensionais), estudadas na escola, e as formas encontradas no seu cotidiano, visto que estas se assemelham a figuras geométricas espaciais (tridimensionais).

Contudo, sabemos que nem sempre é fácil estabelecer relações entre a Geometria mais perceptível para a criança dos anos iniciais e a abordagem lógico-formal, introduzida nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Observa-se, como prática recorrente, nos primeiros anos escolares, um ensino restrito à nomenclatura de figuras geométricas e, nos finais e Ensino Médio, a utilização de fórmulas e resultados de teoremas, em que pouco se faz referências ao que foi estudado em anos anteriores (POZEBON et al., 2013).

Um modo de contrapor-se a essa lógica é organizar o ensino por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem a partir do movimento lógico-histórico (KOPNIN, 1978) dos conceitos. Essa perspectiva é adotada por diversos autores, dentre os quais nos referimos a Cedro (2015) que, em relação à Geometria, destaca três momentos iniciais do seu desenvolvimento que considera imprescindível para o desenvolvimento do gênero humano: Geometria Sensorial, Geometria Prática e Geometria Formal. O autor ressalta que tais etapas não contemplam todo o desenvolvimento até o modelo atual, mas abarca a delimitação referente à organização do ensino nos anos iniciais.

As ideias apresentadas até aqui nos levam a algumas questões: como, ainda hoje, o ensino de Geometria tem seu início a partir da Geometria Plana? Será que se o professor, intencionalmente, elaborasse situações desencadeadoras de aprendizagem partindo dos conceitos matemáticos abordados e não simplesmente de nomenclaturas, regras e fórmulas aplicadas de modo mecânico, poderia oferecer um melhor ensino aos seus alunos? Talvez, esta perspectiva não fosse a grande panaceia dos problemas de uma turma escolar, mas poderia auxiliar no processo de aprendizagem.

O Ensino de Geometria nos Anos Iniciais: Algumas Possibilidades

As orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997) fazem referência ao espaço e à forma e explicitam que os conceitos geométricos permitem ao aluno desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe auxilie na compreensão, descrição e representação, de maneira organizada, do mundo em que vive. Essa concepção vem ao encontro das orientações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa/PNAIC (BRASIL, 2014) em que a Geometria, como um dos cinco eixos estruturantes que compõem o conhecimento matemático, enfatiza a necessidade de exploração, por parte da criança, de conceitos e procedimentos relativos ao espaço e à forma, possibilitando a construção de relações para a compreensão do espaço a sua volta. Assim, para a alfabetização e letramento matemático, esse eixo apresenta dois grandes objetivos: um está relacionado à localização e à movimentação no espaço e o outro às formas geométricas. Assim, “geometria é aprender o espaço...

esse espaço em que vive, respira e se move a criança. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, para poder viver e mover-se melhor nele" (FREUDENTHAL, apud CAMPOS, 2001, p. 86). Portanto, propor às crianças situações e brincadeiras é fundamental para que desenvolvam a capacidade de estabelecer pontos de referências em seu entorno, bem como a de se situar no espaço.

> [...] As crianças provenientes de um ambiente estimulante podem estabelecer relações entre os sujeitos e entre os objetos que os rodeiam e expressam tais relações dizendo: "em cima de", "sobre" e outras. Isto tem a ver por um lado, com seu domínio do espaço, mas também com suas "competências linguísticas". (DUHALDE; CUBERES, 1998, p. 69)

Com a intenção de discutir o ensino de Geometria nos anos iniciais a partir do que colocamos até agora, trazemos, a seguir, algumas possibilidades metodológicas de trabalhar com conhecimentos geométricos que permitam ao aluno estabelecer relações que vão do espaço ao plano. Para isso, partimos das ideias de Cedro (2015) de que o movimento lógico-histórico do conhecimento geométrico inicia-se com percepções sensoriais do mundo circundante e, passando pela necessidade de uma organização que satisfaça as necessidades mais práticas relativas à criação de formas, chega a explicações teóricas que levam à sistematização da Geometria tal como a conhecemos hoje.

Organizamos cinco unidades, assim denominadas: a) Localização e movimentação: conhecendo o espaço em que se vive; b) Tamanhos e formas: observando o que está a nossa volta; c) Percepção geométrica: a representação do espaço ao plano; d) A numeralização: do volume à área; e) A numeralização: da área ao comprimento. Cada uma dessas unidades são discutidas a partir de situações que, para nós, se configuram como desencadeadoras de aprendizagens e que são decorrentes de ações e pesquisas que já desenvolvemos em diferentes projetos realizados junto a escolas públicas, ao longo de nossa vivência como professoras de Educação Básica e formadoras de professores.

a) Localização e Movimentação: conhecendo o espaço em que se vive

O primeiro ponto de referência da criança na percepção do espaço, na compreensão e visualização das formas é seu próprio corpo. Ou seja, a criança se coloca no mundo, a partir de seu próprio corpo. Ela constrói a noção do que é grande, pequeno, mais, menos, maior, menor etc., a partir da relação do seu próprio corpo com o objeto. "[...] estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo" (BRASIL, 2000, p. 125-126).

Para Saiz (2006), a criança, no início, identifica a posição de objetos ou de pessoas próximas a ela a partir do próprio corpo, referindo-se à própria orientação. Depois, passa das referências centradas no próprio corpo ou na própria ação aos referenciais fixos, conseguindo identificar e descrever localizações em relação a outras pessoas ou objetos. Assim, isso já representa um grande avanço em seu conhecimento do espaço e de sua localização nele.

Nesse sentido, segundo Brasil (2014), no Ciclo de Alfabetização, para que a criança consiga construir noções de localização e movimentação no espaço físico, é necessário reconhecer seu próprio corpo como referencial de localização e deslocamento no espaço (em cima e embaixo, acima e abaixo, frente e atrás, direita e esquerda, dentro e fora). Por isso, convém propor situações que trabalhem dimensões menores e próximas à criança, como, por exemplo, começar com a sala de aula ou a quadra da escola e chegar a uma dimensão mais ampla, como a cidade ou o bairro. Nesse sentido, pode-se iniciar com a representação gráfica de um determinado sistema de coordenadas no plano, mas, para que ela consiga identificar objetos e posições nesse plano, é importante que ela possa se movimentar no espaço a partir dessa representação no plano. Como exemplo, apresentamos, a seguir, duas situações desencadeadoras de aprendizagem que têm o objetivo de desenvolver noções de localização, movimentação, lateralidade, direcionamento e sentido.

Situação 1: movimentação no espaço

É importante que se tenha clareza de não trabalhar as representações como um conhecimento pronto e acabado. Por isso, é fundamental que sejam propostas possibilidades que vão potencializando, aos poucos, o desenvolvimento de conceitos e noções relacionadas ao espaço físico. Assim, à medida que se amplia o campo empírico, a criança será estimulada a analisar esse espaço.

Uma situação simples que pode ser desenvolvida é desenhar no piso da quadra de esportes ou no pátio da escola uma malha quadriculada (Figura 1), sendo que o lado de cada quadrado da malha tenha 1m de comprimento. Identificar as linhas no sentido horizontal por números e no sentido vertical por letras. Espalhar algumas caixas contendo um brinde em cada uma em alguns pontos da malha. A partir da posição inicial de cada criança, serão dados os comandos para que ela caminhe sobre a malha quadriculada. Para isso, cada criança receberá um envelope contendo as informações sobre a posição inicial e os comandos que terá que seguir. Antes de iniciar, é importante que todos estejam voltados de frente para a malha.

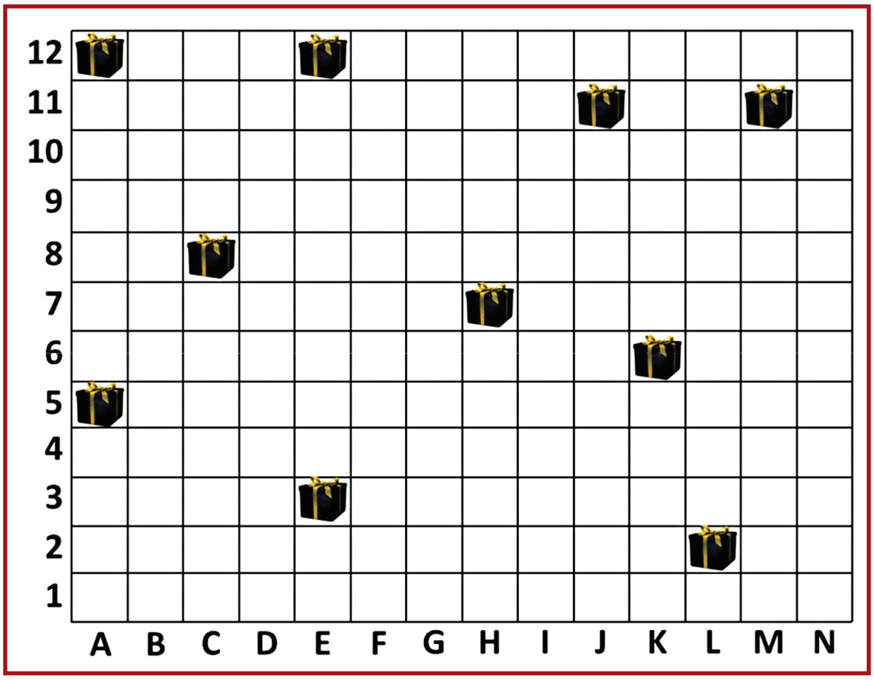


Figura 1 – Malha quadriculada

Fonte: arquivo das autoras.

Portanto, cada criança segue as orientações contidas no seu envelope e, se acertar o que foi determinado, encontrará uma caixa contendo o brinde. Antes de abrir a caixa, ela deve identificar em que posição esse brinde se encontra. Caso ela não acertar, outra criança tentará executar o comando. Exemplo de comando: *"O seu ponto de partida é*

"1D" e você deve seguir o seguinte comando: ande quatro passos para frente, vire a esquerda e ande dois passos para frente, vire para a direita e ande três passos para frente, vire para a esquerda e ande um passo para trás. Você está em qual posição? Qual brinde você encontrou?"

A situação descrita anteriormente contempla o seguinte objetivo previsto para o Ciclo de Alfabetização: "Representar informalmente a posição de pessoas e objetos e dimensionar espaços por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas" (BRASIL, 2014, p. 51).

Esse trabalho pode ser iniciado com os alunos fazendo uso dos registros oral e escrito. O registro oral e escrito pode ser usado pelo professor para avaliar o desenvolvimento das habilidades relacionadas à localização e à movimentação.

> O professor alfabetizador poderá utilizar a roda de conversa, realizada no pátio da escola, para pedir aos alunos que destaquem alguns pontos de referência presentes em seu trajeto casa-escola. Podem destacar praça, igreja, edifício, etc. A seguir, os alunos poderão registrar esses pontos de referência em um desenho. Uma variação dessa atividade é solicitar aos alunos que desenhem o trajeto que fazem para se deslocar da sala de aula ao refeitório ou de sua casa à escola. (PIROLA, 2014, p. 20)

Situação 2: noções de lateralidade, localização, direcionamento e sentido

Nessa situação, o objetivo é compreender que na Matemática, assim como na Geografia, por exemplo, há uma linguagem específica e algumas convenções que precisam ser compreendidas como uma atitude humana para se localizar no espaço. Como exemplo, apresentamos, a seguir, uma situação que usa o espaço da sala de aula. Para isso, pode-se partir de um desenho da planificação desse espaço que apresenta uma rede de coordenadas que permitem à criança encontrar o posicionamento das mesas dos colegas da sua sala de aula, mesmo que, para isso, ela se movimente no próprio espaço considerado.

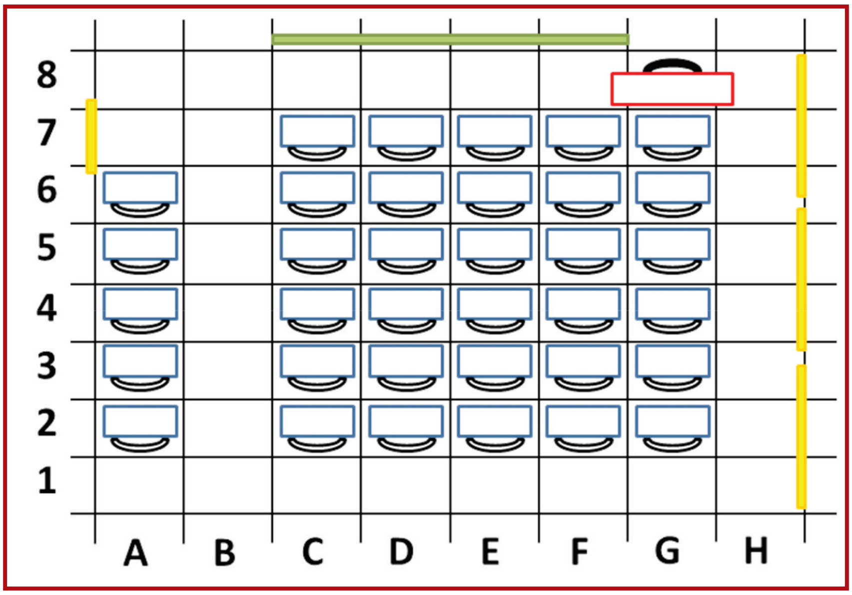


Figura 2 – Planta baixa da disposição das carteiras de uma sala de aula
Fonte: arquivo das autoras.

Parte-se da ideia inicial de apresentar o mapa pronto às crianças para que o analisem, localizando a porta de entrada, as janelas, o quadro de giz, as suas mesas e identifiquem a posição ocupada pela mesa de cada colega na sala para, então, registrar o nome dos colegas nas mesas ocupadas. A seguir, o professor pode levantar questões do tipo: quem ocupa o lugar 5E? E o lugar 2F? Quem está sentado à direita de 3C? E à esquerda de 2G? E à frente de 6A? E atrás de 7G? Qual é a posição ocupada pela mesa da professora?

Também é importante que a criança seja instigada a descrever, detalhadamente, o lugar de sua mesa na sala de aula. Após, em outro momento, os alunos podem ser solicitados a construir o mapa com as ruas e principais pontos comerciais de um quarteirão da cidade, ou de seu bairro, de sua comunidade ou, ainda, da escola e de seu entorno. Esse mapa pode ser socializado fazendo um grande painel com os registros de cada aluno.

b) Tamanhos e Formas: observando o que está a nossa volta

Se as necessidades humanas iniciais, historicamente, estavam mais relacionadas à sua localização e movimentação no espaço físico, com o passar do tempo, o conhecimento desse espaço foi permitindo, aos poucos, a apropriação das formas que o compõe para satisfazer outras necessidades, que lhe proporcionaram melhores condições de vida. É a partir daí que o homem começou a apreensão das formas naturais para a construção das formas humanizadas. Para explorar esse movimento com os alunos, consideradas as necessidades sociais e práticas advindas das antigas civilizações, trazemos duas situações desencadeadoras de aprendizagem que buscam levá-los a observar as formas do espaço em que estão inseridos sob o olhar geométrico, mantendo as relações necessárias entre os objetos que o compõem, suas formas e características (CEDRO, 2015).

Situação 1: o que é grande e o que é pequeno?

Os objetos que encontramos ao nosso redor possuem qualidades e atributos que nem sempre são numeráveis e podem ser expressos a partir da comparação com outros. Para que o aluno perceba essa relação, podemos propor uma situação a partir de diferentes caixas, como apresentado na Figura 3.

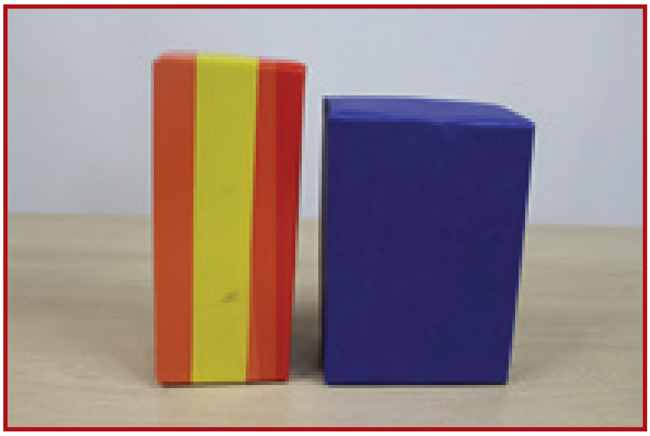


Figura 3 – Caixas de diferentes tamanhos

Fonte: arquivo das autoras.

Após os alunos explorarem e conhecerem o material, pode-se fazer questionamentos como: Qual caixa é grande? Qual caixa é pequena?

A partir das respostas das crianças, é possível explorar a ideia de que a qualidade grande e pequeno depende de um referencial, ou seja, só existe algo grande a partir de algo que é pequeno, o que leva à reflexão: grande ou pequeno em relação a que?

Complementamos com outras perguntas:

- Qual das caixas é a maior?
- Qual das caixas é a menor?
- Como podemos fazer para saber qual é a maior e qual é a menor?

Para responder essas questões, sugere-se que os alunos discutam em grupo e proponham soluções, que podem ser bem variadas. É provável que as primeiras soluções partam da comparação de comprimento (altura, largura, espessura), colocando-as lado a lado. Nesse caso, aquele que é maior na altura, pode ser menor no comprimento.

Outra solução pode estar no volume, por exemplo, se uma entra na outra significa que seu volume é menor. Ou ainda pode ser comparada a capacidade verificando em qual delas cabe mais bolinhas de isopor: se, ao encher uma caixa de bolinhas de isopor, depois transpor essa quantidade para outras e sobrar bolinhas, é porque na primeira cabiam mais. Contudo, deve-se atentar para o fato de que essa medida não é exata, já que as bolinhas não preenchem completamente o interior da caixa e se tiverem capacidade muito parecidas podem gerar dúvidas e exigir outro encaminhamento. Para isso, também pode ser usado feijão ou areia. A Figura 4 ilustra esses encaminhamentos.

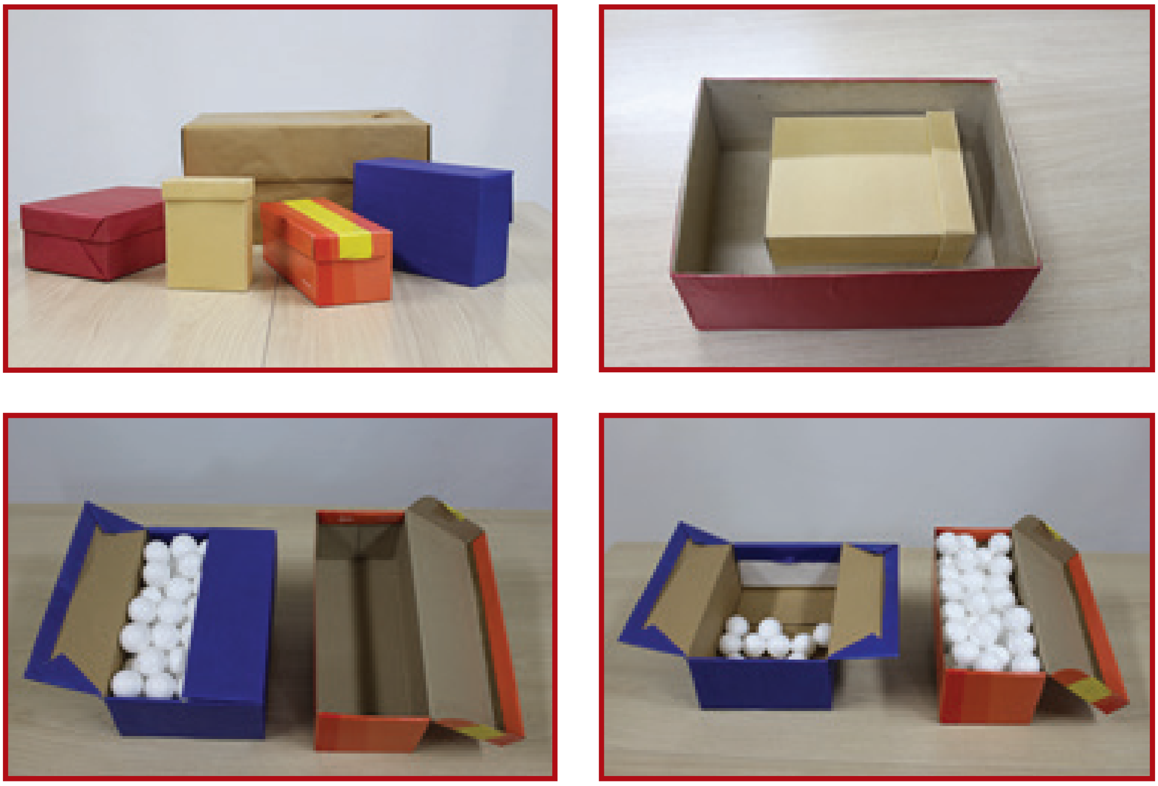


Figura 4 – Verificando qual caixa é maior

Fonte: arquivo das autoras.

As proposições, discussões e respostas dos alunos dependerão muito do material que disponibilizarmos e das possibilidades de interações que oportunizarmos para eles.

Situação 2: adivinha o que eu vi

Essa situação desencadeadora de aprendizagem foi adaptada de Cedro (2015) e consiste em dividir a turma em grupos sendo que cada um escolherá algum objeto ou imagem que pode ser da sala de aula ou da escola (dependendo do que for antecipadamente acordado entre todos) e somente contar para o professor. Embora não seja necessário, mas caso a escola disponibilize de equipamentos, pode-se solicitar que cada grupo, antecipadamente, fotografe o objeto a ser descrito que, posteriormente, poderá ser mostrado por meio do projetor multimídia ou ainda imprimir.

Em um segundo momento, o grupo elege as características que julgar mais importantes do objeto para descrever para a turma que deverá desenhá-lo e tentar adivinhar o que é. É possível que nessa descrição os alunos apontem para o tamanho, a forma, a localização ou ainda a utilidade dos objetos, sendo que se faz importante que o professor contribua formulando questões que auxiliem a identificação do objeto em questão. Essa situação contribui para uma discussão referente à importância da observação do espaço a nossa volta e das diferentes formas que encontramos, tanto as naturais, quanto àquelas criadas pelo homem.

c) Percepção Geométrica: a representação do espaço ao plano

As situações propostas nas unidades anteriores tinham o propósito de trabalhar com a localização e movimentação, buscando propiciar elementos que contribuam para a criança conhecer o espaço em que vive e observar as formas à sua volta. Nessa unidade, trazemos duas situações desencadeadoras de aprendizagem que visam aproximar a criança dos conceitos, partindo da percepção dos diferentes modos de compor os objetos no espaço e o reconhecimento de figuras bidimensionais e tridimensionais e suas propriedades.

Situação 1: como surgiram as formas geométricas? Observando a natureza

Para essa situação, o professor traz (ou pede para os alunos trazerem) objetos da natureza, tais como folhas, galhos, frutas, pedras etc. Cada estudante deve escolher um dos objetos e descrevê-lo a partir de todos os sentidos e desenhá-lo.

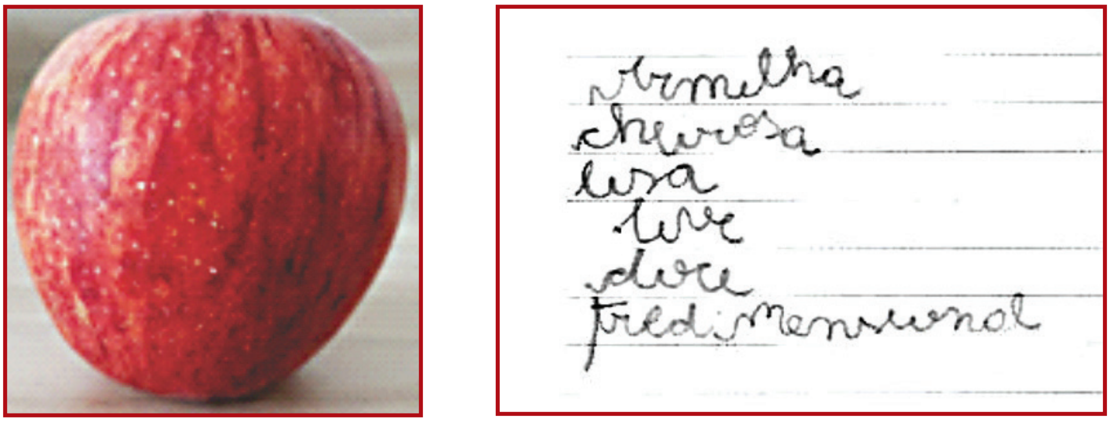


Figura 5 – Exemplo de primeira descrição

Fonte: arquivo das autoras.

Depois, pede-se para cada aluno envolver o objeto em papel alumínio e proceder da mesma maneira que anteriormente.

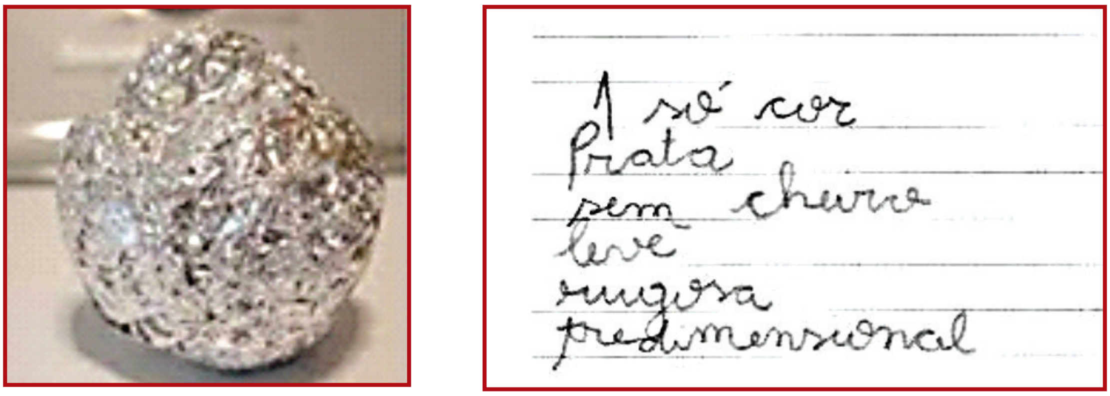


Figura 6 – Exemplo de segunda descrição

Fonte: arquivo das autoras.

Por último, solicita-se para colocar o objeto na mesa, olhá-lo de cima, desenhá-lo e descrevê-lo novamente.

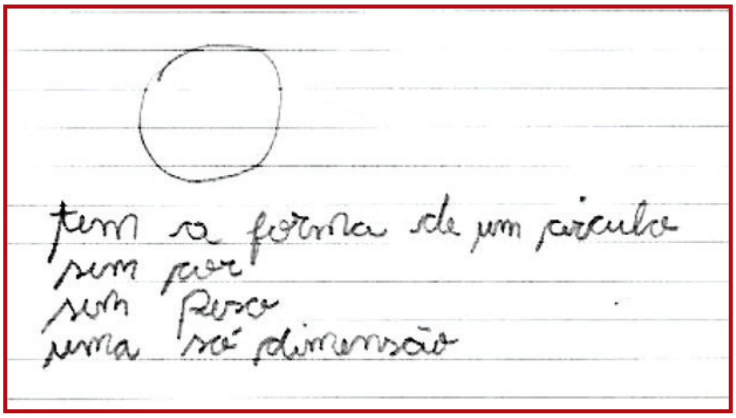


Figura 7 – Exemplo de terceira descrição

Fonte: arquivo das autoras.

Frente às descrições realizadas nos momentos anteriores, podem-se fazer perguntas, como: que diferenças podem ser observadas nas três mudanças ocorridas com o objeto trazido para a sala de aula? (objeto natural, envolvido no papel alumínio e desenhado seu contorno).

Para esse questionamento, faz-se importante que o professor não deixe de observar com seus alunos as características que são "perdidas" à medida que as propostas são realizadas. Ao observar o objeto da natureza em seu aspecto natural, características como coloração, cheiro, massa, textura, forma, dentre outros são elencados. Ao ser embrulhado em papel alumínio, conserva-se a forma, mas perde-se a coloração, o cheiro, altera-se a textura, a massa; ao ser desenhado visto de cima, conserva-se apenas a forma.

Posteriormente, pode-se questionar: O que define os contornos de um objeto e o distingue de outros objetos?

Nesta situação, a atenção deve ser voltada para que os alunos entendam que é a "forma" que define, individualiza um objeto e o diferencia de outro, é o aspecto perceptível pelos sentidos.

Situação 2: modelando formas

Essa situação inicia com uma história que o professor narra para seus alunos. A partir do contexto da história, seguem-se quatro momentos.

1º Momento: pede-se aos alunos para escolherem pelo menos um dos objetos ou personagens (se forem animais, por exemplo) citados na história e recriá-lo na argila ou massinha de modelar. Cada aluno compara a sua recriação com a dos colegas e discute-se: o que é possível perceber? A intenção é que as crianças compreendam que, embora seja muito difícil, artesanalmente, recriar um objeto idêntico ao original, a reprodução na argila ou massa de modelar pode representar a sua forma, ou seja, é possível apreender o objeto, por meio de sua forma.

2º Momento: solicita-se aos alunos que desenhem do melhor modo que conseguirem, aquele(s) objeto(s) que escolheram anteriormente e que já haviam modelado. Novamente, socializa-se o trabalho com os colegas e discute-se: o que é possível perceber? Esse momento representa o modo como, por meio do desenho, pode-se apreender o objeto, tentando imitá-lo tal qual ele se apresenta, mas na dimensão plana.

3º Momento: agora, pede-se que os alunos façam um esboço do(s) objeto(s), apenas traçando seu contorno. Depois de pronto, discute-se o que é possível perceber em relação ao desenho anterior. A intenção é que os alunos percebam que não é preciso reproduzir o objeto exatamente como ele é, mas é possível apreendê-lo apenas por meio de representações.

4º Momento : se os alunos já conhecem figuras geométricas planas, pede-se que, a partir do esboço anterior, façam o desenho do(s) objeto(s) usando as que acham que se assemelham ao seu desenho. Depois, observando as quatro representações, discute-se com eles as possibilidades de representar objetos que estão no espaço por meio de desenhos no plano que já não tem mais muito a ver com o original.

Os quatro momentos podem ser observados na Figura 8 referente à representação de uma árvore a partir da história da Lenda do Curupira. A representação no espaço foi feita em massinha de modelar.

Figura 8 – Quatro momentos de recriação de uma árvore

Fonte: arquivo das autoras.

Essas quatro diferentes maneiras de apreender a forma da árvore (modelação, desenho artístico, esboço e figuras geométricas) representam o movimento de recriação humana das formas espaciais até chegar às figuras geométricas.

d) A numeralização: do volume à área[1]

Como já comentamos, a organização da linguagem geométrica advém do movimento do espaço ao plano, acompanhando a organização humana que inicia com a necessidade de localização e reconhecimento das formas do espaço que, ao serem apreendidas, dão origem às formas criadas pelo homem. Nessa unidade, a intenção é discutir sobre a numeralização do volume à área, sem necessariamente usar cálculos e fórmulas. Para isso, utilizamos o tijolo, material usado nas construções em larga escala. Assentando vários deles em diferentes formas, obtemos casas, edifícios, muros e outras edificações bem variadas. Para representar o tijolo utilizaremos caixas de fósforos, (que podem ser substituídas por outro material, como, por exemplo, caixas de leite).

A principal utilidade dos tijolos é a de que podem ser combinados em grandes quantidades para a construção de diferentes formas. Com o tijolo o homem criou o que Lima e Moisés (1998) chamam de composição homogênea, ou seja, a combinação de vários elementos iguais que resulta diferentes qualidades. Mas o movimento de composição sugere o seu contrário, a decomposição. Para melhor compreendermos esse movimento, propomos duas situações desencadeadoras de aprendizagem, centradas na medida e no tijolo[2].

Situação 1: fazendo composições

Com cinco tijolos podemos fazer algumas combinações, construções. Desenhe algumas delas e observe-as de diferentes pontos de vista[3].

---

1 As situações propostas para este momento foram por nós adaptadas de Lima e Moisés (1998).

2 Adaptação do trabalho de formação elaborado pelo CTEAC 2001, organizado por Luciano Lima e Anna Regina Lanner de Moura.

3 O estudante deve observar a composição de todos os ângulos possíveis (vista de cima, de lado, imaginar a “vista por baixo”).

Na Figura 9, apresentamos algumas possibilidades.

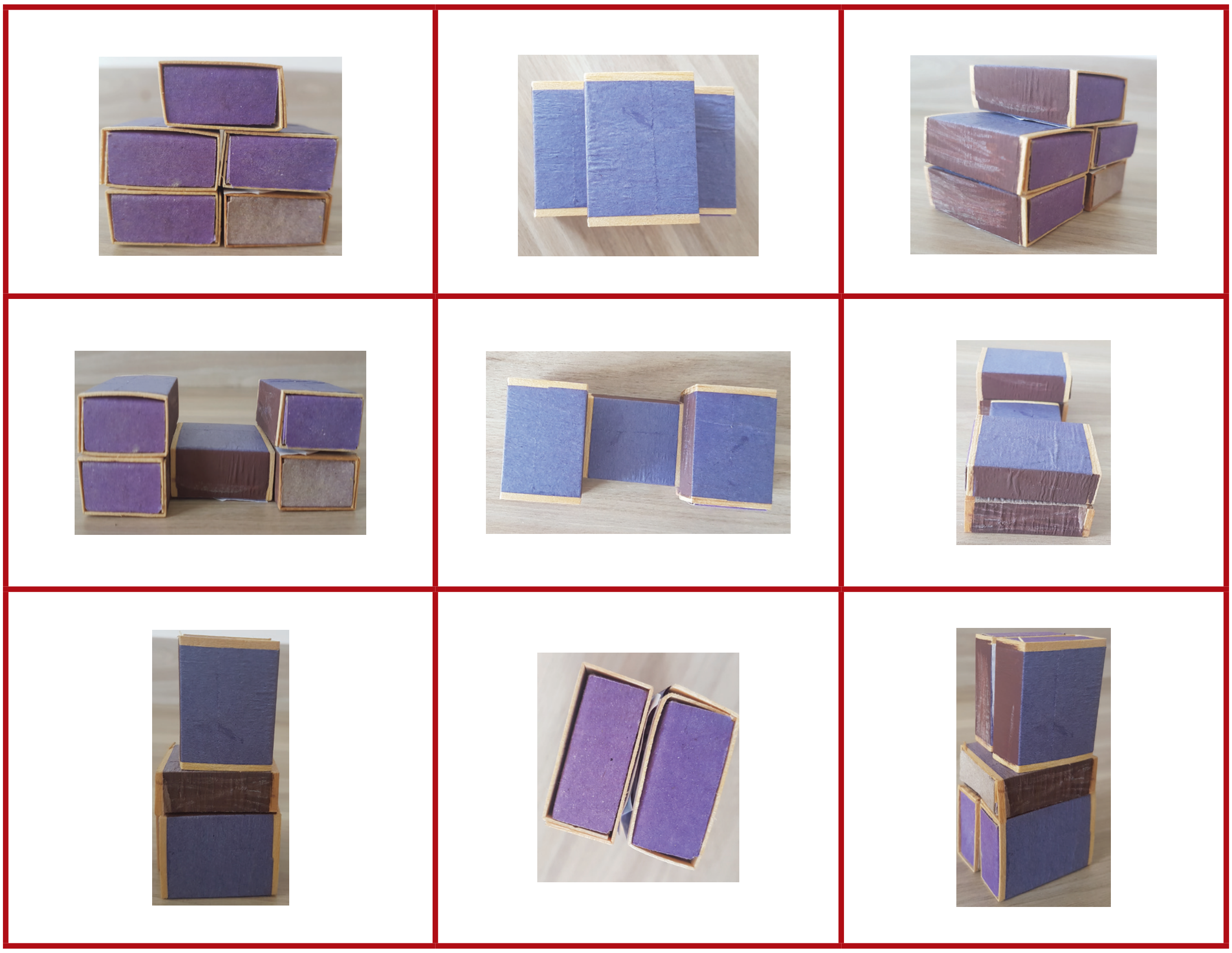


Figura 9 – Alguns exemplos de composições

Fonte: arquivo das autoras.

Situação 2: encontrando o plano

Novamente utilizando cinco tijolos, pede-se para a criança fazer uma nova composição e, a partir dessa:

- desenhá-la nas posições possíveis;
- recobri-la com papel e desenhar, novamente, também nas posições possíveis;
- marcar bem os vincos no papel e abri-la, cuidadosamente. Observar o desenho registrado no papel alumínio e procurar reproduzi-lo no seu caderno.

Feitas essas ações, discutir: a que conclusão podemos chegar?

É importante que o professor dialogue com os alunos sobre os elementos extraídos dessa situação, ou seja, discutir sobre:

– plano: surge a partir da planificação de algumas formas tridimensionais;.
– face: surge do recorte do plano;
– aresta: surge do encontro de duas faces;
– vértice: encontro de arestas.

Partindo da Situação 1 e 2, podemos observar que com cinco tijolos podemos fazer uma edificação. Podemos dizer que esta ocupa uma quantidade de espaço de cinco tijolos. À quantidade de cinco tijolos podemos ver a qualidade a que damos o nome de volume. E, ao dizermos que este volume é de cinco tijolos, estamos numeralizando uma grandeza usando outra – o tijolo – como unidade padrão de medida. Observe que, quando o homem inventou o tijolo:

– primeiro: descobriu uma qualidade das coisas, o *espaço* ou volume;
– segundo: inventou a medição do volume;
– terceiro: inventou a medição feita na própria composição, a medição por composição.

É importante que o aluno compreenda que, para ter o volume, o espaço precisa ser totalmente preenchido.

Se observarmos, por exemplo, uma edificação com 30 tijolos organizados em 2 placas de 5 colunas por 3 linhas. Se separarmos do todo apenas uma destas placas e a visualizarmos de cima, teremos uma placa com 5 colunas e 3 linhas. (Figura 10)

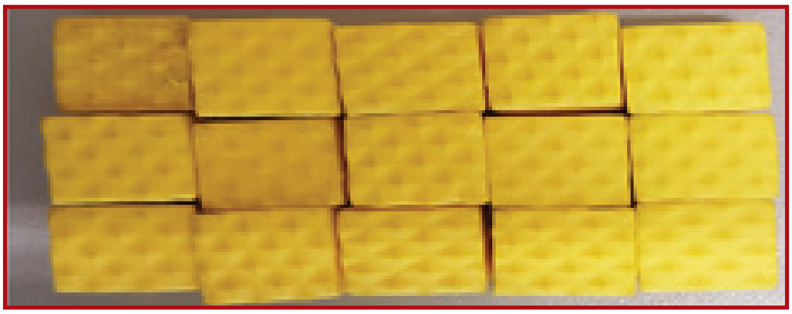


Figura 10 – Visualização da placa, de cima

Fonte: arquivo das autoras.

Esta Figura, que vemos de cima, é uma superfície. Toda a figura é composta por superfícies iguais – as superfícies dos tijolos. Se fizermos sua decomposição, teremos como aparece na Figura 11.

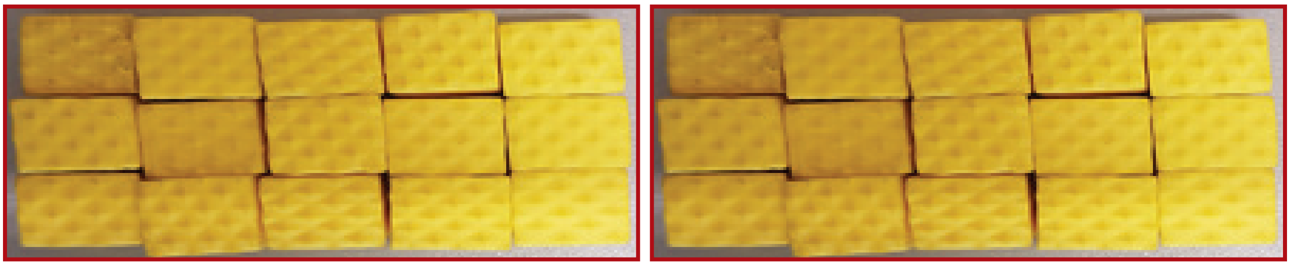


Figura 11 – Decomposição das duas placas
Fonte: arquivo das autoras.

Se fizermos a contagem das superfícies de tijolos utilizando o princípio multiplicativo, teremos 5 colunas e 3 linhas, então, 5 x 3 = 15 superfícies de tijolos. Juntos ou separados os tijolos vão apresentar sempre a mesma superfície, o que nos possibilita concluir que o espaço ocupado pela figura corresponde à 15 superfícies de tijolos. Esta é a numeralização da superfície, a área.

Observe que o homem, quando descobriu o tijolo:

– primeiro: descobriu a qualidade *superfície*;
– segundo: inventou a medição da área;
– terceiro: a medição é feita tanto na composição, a medição por composição, quanto na decomposição, a medição por decomposição.

e) A numeralização: da área ao comprimento

Nos momentos anteriores, vimos que o volume é decomposto em superfícies, isto é, em áreas. As áreas, por sua vez, podem ser decompostas em colunas ou linhas. Tomando-se apenas as arestas (surge do encontro de duas faces) dos tijolos, ou o seu contorno externo, temos os lados da superfície que correspondem às arestas das colunas e linhas. Estes lados são chamados de largura (a coluna) e comprimento (a linha). Estes lados foram compostos a partir das arestas dos tijolos. Juntas ou separadas estas arestas vão apresentar sempre o mesmo comprimento. Podemos numeralizar os lados e extrair daí a sua qualidade comprimento.

Observe que o homem, quando descobriu o tijolo:

– primeiro: descobriu a qualidade *comprimento*;
– segundo: inventou a medição do *comprimento*;
– terceiro: a medição do comprimento é feita tanto na composição, a medição por composição, quanto na decomposição, a medição por decomposição.

Faz-se importante termos claro o que estamos entendendo por medida. Para tanto, recorremos a Caraça (2000, p. 30) que define que, para medir, são necessárias três fases e três aspectos distintos: "escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número". Essa compreensão muito se difere da simples ação de encontrar um número ao ler um instrumento de medida, como ler um comprimento em uma régua, ler a massa indicada na balança. Estas últimas ações significam ler números sem entender o conteúdo de medida que ele representa.

Para que o aluno se aproprie dos conceitos de volume, área e perímetro, podemos organizar situações como as duas que apresentamos a seguir.

Situação 1: construindo um tanque

Propor aos alunos que, com os seus tijolos (caixas de fósforo, leite,...), construam um tanque que tenha 4 tijolos de comprimento, 2 de largura e 3 de altura. É importante ressaltar que o fundo do tanque é feito com uma camada de tijolos. Em seguida, discutir questões como:

- Se completássemos totalmente o espaço interior com tijolos, quantos deles teríamos no total? Podemos calcular essa quantidade sem contar de um em um? Como?
- Quantos tijolos poderíamos colocar no fundo deste tanque? Podemos calcular essa quantidade sem contar de um em um? Como?
- Para contornar o tanque com uma única camada de tijolos, quantos seriam necessários? Podemos calcular essa quantidade sem contar de um em um? Como?

Situação 2: construções livres

Nessa situação, solicita-se aos alunos que façam construções que usem apenas uma "camada" de altura de tijolo. Posteriormente, pede-se a eles que desenhem o contorno dessas formas em uma folha de papel e determinem a medida desse contorno usando como unidade o "lado maior do tijolo" (aresta).

Depois, discute-se com eles a possibilidade de medir outros objetos usando essa unidade (lado maior do tijolo) e elege-se alguns deles para serem medidos, lembrando que agora estamos nos referindo à medida de comprimento, que envolve altura, largura, espessura. Essa situação pode ser ampliada para o uso de unidades padronizadas, como o metro, propondo-se que sejam medidos comprimentos maiores.

As duas situações, anteriormente propostas, apresentam relação com volume, área e perímetro. Embora existam fórmulas matemáticas específicas para calculá-los, a intenção é que os alunos descubram como fazer isso, sem, necessariamente, apelar para as mesmas. O importante é que eles percebam que existe um modo geral para calcular volume, área e perímetro e que, quando o "descobrirem", poderão usá-lo em outras situações.

Alguns apontamentos finais

Trouxemos, neste capítulo, algumas discussões sobre o movimento de organização da Geometria, do ponto de vista das possibilidades de organização do seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As ideias apresentadas compactuam com as ideias de Lanner de Moura e Moura (2001) de que a Geometria é um conhecimento impregnado de ação humana na busca de interpretação, modificação e domínio do espaço, e que a apropriação de seus conceitos deve levar ao desenvolvimento de um tipo de pensamento que permita aos alunos compreender, descrever, representar, projetar organizadamente o espaço em que vivem. Esses autores entendem que os conteúdos escolares concretizam os objetivos educacionais e que seu desenvolvimento na educação escolar permite que sejam difundidos, preservados e aprimorados. Nessa perspectiva, podemos compreender a Geometria como um importante componente curricular, na medida em que lidar com as relações geométricas torna-se útil em situações do dia a dia e tem conexão com outras áreas do conhecimento, bem como com outras áreas da própria Matemática.

Assim, o caminho que escolhemos para a organização do ensino do conhecimento geométrico foi partir de elementos encontrados ao nosso redor, num movimento de decomposição que parte do espaço e chega à linha para, a partir da criação dos elementos primários das formas, desenvolver a composição das figuras humanizadas.

Buscamos trazer algumas situações desencadeadoras de aprendizagem que contemplam: localização e movimentação; tamanhos e formas; representação do espaço no plano e numeralização – do espaço ao plano e do plano ao comprimento. Tais situações derivam de ações e pesquisas que temos desenvolvido e que, nessa perspectiva, atenderam a um determinado contexto. Por isso, devem ser entendidas não como sugestões a serem seguidas, mas como possibilidades para a discussão de um ensino de Geometria nos primeiros anos de escolarização que permita ao aluno se apropriar de conhecimentos geométricos que vão além da identificação e nomeação de figuras e cálculos com seus "desenhos". Deve, acima de tudo, priorizar a compreensão da Geometria como um conhecimento que está impregnado de ação humana na busca de interpretar, modificar e dominar o espaço a sua volta, permitindo o desenvolvimento de um tipo de pensamento que lhe oportunize, enquanto ser humano, compreender e agir no mundo em que vive.

Referências

ALEKSANDROV, A. D. et al. *La matematica: su contenido, metodos y significado.* Madrid: Alianza Editorial, 1985.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:* matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:* Apresentação. Brasília: MEC, SEB, 2014, p. 51.

BOYER, Carl. *História da matemática.* Trad. Elza S. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CAMPOS, T. M. M. *Transformando a prática das aulas de matemática.* São Paulo: PROEM, 2001.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática.* Lisboa: Gradiva, 2000.

CEDRO, Wellington L. Geometria. In: *Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas da organização do ensino.* São Paulo: CAPES/OBEDUC, 2015. Relatório de Pesquisa.

DUHALDE, Maria Elena; CUBERES, María Teresa Gonsález. *Encontros iniciais com a matemática.* Porto Alegre: Artmed, 1998.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* Trad. Higino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1994.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LANNER de MOURA, Anna Regina; MOURA, Manoel Oriosvaldo. *Geometria nas séries iniciais.* São Paulo: USP, 2001.

LIMA, Luciano Castro; MOISÉS, Roberto Péricles. *A fração: repartindo o universo.* São Paulo: CETEAC, 1998.

______. *Uma leitura do mundo: forma e movimento*. São Paulo: Escolas Associadas, 2002.

PIROLA, Nelson A. Práticas de Ensino de Geometria: algumas experiências com o desenvolvimento da movimentação e localização de pessoas/objetos no mundo físico. In: *Geometria no Ciclo de Algabetização.* Salto para o Futuro: Ano XXIV, Boletim 7, 2014.

POZEBON, Simone; LOPES, Anemari R. L. V.; FRAGA, Laura. P.; HUNDERTMARCK, Jucilene. A formação de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental: uma discussão a partir de uma atividade de ensino de geometria. *Experiências em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 8, p. 48-60, 2013.

SAIZ, I. E. A direita de quem? Localização espacial na educação infantil e nas séries iniciais. In: PANIZZA, M. *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais.* São Paulo: Artmed, 2006.

Capítulo 6

A Estocástica: Ensino e Aprendizagem na Infância

Celi Espasandin Lopes
Universidade Cruzeiro do Sul
celi.espasandin.lopes@gmail.com

Luzinete de Oliveira Mendonça
Universidade Cruzeiro do Sul
luza.oliveira7@gmail.com

> “As crianças ficam com a bagunça que nós criamos… Será responsabilidade delas criar um mundo melhor para si e para as gerações futuras, algo que nós não conseguimos fazer. Elas terão de ser capazes de trabalhar em conjunto para resolver criativamente graves problemas não só no domínio do social, mas também do econômico e da preservação dos recursos naturais. Portanto, temos de nos perguntar: Estamos desenvolvendo seres humanos que atingem todo o seu potencial e, por isso, são os criativos solucionadores de problemas que não conseguimos ser? O nosso objetivo deve ser o de ajudar a criar uma geração que seja muito melhor do que nós, uma geração de pessoas que possam reinventar-se, em vez de criar réplicas de nós mesmos”. (Beatriz D’Ambrosio, 2014)

Início do Diálogo

Este capítulo visa dialogar com o leitor sobre a ciência estocástica, a importância da sua aprendizagem na infância e, consequentemente, o trabalho dos educadores matemáticos com a infância. Para isso, delineamos como objetivos: discutir a origem da ciência estocástica; evidenciar a relevância da integração da estatística, da combinatória e da probabilidade para a atribuição de conceitos dessas áreas; e suscitar reflexões sobre a elaboração e a implementação de atividades para a sala de aula, com foco na estocástica.

O estudo da estocástica na infância se justifica pelas contribuições que o conhecimento de ideias matemáticas e estatísticas pode trazer para a criança, de forma que ela amplie suas possibilidades de compreender e atuar em contextos infantis e de interagir com as pessoas com quem convive. Apresentaremos fundamentos teóricos e metodológicos que possam auxiliar os educadores matemáticos no processo de ensino e aprendizagem da combinatória, da probabilidade e da estatística, a partir das pesquisas que discutem essa temática. Visamos suscitar uma reflexão que auxilie o avanço da produção científica e da prática pedagógica em estocástica.

A Ciência Estocástica

A ciência de conjecturas, ou a ciência estocástica, é definida como a ciência da medição, quando se busca a probabilidade mais exata possível para situações que requerem julgamentos e ações e nos proporcionam a escolha mais satisfatória (VON COLLANI, 1995).

A estocástica é uma ciência que tem características únicas, baseia-se em um modelo de aleatoriedade. Toma como objeto de estudo os fenômenos reais. A grande importância dos estudos estocásticos surge a partir do seu papel central na modelagem da natureza e em sistemas cuja aplicabilidade é quase ilimitada.

Davis e Hersh (1988, p. 19) consideram que a estocastização do mundo "significa adoção de um ponto de vista em que a incerteza, ou sorte, ou probabilidade, é admitida como um aspecto real, objetivo e fundamental do mundo". Nessa perspectiva, poderíamos entender o determinismo como oposto da estocástica; no entanto, temos vivido em um mundo que é, segundo os autores, "simultaneamente estocastizado e determinista", nos direcionando a perceber a estocástica e o determinismo como complementares.

Esse movimento estocástico perpassa nosso cotidiano, influenciando nossos pensamentos e atitudes. A todo momento, somos levados a tomar decisões, tendo em vista as incertezas presentes em distintas instâncias de nosso viver.

No entanto, existem duas grandes dificuldades com a estocástica. A primeira, porque a seleção e a verificação de modelos estocásticos, bem como a compreensão adequada dos conceitos estocásticos, são mais difíceis do que para os modelos e os conceitos deterministas. E a segunda porque a estocástica está longe de ser uma ciência unificada e comumente reconhecida. Cada uma das ciências tradicionais cria o seu próprio ramo estocástico, evitando, assim, uma unificação.

> Não há quase nenhum campo do conhecimento que se desenvolva sem métodos estocásticos. A ciência estocástica é verdadeiramente universal na natureza. A razão para esta posição única é o simples fato de que o nosso mundo é governado por eventos aleatórios. O impacto da estocástica em nossas vidas e no estado atual do mundo, é possível afirmar, é enorme. Muitas decisões importantes na vida de uma pessoa, do berço à sepultura, são baseadas em experimentos estatísticos. (VON COLLANI, 1995, p. 204, tradução nossa)

É evidente que a estocástica detém uma posição de destaque entre todas as ciências, por ser a ciência da aleatoriedade, a qual perpassa o fazer científico de tantas outras áreas do conhecimento. Existe uma multiplicidade de diferentes modelos estocásticos que são utilizados pelas diversas ciências, e a análise deles é de natureza probabilística, o que os torna difíceis de interpretar e compreender. Não obstante, frequentemente, conceitos estocásticos são introduzidos para resolver problemas práticos ou satisfazer necessidades práticas. Essa dificuldade pode estar ligada à introdução tardia de sua abordagem na Educação; por isso, defendemos a introdução da educação estocástica desde as séries iniciais da educação básica, para ampliar o trabalho com a estocástica e seu significado e, consequentemente, seu domínio pelas crianças. Dessa forma, portanto, ela poderia contribuir mais com o desenvolvimento social, econômico e científico.

Por que o Estudo da Estocástica na Escola?

No currículo de matemática da Educação Básica tem sido recomendado, nas últimas décadas, o ensino da probabilidade e da estatística. Em muitos documentos curriculares, o trabalho com combinatória tem estado interligado à probabilidade, e esta, por sua vez, ligada à estatística. A principal razão para se introduzir o estudo das situações aleatórias e noções básicas de probabilidade desde o início da escolaridade é que tais situações são frequentes na vida cotidiana (BATANERO; GODINO, 2002).

Para discutirmos a inserção do estudo que envolve o levantamento de possibilidades, a medida de chance e a análise de dados, precisamos entender qual o ramo da ciência que estuda tais questões. Inicialmente temos a análise combinatória, parte da ciência matemática, que estuda como solucionar problemas de escolha e organizar elementos de certos conjuntos, em conformidade com as regras prescritas. Tais regras definem o método para executar certos elementos ao configurar um dado conjunto – é a chamada “configuração combinatória”. Esse estudo de configurações combinatórias inclui perguntas sobre a existência de algoritmos, sua construção e sua otimização. Também busca solucionar problemas de enumeração e, em particular, determinar o número de configurações de uma dada classe. Podemos dizer que combinatória é a arte das combinações.

Combinatória não é simplesmente uma ferramenta para cálculo de probabilidade, mas há uma estreita relação entre ambos os temas. Muitos matemáticos se debruçaram sobre o estudo desses dois ramos da matemática. Leibniz, por exemplo, apesar de não ter gerado nenhuma contribuição formal para a teoria da probabilidade, tinha um interesse profundo pelo tema e chegou a ser considerado o primeiro filósofo da probabilidade: escreveu a primeira monografia sobre a teoria da combinatória e destacou suas relações com a teoria da probabilidade. Também Bernoulli discutiu, em uma mesma obra, os jogos de azar, ofereceu um ensaio geral sobre a teoria da combinatória e revolucionou a teoria da probabilidade com aplicações a questões de economia e ética (HACKING, 1995).

A maior parte das probabilidades que ocorrem na prática são números entre 0 e 1, que indicam a posição do evento no contínuo entre impossibilidade e certeza. Quanto mais próxima de 1 for a probabilidade de um evento, mais provável é que o evento ocorra. Probabilidades também podem ser expressas como medidas de chances. A chance é a razão entre a probabilidade de um evento e a probabilidade de todos os demais eventos.

Uma ciência se desenvolve de duas formas: ou como resposta a problemas que ela mesma cria ou em resposta a problemas trazidos do exterior. Apenas muito recentemente a probabilidade se fortaleceu o suficiente para criar seus próprios problemas. No século

XVII, ela teve como foco de atenção os seguros e as pensões anuais e, no século seguinte, a astronomia; no século XIX, voltou-se para a análise de dados biológicos, quando a mecânica estatística requereu uma análise mais profunda dos conceitos sobre a probabilidade. “As necessidades dos experimentos agrícolas e médicos produziram o grosso da verdadeiramente grande teoria estatística da Europa Ocidental, na primeira parte do século XX” (HACKING, 1995, p. 17, tradução nossa).

Dessa forma, a ciência estatística desenvolve-se imbricada com a matemática, tendo como objeto de estudo o comportamento dos fenômenos chamados coletivos. A estatística torna-se a ciência dos dados e seu objeto é o raciocínio a partir de dados empíricos. Como disciplina científica autônoma, que tem seus métodos específicos de raciocínio, ela não é subárea da matemática, embora seja uma ciência de natureza matemática. Estatística é uma disciplina metodológica e não uma coleção de métodos (MOORE, 1991).

A compreensão sobre os significados da combinatória, da probabilidade e da estatística é importante para entendermos como convergem para as ideias da ciência estocástica. A Figura 1 mostra a convergência dos estudos combinatórios, probabilísticos e estatísticos para o desenvolvimento do conhecimento sobre a ciência estocástica.

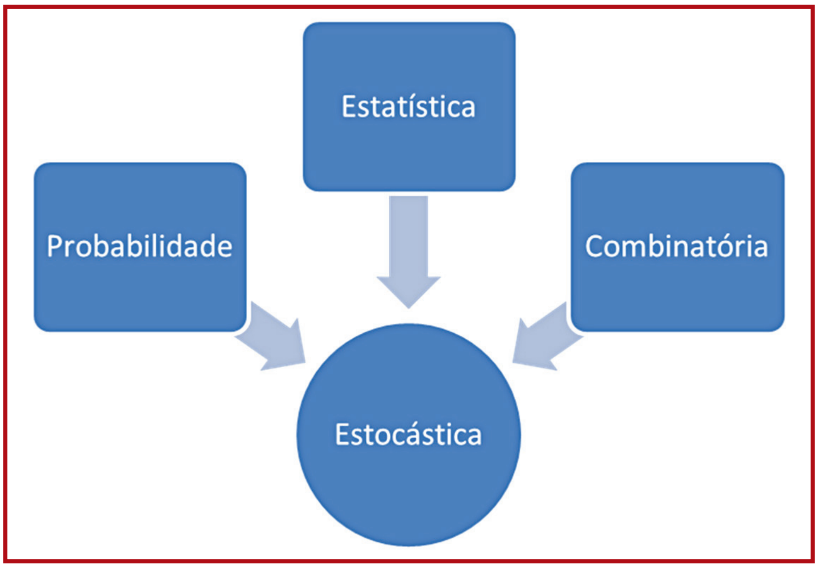


Figura 1 – Estocástica na Educação Matemática

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Sobre a integração dos dois campos matemáticos com a estatística nos estudos da Educação Básica, Lopes (2012, p. 168) pondera as relações que ocorrem entre as distintas formas de raciocinar, considerando que “o raciocínio probabilístico está atrelado ao raciocínio combinatório, ou seja, após a enumeração das possibilidades, pode-se analisar a chance e fazer previsões”. Essas duas formas de raciocinar são fundamentais para o raciocínio estatístico, que tem uma natureza holística e mobiliza o pensar sobre a incerteza inerente à natureza desse tipo de fenômeno.

Desse ponto de vista, o trabalho nessa perspectiva favorece o desenvolvimento de formas particulares de pensamentos ligados aos fenômenos aleatórios e aos conceitos a eles relacionados, justificando a inclusão de estudos sobre as questões que envolvem tais formas de raciocínio no processo educacional das crianças. A sociedade contemporânea é assinalada pela incerteza e vive imersa em movimentos aleatórios e uso constante de tecnologias. As crianças estão inseridas em um cotidiano que requer delas tomadas de decisões rápidas diante dos recursos tecnológicos com os quais interagem. Esses recursos podem ser ferramentas poderosas para que as crianças sejam capazes de distinguir entre situações aleatórias e deterministas.

No século passado, Piaget e Inhelder (1951) acreditavam que as crianças não poderiam compreender a ideia de chance, porque elas teriam que entender a relação de causa e efeito. Porém, anos mais tarde, Fischbein (1975) se contrapôs a essas crenças e defendeu a intuição fundamental do acaso, evidenciando, em suas pesquisas, que as crianças são capazes de diferenciar o fenômeno aleatório do fenômeno determinista, desde que possam receber uma educação probabilística.

Fischbein (1975) baseia-se no comportamento das crianças, ao jogarem jogos de azar, quando elas são capazes de escolher a opção mais provável. O entendimento sobre a aleatoriedade é gradual e progressivo e, para isso, as crianças precisarão ter possibilidades de perceber o previsível por meio de atividades de combinatória. Ao determinar um conjunto de possibilidades, podem perceber a existência de uma razão entre possibilidades de um caso particular e um conjunto de possibilidades, adentrando o pensar probabilístico.

Diante disso, uma abordagem integradora, como a estocástica, demanda um ambiente de aprendizagem de natureza investigativa com foco na resolução de problemas. Assim, as perspectivas pedagógicas que têm suas dinâmicas centradas na resolução de problemas, como a modelagem matemática, a investigação matemática, o ensino exploratório e os jogos educativos são meios férteis para sua implementação.

Das discussões anteriores, cabe assinalar a evidência de que a estatística e a matemática são duas ciências distintas e exigem diferentes tipos de raciocínio e habilidades intelectuais. Enquanto a matemática está embasada no raciocínio lógico, a estatística tem na incerteza sua principal característica, o que demanda outro tipo de raciocínio.

Como vimos, a estatística é uma ciência de análise de dados, ou seja, possibilita obter conhecimento a partir de dados. “Em estatística, dados são vistos como números com um contexto. O contexto motiva os procedimentos e é a fonte de significados e base para interpretação de resultados” (LOPES, 2012, p. 167). Desse ponto de vista, o raciocínio estatístico envolve diversos elementos, os quais são fortemente relacionados com o contexto, com o processo de coleta, com a organização e com a análise dos dados em um processo de ação e reflexão em que a consideração da incerteza é o fio condutor (WILD; PFFANKUSH, 1999).

A combinatória e a probabilidade são áreas da matemática e, assim como outros conceitos desse campo, são ferramentas fundamentais para o estudo da estatística. O Quadro 1 destaca os principais conceitos e a forma como eles se relacionam com a estatística (VAN DE WALLE, 2009; MENDONÇA, 2015).

Quadro 1 – Conceitos matemáticos e sua relação com a estatística

Conceitos matemáticos	**Relação dos conceitos matemáticos com a estatística**
Senso numérico	O número, no contexto da estatística, adquire significado particular em função de estar relacionado a um contexto. Os gráficos, por exemplo, realçam relações numéricas, como maior, menor, diferença e magnitude relativa (relação parte/todo), conforme Van de Walle (2009).
Frações, razões e porcentagens	Esses conceitos são usados na descrição dos dados.
Medidas	Muitos dos dados coletados no mundo real são medidas, e a probabilidade é uma medida de chance.
Geometria	A construção de gráficos exige conceitos ligados à geometria, como a ideia de perpendicularidade, de ângulos, reta, inclinação etc.

Álgebra	A análise de dados tem forte conexão com essa área, em função da necessidade de estabelecer correlação entre variáveis e usar modelos estatísticos (por exemplo, a equação da reta). Nesse caso, quanto mais os dados se aproximam de uma função algébrica, maior a capacidade de predição do comportamento da situação estudada.
Probabilidade	Por ser uma medida de chance, a probabilidade fornece elementos para a avaliação da variação, conceito-chave da estatística.
Combinatória	A combinação de elementos (espaço amostral) fornece as possibilidades para a tomada de decisão em um processo de análise de dados.

Fonte: elaborado pelas autoras.

Como observamos, o estudo da estatística é amparado por diversos conceitos matemáticos, apesar de lidar com situações em que a incerteza está presente. É possível, em função dessa característica, que consideremos a necessidade de ampliar a ideia de *ensino de estatística* para a de educação estatística, pois, nessa perspectiva, o foco se desloca de um trabalho centrado em procedimentos para uma visão abrangente do processo que envolve a coleta e a análise de dados em contextos específicos, caracterizados pela presença da incerteza. Essa perspectiva demanda uma ação pedagógica diferente da tradicional, em que o professor assume papel central. Resta-nos questionar sobre as oportunidades de formação que permitem ao professor da Educação Básica refletir sobre uma outra prática – e nela pautar sua ação –, que leve o aluno a assumir o processo de construção do conhecimento.

A Estocástica e o Trabalho do Professor

Vimos que a ciência estocástica ainda é pouco reconhecida e, consequentemente, o mesmo ocorre com sua abordagem no ambiente escolar. No entanto, um estudo efetivo sobre ela e sua inserção no currículo da Educação Básica tem estado na pauta das propostas educacionais de muitos países, particularmente, devido aos cenários sempre atualizados das tecnologias e, também, das ciências da natureza. Tem-se justificado sua relevância pela visão holística que ela proporciona e pela sua importância para o desenvolvimento do pensamento científico.

Na sala de aula, a estocástica tem nas atividades investigativas e nos jogos educativos ferramentas potenciais, em função de serem alternativas coerentes para compor uma proposta que visa integrar conceitos, instigar atitudes e ações. Além disso, essas perspectivas pedagógicas, por demandarem reflexão e estratégias criativas, em um processo ativo e instigador, ampliam consideravelmente as possibilidades para a atribuição de significado aos conceitos relativos à educação estatística.

Vivenciar situações que envolvam raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico permitirá uma aprendizagem sobre novas situações, marcadas pela incerteza e pela aleatoriedade presentes em questões sociais, econômicas e científicas. Fischbein (1975), por meio da exploração das intuições das crianças, recomendava o ensino da estocástica, a fim de evitar que as pessoas enraízem intuições errôneas sobre o movimento aleatório.

Para além dessas considerações, Lopes (2012) destaca que o conceito-chave da ciência estatística é a variabilidade, que implica na capacidade de perceber a existência da variação e é o centro do processo de fazer relações sobre o problema investigado, de elaborar a construção e a análise dos dados. A variabilidade presente nos dados determina uma forma de pensar que exige uma combinação de ideias, o que nos remete a uma intersecção entre os raciocínios combinatório, probabilístico e estatístico.

As raízes históricas trazem o raciocínio probabilístico atrelado ao raciocínio combinatório, ou seja, após a enumeração das possibilidades, pode-se analisar a chance e fazer previsões. Essa forma de raciocínio é essencial para que se analisem dados construídos a partir de um problema, o que direciona ao raciocínio estatístico; e este permite a compreensão de informações estatísticas que envolvem ligação de um conceito para outro, por exemplo, mediana e média; ou possibilita combinar ideias sobre dados e fatos. Essas diferentes formas de raciocínio, quando interligadas, constituem o raciocínio estocástico, o qual leva a compreender como os modelos são usados para simular fenômenos aleatórios; a entender como os dados são produzidos para estimar as probabilidades; a reconhecer como, quando e por meio de quais ferramentas as inferências podem ser realizadas; e a compreender e utilizar o contexto de um problema para planejar as investigações, avaliá-las e tirar conclusões.

Diante disso, ao pensar a importância do estudo estocástico, remetemo-nos ao papel da escola de preparar os estudantes para a realidade, à medida que promove o desenvolvimento do raciocínio crítico por meio da análise de situações diversas que envolvem a incerteza. A abordagem da estocástica implica processos oriundos da resolução de problemas, como a elaboração de questões para responder a uma investigação sobre a realidade, que possibilita fazer conjecturas, formular hipóteses, estabelecer relações e tirar conclusões (LOPES, 2012).

Além de situações reais, podem-se considerar problemas de simulação, jogos ou realização de experimentos, nos quais são essenciais o levantamento de possibilidades, as análises sobre elas e os registros sobre o evento observado, para posteriores interpretações. Essa perspectiva requer uma prática pedagógica que promova a investigação e a exploração, tornando possível aos estudantes tomarem consciência de conceitos estatísticos e probabilísticos que os auxiliem em sua leitura de mundo.

Moore (1990) considera que um dos objetivos da educação estocástica é desenvolver a flexibilidade para a resolução de problemas e as habilidades para a análise de dados. Ele se opõe a um estudo meramente centrado em cálculos e habilidades procedimentais.

A resolução de problemas em situações de incerteza tem um impacto muito elevado em contextos do mundo real, uma vez que problemas de otimização decorrentes na prática estão se tornando, cada vez mais, complexos e dinâmicos. Além disso, as rápidas mudanças do mundo e situações de difícil previsão e/ou tomada imediata de decisão justificam a necessidade da formação estocástica. Outras justificativas referem-se à sua utilidade para a vida diária, a suas contribuições para a aquisição de conhecimento em outras áreas, à necessidade de um conhecimento estocástico básico em muitas profissões e ao seu papel no desenvolvimento de um raciocínio crítico.

Apesar da complexidade inerente ao processo de ensino e aprendizagem da estocástica, não são muitas as oportunidades de formação docente nessa perspectiva. Pesquisas recentes têm evidenciado que a aprendizagem docente pode ser potencializada em ambientes de formação em que propostas de ensino e aprendizagem da combinatória, da probabilidade e da estatística são elaboradas pelos próprios educadores de infância, em um processo de reflexão e discussão coletiva, amparado pela teoria e pelos conhecimentos advindos de vivências refletidas na sua implementação na sala de aula.

Souza (2013), por exemplo, desenvolveu com um grupo de professores da Educação Infantil e do primeiro ano do Ensino Fundamental uma pesquisa que oportunizou o compartilhamento de resolução de problemas sobre probabilidade, combinatória e estatística, e a elaboração e a implementação de atividades na sala de aula. Nesse processo, o pesquisador observou que os professores manifestam interesse em abordar conceitos de combinatória e probabilidade em situações em que trabalham a estatística, mas a insegurança para fazer a integração dessas áreas os impede de fazê-lo. Tal constatação o levou a problematizar atividades desenvolvidas pelos docentes com seus alunos, de modo a levá-los a explorar conceitos de combinatória e probabilidade. Sobre esse aspecto, Souza (2013, p. 184) pondera que:

> a participação das professoras no grupo contribuiu para a ampliação de seus conhecimentos profissionais e proporcionou uma aproximação com a Educação Estatística, uma vez que, em grupo, compartilharam experiências; tiveram seu trabalho valorizado e valorizaram o de seus pares; expuseram seus pensamentos e emoções sobre o que ainda não conheciam e/ou se sentiam incapazes de fazer; encontraram apoio para transformar a insegurança em segurança.

Tal consideração se baseia na mudança de atitude dos docentes no decorrer do processo, durante o qual, a partir do compartilhamento de suas práticas com os pares no espaço de discussão do grupo, ocorreu a exploração de atividades com mais segurança e aprofundamento.

Complementando tais discussões, a pesquisa de Oliveira (2013) buscou investigar algumas aprendizagens reveladas por professores que ensinam matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, inseridos em um espaço formativo, o qual tinha como foco a estocástica. No decorrer do processo de formação, a pesquisadora observou dificuldades dos docentes em relação aos conceitos matemáticos – incluindo a combinatória e a probabilidade – e estatísticos, o que os impedia de incorporar, em suas práticas, atividades que envolvam o raciocínio estocástico. Foi observada, no entanto, a capacidade ímpar dos docentes de problematizar estórias infantis, situações do contexto da escola e da sala de aula. Essa habilidade foi a base para a pesquisadora promover reflexões e ações para estimular a abordagem dos conceitos da estocástica e construir conhecimentos necessários para essa prática.

Essas propostas de formação constituem oportunidades relevantes para o professor elaborar conhecimentos sobre a estocástica e seu ensino. É oportuno considerar que muitas situações cotidianas podem possibilitar o estudo de conceitos da estatística, da probabilidade e da combinatória a partir da perspectiva da estocástica, como assinala Von Collani (1975). E essa visão possibilita a integração dos conceitos dessas três áreas.

Mendonça e Kooro (2011), ao elaborarem uma oficina para professores das séries iniciais para a abordagem da estocástica, usaram como recurso uma história infantil. Esse processo possibilitou observar que a problematização da situação pode gerar a integração da estatística com a probabilidade e da probabilidade com a combinatória. Isso viabiliza intersecções entre as distintas formas de raciocínios dos três ramos científicos, como ilustra a Figura 2.

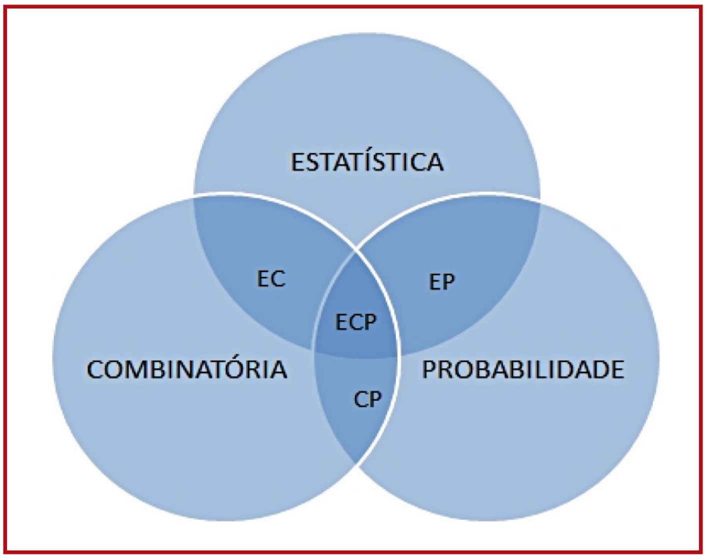


Figura 2 – Integração entre a estatística, a combinatória e a probabilidade

Fonte: elaborada pelas autoras.

A integração entre as áreas matemáticas e a estatística, evidenciada na Figura 2, é feita em um processo contínuo de problematização, a partir de questionamentos intencionais, os quais encaminham as discussões e ações dos alunos, levando-os a realizar diferentes relações e integrações para a resolução de problemas.

Como observamos, a abordagem da estocástica em um ambiente de aprendizagem centrado na resolução de problemas advindos do interesse dos estudantes favorece o engajamento genuíno, fator fundamental para motivar e instigar a busca de soluções e compreensões sobre um tema (MENDONÇA, 2008, 2015). Nessa perspectiva, o processo de ensino e aprendizagem envolve o levantamento de possibilidades, o registro e a análise de resultados de experiências realizadas ou de resolução de problemas significativos que envolvam a tomada de decisão. Assim, (LOPES, 2008, p. 62) salienta que:

> [...] não faz sentido trabalharmos atividades envolvendo conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a uma problemática. Propor coleta de dados desvinculada de uma situação-problema não levará à possibilidade de uma análise real. Construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto ou relacionados a situações muito distantes do aluno pode estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua criticidade.

Desse ponto de vista, a investigação deve ser uma característica do processo de ensino e aprendizagem, pois a ampla rede de relações e interações, ideias e ações, características desse processo, converge com a proposta da estocástica. É prudente ressaltar que o desenvolvimento desse processo demanda uma intervenção intencional, empenhada em promover condições favoráveis para que os estudantes construam o raciocínio estocástico.

É evidente que, em um processo de investigação, alguns conceitos surgem mais naturalmente do que outros. As representações tabulares e gráficas, por exemplo, são, dentre os objetos comuns às três áreas, os que mais aparecem quando se estuda um tema ou se resolvem problemas decorrentes de situações aleatórias. Entretanto, outros conceitos e objetos podem ser explorados a partir da problematização do professor, de modo que o processo contemple os conceitos, os procedimentos e as atitudes planejadas (MENDONÇA, 2015).

Tradicionalmente, os jogos têm sido usados para a abordagem dos conceitos ligados à probabilidade. Essa perspectiva, no entanto, pode ser explorada de forma a contemplar conceitos da estatística, da combinatória e da probabilidade de forma integrada. A relevância do trabalho com jogos está ligada ao fato de que "a atividade de jogar desempenha papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, dedutivo e indutivo; da linguagem; da criatividade; da atenção e da concentração, essenciais para o aprendizado em Matemática" (LOPES; TEODORO; REZENDE, 2011, p. 79).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998, p. 49) destacam o aspecto lúdico dos jogos como importante para o processo de ensino e aprendizagem: "um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar a potencialidade educativa dos diferentes jogos".

Nessa perspectiva, a característica motivadora do jogo favorece a construção de conceitos diversos. Para Franco (1996 apud CAMPOS; NOVAIS, 2010), o jogo, no contexto da Educação, deve ser compreendido como “Jogo Educativo”, considerando que, nesse contexto, é preciso buscar uma relação mediadora entre o lúdico e o educativo.

> A autora destaca, ainda, que o Jogo Educativo se transforma em Jogo Didático quando apresenta um “sentido restrito”, ou seja, quando é utilizado como material ou situação que exige ações orientadas com vistas a aquisição de conhecimento de conteúdos específicos ou de habilidades intelectuais. (CAMPOS; NOVAIS, 2010, p. 2, grifo dos autores)

A partir dessa perspectiva, os autores apresentam uma proposta de intervenção com um jogo, em que o participante deverá responder questões que instigam o desenvolvimento do raciocínio, a flexibilidade do pensamento matemático e estatístico e da leitura e interpretação de gráficos.

A definição de jogo como um “problema em movimento”, feita por Grando (2000, p. 33), também conflui para o estudo da estocástica, pois insere o jogo na perspectiva da resolução de problemas e, assim, contribui para a aprendizagem da aleatoriedade. Os estudantes, ao se confrontarem com situações-problema em que a presença do acaso lhes exige outras formas de pensar sobre contextos de jogos diversos, terão possibilidades de desenvolver habilidades que a resolução de problemas relacionados apenas a conceitos matemáticos ou estatísticos ou mesmo de natureza contextualizada não lhes proporciona.

Em síntese, o processo investigativo é recomendado para o estudo estocástico, já que suscitar essa forma de pensar sobre a aleatoriedade dialoga com a problematização constante de questões ligadas a amplos espectros da vida cotidiana. A aprendizagem do raciocínio determinístico que está efetivada na escola tem seu *status* de importância, mas é urgente que se abra espaço para reflexões sobre o movimento do aleatório e a presença do acaso, de modo a permitir que os nossos estudantes possam encontrar soluções para os problemas que surgirão diariamente em suas vidas.

Considerações Finais

As discussões empreendidas anteriormente revelam desvendares sobre relevância e possibilidades para a educação estocástica de nossas crianças. A abordagem integrada da combinatória, da probabilidade e da estatística, relacionadas à realidade dos estudantes e aos seus diversos contextos, pode contribuir para uma formação mais abrangente, proporcionando a elaboração de questionamentos e a resolução de problemáticas que não se limitam a situações determinísticas.

As urgências da sociedade contemporânea requerem pessoas mais habilitadas para lidar com situações de incertezas. Isso gera uma demanda de desafios para a escola, a qual precisa encontrar novos e diversos caminhos que respeitem o direito a aprendizagens que nossa geração não teve e das quais nem precisou. Desse modo, redimensionar as propostas curriculares atende a um futuro que se aproxima rapidamente e de forma cada vez mais complexa, evidenciando que ensinar apenas o que aprendemos não é suficiente. Precisamos permitir aos nossos alunos trilhar caminhos não imaginados e, para isso, é preciso dar voz a eles e ouvi-los (D'AMBROSIO, 1993). Precisamos escutar sobre suas curiosidades, inquietações, ansiedades e necessidades, pois eles dialogam com o mundo de maneiras bem distintas das nossas.

Precisamos retomar os ensinamentos de nosso querido mestre Paulo Freire, ao nos lembrar de que o ensinar se verifica na medida em que

> o ensinante, humilde, aberto, se ache permanentemente disponível a repensar o pensado, rever-se em suas posições; em que procura envolver-se com a curiosidade dos alunos e dos diferentes caminhos e veredas, que ela os faz percorrer. Alguns desses caminhos e algumas dessas veredas, que a curiosidade às vezes quase virgem dos alunos percorre, estão grávidas de sugestões, de perguntas que não foram percebi-das antes pelo ensinante. Mas agora, ao ensinar, não como um burocrata da mente, mas reconstruindo os caminhos de sua curiosidade – razão por que seu corpo consciente, sensível, emocionado, se abre às adivinhações dos alunos, à sua ingenuidade e à sua criatividade – o ensinante que assim atua tem, no seu ensinar, um momento rico de seu aprender. O ensinante aprende primeiro a ensinar mas aprende a ensinar ao ensinar algo que é reaprendido por estar sendo ensinado. (FREIRE, 1993, p. 27-28)

Desse ponto de vista, o processo de ensino e aprendizagem pode se constituir em uma oportunidade de formação ampla, em que o conhecimento é uma ferramenta para a compreensão do mundo, perspectiva convergente com a educação estocástica.

Referências

BATANERO, Carmen; GODINO, Juan D. *Estocástica y su didáctica para maestros. Granada:* Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

CAMPOS, Sandra. G. V. B.; NOVAIS, Eliane. S. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender probabilidade e estatística nas séries iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10.,Salvador, *Anais...* Salvador, 2010.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pro-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1, p. 35-41, 1993.

D'AMBROSIO, Beatriz S. *Living contradictions:* negotiating practices as Mathematics teacher educators. Presentation at AMTE, Irvine/CA. Feb. 7, 2014. Disponível em: <https://www.amte.net/sites/default/files/living-contradictions-dambrosio-amte-2014.pdf>. Acesso em: 13 set. 2016.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben H. *O sonho de Descartes.* Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

FISCHBEIN, Efraim. *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Dordrecht/Holland: D. Reidel, 1975.

FREIRE, Paulo. *Professora sim, tia não:* cartas a quem ousa ensinar. São Paulo: Olho D'água, 1993.

GRANDO, Regina Célia. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* 2000, 224f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2000.

HACKING, Ian. *El surgimento de la probabilidade.* Barcelona: Gesida,1995.

LOPES, Celi E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Caderno Cedes*, Campinas, v. 28, n. 74, jan./abr. 2008.

LOPES, Celi E. A educação estocástica na infância. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, v. 6, n. 1, p.160-174, maio 2012. Disponível em: <http://www.reveduc. ufscar. br/index.php/reveduc/article/view/396>. Acesso em: 29 set. 2016.

LOPES, José M.; TEODORO, J. V.; REZENDE, J. C. Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio. *Zetetiké*, Campinas, v. 19, n. 36, jul./dez. 2011.

MENDONÇA, Luzinete O. *A Educação Estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio.* 2008, 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

MENDONÇA, Luzinete O. *Reflexões e ações de professores sobre modelagem matemática na Educação Estatística em um grupo colaborativo.* 2015, 250 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

MENDONÇA, Luzinete; KOORO, Méri B. Ideias estatísticas na formação de professores das séries iniciais. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. *Anais...* Recife, EDUMATEC, UFPE, 2011. p. 1-13.

MOORE, David S. Uncertainty. In: STEEN, Lynn A. (Ed.). *On the shoulders of giants:* new approaches to numeracy. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1990. p. 95-137.

MOORE, David. S. Teaching Statistics as a respectable subject. In: GORDON, Florence; GORDON, Sheldon. (Ed.). *Statistics for the twenty-first century*, Mathematical Association of America, 1991. p. 14-25.

OLIVEIRA, Débora de. *As aprendizagens dos professores que ensinam matemática na infância ao se inserirem em um espaço formativo sobre estocástica*. 2013. 139 p. Tese

(Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

PIAGET, Jean. INHELDER, Barbel. *A origem da ideia do acaso na criança.* Trad. de Ana Maria Coelho, Rio de Janeiro: Record, 1951.

SOUZA, Antonio Carlos de. *O desenvolvimento profissional de educadoras da infância:* uma aproximação à educação estatística. 2013. 220f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VON COLLANI, Elart. Relevance and difficulty of teaching stochastics, the science of randomness. *European Journal of Engineering Education*, Abingdon, v. 20, n. 3, p. 301-311, 1995.

WILD, Chris; PFANNKUCH, Maxine. Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, Malden, n. 67, p. 223-65, 1999. Disponível em: <http://www.stat.aucland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild. pfannkuch.pdf>. Acesso em: 24 ago. 2008.

A Formação de Professores dos Anos Iniciais

Capítulo 7

Formação de Professores e Desenvolvimento do Sentido do Número

Lurdes Serrazina
Universidade de Lisboa
lurdess@eselx.ipl.pt

Margarida Rodrigues
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa
margaridar@eselx.ipl.pt

Introdução

Um desafio que se coloca à formação de professores é o de conceber programas de formação que influenciem a natureza e a qualidade das suas práticas de ensino (BORKO et al., 1992; EBBY, 2000; HIEBERT; MORRIS; GLASS, 2003). É uma tarefa difícil, pois os futuros professores aprendem a ensinar, observando os seus professores, durante toda a sua escolaridade. Trata-se de uma prática cultural e mudar práticas culturais é reconhecidamente difícil (EBBY, 2000; HIEBERT et al., 2003). Acresce que a formação inicial ocorre durante um período limitado de tempo, o que não permite transformar os candidatos a professores em professores peritos em ensino da Matemática. Nesta perspetiva, Hiebert et al. (2003) propõem que os futuros professores tenham a oportunidade de desenvolver experiências significativas que possam mais tarde trabalhar com os seus alunos e que correspondam a aspetos chave do currículo de Matemática. Entre elas, parecem-nos fundamentais aquelas que se prendem com o desenvolvimento do sentido do número.

Este capítulo começa por se discutir, com base na literatura e em exemplos concretos, o que se entende hoje por sentido do número e em especial sentido do número racional e a sua interligação com as estratégias de cálculo mental. Na última secção, apresentam-se algumas sugestões sobre como garantir que aquilo que se considera sentido do número é apropriado pelos professores, apresentando propostas a desenvolver na formação.

Sentido do Número

Atualmente, o sentido do número é considerado um aspeto essencial em muitos currículos da educação básica. A ideia de sentido do número tem essencialmente duas características. Uma diz respeito ao seu desenvolvimento progressivo. Não se trata de algo que se aprende uma vez por todas numa dada fase do percurso escolar, mas, sim, de uma competência que deve ser desenvolvida ao longo de toda a escolaridade (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999; NCTM, 2000). A outra característica está relacionada ao seu caráter global. Para alguns autores, o sentido do número é uma intuição global sobre os números e as operações. O entendimento geral é que o sentido do número inclui conhecimentos sobre os números e as operações e sobre o seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos e na resolução de problemas (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). Nesta perspetiva, existe uma forte inter-relação entre os diferentes aspetos associados ao sentido do número, isto é, entre os números, as operações e as situações, cada um deles contribuindo para o desenvolvimento mútuo dos restantes. O quadro seguinte apresenta os três componentes do sentido do número propostos por McIntosh et al. (1992):

Quadro 1 – Componentes do sentido do número

1. Conhecimento e destreza com os números	Sentido da regularidade da ordem dos números
	Múltiplas representações dos números
	Sentido da grandeza relativa e absoluta dos números
	Uso de números de referência

2. Conhecimento e destreza com as operações	Compreensão do efeito das operações
	Compreensão das propriedades das operações
	Compreensão das relações entre as operações
3. Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações, em situações de cálculo	Compreensão da relação entre o contexto e o cálculo
	Consciencialização da existência de múltiplas estratégias
	Apetência para usar uma representação e/ou método eficaz
	Sensibilidade para rever os dados e o resultado

Fonte: McIntosh et al. (1992, p. 4)

O sentido do número está intimamente associado ao cálculo mental já que este é um tipo de cálculo efetuado com os números globais e não com os seus dígitos, através da aplicação das propriedades operatórias e do estabelecimento de relações numéricas, envolvendo o uso de variadas estratégias pessoais, e podendo recorrer-se a registos em papel (ABRANTES et al., 1999; BUYS, 2001). O cálculo mental assume-se, assim, como um cálculo pensado, e não mecanizado (BROCARDO; SERRAZINA, 2008) que, ao considerar os números como um todo, o seu resultado, mesmo que seja incorreto, aproxima-se do resultado exato, numa base compreensiva da ordem de grandeza dos números envolvidos (ABRANTES et al., 1999). De modo a ilustrar esta ideia, apresentam-se, em seguida, dois exemplos de cálculo de alunas de 3.º ano de turmas diferentes de duas estagiárias do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação de Lisboa (ESELx). No primeiro caso (Figura 1), a estratégia da compensação usada tirou partido, de forma flexível, das características dos números envolvidos, transformando-os em números de referência, com os quais seria mais fácil operar.

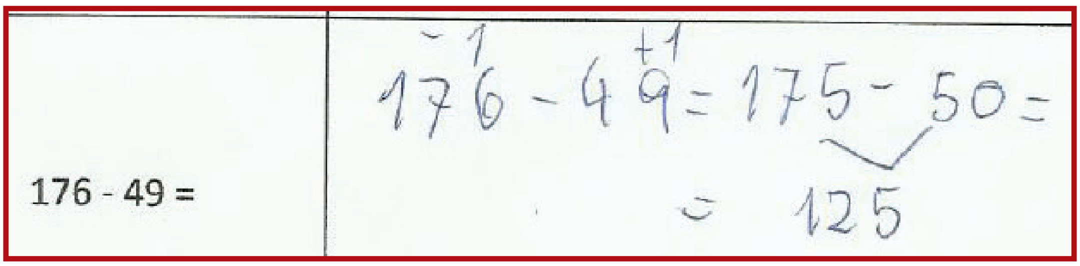


Figura 1 – Uso incorreto da estratégia da compensação

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 262)

No entanto, a aluna em causa aplicou a compensação na subtração como se tratasse de uma adição, não tendo adicionado duas unidades no final ao resultado obtido, como resultado da compensação de ter subtraído 1 ao aditivo e adicionado 1 ao subtrativo (o que provocou uma redução na distância entre os números, necessitando, pois, do acréscimo de 2 para repor a distância numérica). Apesar do erro, o resultado obtido é muito próximo do resultado exato, revelando uma compreensão da ordem de grandeza dos números envolvidos no cálculo, bem como da razoabilidade do resultado obtido. A segunda aluna, para calcular mentalmente 272 – 20, efetuou os seguintes cálculos parciais: 72 – 20 = 52; 52 + 2 = 54 (RAMOS, 2016). Esta aluna operou com o 2 (das centenas) enquanto dígito, ignorando o seu valor posicional. Do exposto, podemos concluir que, embora ambos incorretos, no primeiro caso a aluna parece ter o sentido do número e ter utilizado uma determinada estratégia pessoal de cálculo, tendo obtido um valor muito aproximado ao valor exato. Já a segunda revela ausência de sentido de número ao ter adicionado 2 em vez de 200, bem como ausência de sensibilidade para rever o resultado obtido (aspeto associado ao terceiro componente do sentido de número, segundo McIntosh et al. (1992), revelando falta de sentido crítico relativamente à ordem de grandeza estimada da diferença em causa.

Buys (2001, p. 121) define o cálculo mental como "o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números". Efetivamente, uma característica marcante do cálculo mental e do sentido do número é a flexibilidade que permite aos alunos ajustar, de forma adaptativa, os números às operações em causa, ou ajustar as operações mobilizadas às circunstâncias específicas das situações inerentes aos diversos contextos. A flexibilidade é um dos aspetos essenciais no desenvolvimento da proficiência matemática (NCTM, 2000). Assim, num cálculo flexível, as estratégias, definidas como "aplicações de factos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar a solução para um cálculo cuja resposta não é conhecida" (THOMPSON, 1999, p. 2) são mobilizadas em função das características específicas dos números em causa, das variáveis contextuais das tarefas e também das características individuais dos alunos (THRELFALL, 2009).

Por vezes, os alunos conseguem fazer um cálculo eficiente aplicando procedimentos mecanizados, sem analisarem o contexto da tarefa ou as características dos números envolvidos (BROCARDO, 2013), revelando, pois, ausência de flexibilidade e de compreensão da relação entre o cálculo e o contexto da tarefa. Por exemplo, mais de metade dos alunos de uma turma de 3.º ano utilizou o procedimento mecanizado de decomposição – (10 + 9) x 5 –, ao efetuar 19 x 5, e não a estratégia de compensação, associada à transformação de 19 x 5 em 20 x 5 (BROCARDO, 2013, p. 2). Embora os alunos em causa tenham efetuado cálculo mental, já que não foi um cálculo algorítmico incidente nos dígitos dos números, e o procedimento usado tenha sido eficiente, baseado na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, conduzindo a um resultado correto, eles revelam um uso mecanizado da decomposição e ausência de flexibilidade associada ao ato de reparar nos números envolvidos no cálculo, ignorando, assim, a proximidade do 19 ao 20, múltiplo de 10, que poderia ser facilitador do cálculo atrás indicado. A flexibilidade de cálculo assume uma grande importância quando pensamos na relevância do desenvolvimento da fluência de cálculo, definida por Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) como a capacidade de calcular de forma eficiente, adequada, apropriada e flexível, e considerada por estes autores como um dos componentes da proficiência matemática.

Sentido do Número Racional

O sentido do número racional inscreve-se no sentido do número, tal como caracterizado por McIntosh et al. (1992), assumindo, no entanto, especificidades próprias inerentes à ruptura cognitiva colocada aos alunos quando iniciam o estudo dos números racionais, quando estes tendem a estender as propriedades já interiorizadas com os números naturais e que já não se aplicam nos números racionais. Assim, “a passagem dos números inteiros para os números fracionários representa uma grande mudança conceptual” (MONTEIRO; PINTO, 2005, p. 91). Exemplos dessa mudança são a densidade dos números racionais e a possibilidade de distintos efeitos operatórios da multiplicação e da divisão. Com os números naturais, os alunos começam por se apropriar da existência de um e só um número consecutivo a outro, decorrente da atividade de contagem associada à natureza discreta do conjunto dos números naturais.

A compreensão da densidade dos números racionais pelo reconhecimento da existência da infinidade de números entre quaisquer dois números racionais reveste-se de grande complexidade. Numa fase inicial, os alunos tendem a manter o mesmo tipo de vocabulário aplicado antes aos naturais, referindo-se, no âmbito dos números racionais, ao número a seguir a um outro (por exemplo, referindo que 2,13 é o número a seguir ao 2,12). Com os números naturais, os alunos começam por associar à multiplicação o efeito de aumentar e à divisão o efeito de diminuir. A compreensão de que se pode obter um produto mais pequeno do que um dos fatores quando o outro fator é um número entre 0 e 1, ou que se pode obter um quociente maior do que o dividendo quando o divisor é um número entre 0 e 1, constitui um desafio cognitivo que tem de ser devidamente apoiado (BARNETT-CLARKE; FISHER; MARKS; ROSS, 2011; TALL, 2013).

Nesse mesmo sentido, a representação em fração dos números racionais assume desafios cognitivos específicos, uma vez que, numa fase inicial, os alunos tendem a olhar para a fração como um numeral que representa dois números naturais (um o numerador e outro o denominador), ao invés de a considerarem como a representação de um número (CARRAPIÇO, 2015). Todos os números racionais podem ser representados por frações, mas existem frações que não representam números racionais, representando números irracionais, como por exemplo $\frac{\sqrt{2}}{5}$. Grande parte das dificuldades relativas à aprendizagem dos números racionais representados por frações prendem-se com a ausência da consideração pelos alunos da relação entre numerador e denominador e com a compreensão conceptual da unidade de referência. Estas dificuldades surgem também nos futuros docentes, pelo que é fundamental garantir na sua formação inicial um conhecimento sólido e aprofundado dos números racionais que lhes permita, na sua futura ação docente, preparar e implementar tarefas potenciadoras da compreensão conceptual dos números racionais, bem como entender o fundamento matemático das respostas dos alunos, muitas vezes marcadamente díspares das esperadas, sejam elas corretas ou incorretas (PINTO; RIBEIRO, 2013).

A especificidade do sentido de número racional e a forma lenta e gradual como se desenvolve justifica um modelo próprio para caracterizá-lo que se apresenta no Quadro 2. Em particular, é na síntese dos múltiplos significados que se desenvolve o sentido do número racional (MONTEIRO; PINTO, 2005; PITKETHLY; HUNTING, 1996).

Quadro 2 – Modelo para caracterizar o sentido de número racional

Componentes	Capacidades a desenvolver
Familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto	Reconhecer os diferentes significados das frações (partilha, parte-todo, medida, operador e razão) em unidades discretas ou contínuas.
Flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto	Reconstruir a unidade de referência (discreta ou contínua)
	Identificar a unidade de referência (discreta ou contínua)
Familiaridade com diferentes representações de número racional	Conectar diferentes representações (numeral decimal, fração e numeral misto)
	Reconhecer frações equivalentes
Flexibilidade na comparação e ordenação de números racionais	Posicionar números racionais na reta numérica
	Comparar e ordenar números racionais
	Reconhecer a existência da infinidade de números entre dois números racionais
Símbolos e linguagem matemática formal	Relacionar os símbolos com ações e conhecimentos informais
	Relacionar os símbolos com linguagem matemática formal

Fonte: adaptado de Pinto (2011).

O estudo desenvolvido por Pinto e Ribeiro (2013) com futuros professores de duas instituições de ensino superior de Portugal, que visou a identificação de fragilidades nas capacidades associadas aos componentes do sentido do número racional, permitiu concluir que esses "futuros professores revelam um conhecimento do sentido de número racional alinhado com as mesmas dificuldades, reveladas por alunos dos primeiros anos" (PINTO; RIBEIRO, 2013, p. 94). Apresentam-se, em seguida, algumas dessas fragilidades. Uma dificuldade foi o reconhecimento da densidade dos números racionais, não tendo sido identificada por 73% dos futuros professores.

Numa tarefa em que se pedia para se identificaras imagens que têm $\frac{2}{3}$ pintados, 36% dos futuros docentes identificaram a imagem E (Figura 2), revelando que no significado da fração como parte-todo, não reconhecem a necessidade da congruência das partes em que a unidade está dividida.

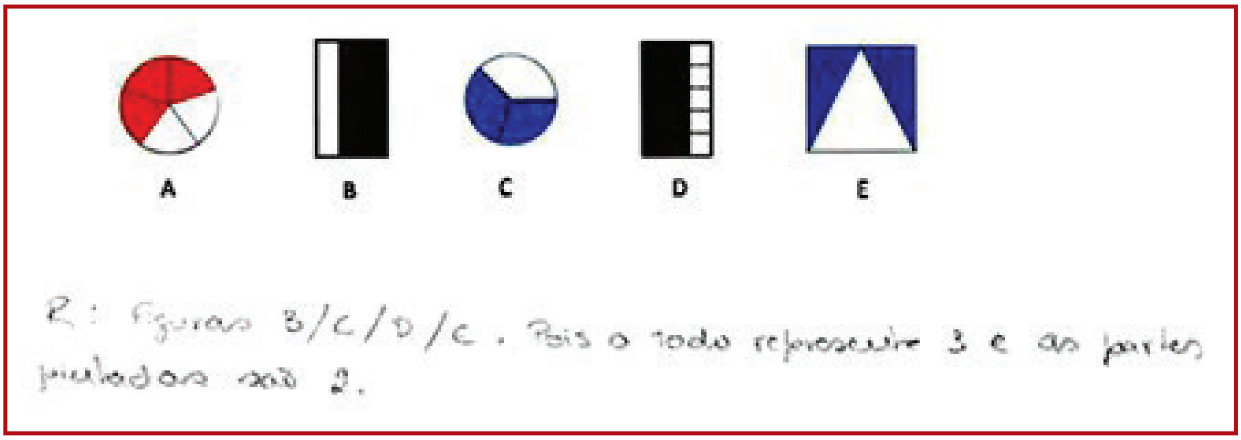


Figura 2 – Fração como parte-todo

Fonte: Pinto e Ribeiro (2013, p. 90).

Também surgiram dificuldades associadas à fração como operador, sendo que 64% dos futuros docentes não conseguiram calcular $\frac{3}{5}$ de 30, na seguinte situação: "No dia do seu aniversário o Manuel levou para a escola um saco com 30 gomas. Deu aos seus colegas de turma $\frac{3}{5}$ dessas gomas. Com quantas gomas ficou o Manuel?" Uma das futuras docentes apresentou uma resolução que evidencia a aplicação formal e incorreta do algoritmo da subtração de frações, destituída da compreensão do significado envolvido, fazendo corresponder o conteúdo semântico de "deu" à operação subtração (Figura 3).

$$30 - \frac{3}{5} = \frac{30}{\underset{(\times 5)}{(1)}} - \frac{3}{5} = \frac{30}{5} - \frac{3}{5} = \frac{27}{5} =$$

Figura 3 – Fração como operador

Fonte: Pinto e Ribeiro (2013, p. 92).

As situações de partilha são consideradas, por diversos autores, como situações a privilegiar na abordagem inicial às frações, partindo de situações do quotidiano das crianças e das suas noções intuitivas, o que permite ligar as frações à divisão de números naturais (MONTEIRO; PINTO, 2005; PITKETHLY; HUNTING, 1996), explorando o significado de quociente. Neste tipo de situações, é importante que se enfatize a dimensão relacional da fração, com uma discussão centrada na unidade de referência (FOSNOT; DOLK, 2002). Por exemplo, a resolução da situação “A Maria tem 3 chocolates. Se os repartir equitativamente pelas suas 5 amigas, que parte do chocolate dará a cada uma?” lida com a compreensão da unidade de referência (Figura 4).

Figura 4 – Fração como partilha

Fonte: elaborado pelas autoras.

Tanto alunos do Ensino Básico (no âmbito de aulas supervisionadas no Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico) quanto futuros docentes, na ESELx, têm apresentado diferentes soluções para o problema, consoante a unidade de referência considerada. A Figura 4 modela a situação de partilha, sendo que cada amiga recebe 3 “bocadinhos” de chocolate, assinalados de uma mesma cor. A solução correta $\frac{3}{5}$ envolve a compreensão de que a unidade de referência é *um* chocolate, surgindo aqui a fração $\frac{3}{5}$ como quociente resultado da divisão de 3 chocolates por 5 pessoas. No entanto, os estudantes podem considerar a unidade de referência como sendo 3 chocolates, levando-os incorretamente considerar $\frac{3}{15}$ de chocolate como a solução do problema. Este é um exemplo ilustrativo da importância da unidade de referência quando se trabalha com frações (BARNETT-CLARKE et al., 2011).

Estratégias em Operações com Números Racionais

Ilustrando a compreensão das propriedades das operações como um aspeto presente no componente do sentido do número (MCINTOSH et al., 1992), relativo a conhecimento e destreza com as operações, apresentam-se, em seguida, alguns exemplos de estratégias de uma aluna de 3.º ano que envolvem essa compreensão. Tais exemplos foram documentados em um estudo que teve como objetivo compreender as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, nas diversas operações, envolvendo números naturais, e o modo como estas se desenvolvem (TEIXEIRA, 2014).

Na Figura 5, a aluna revela compreender que a diferença não se altera se subtrair o mesmo número ao aditivo e ao subtrativo (propriedade da invariância do resto), ao transformar os termos da subtração em múltiplos de 10 para facilitar a rapidez de cálculo. Neste caso, a estratégia da compensação foi aplicada nos termos da subtração e não no resultado da operação: ao retirar 5 do aditivo, compensou no subtrativo, retirando também 5.

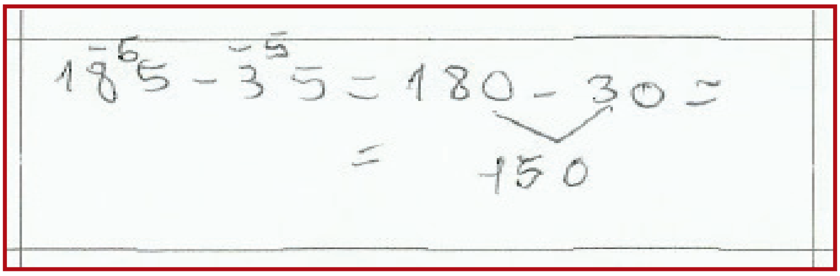


Figura 5 – Estratégia da compensação

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 259).

Na divisão (Figura 6), a mesma aluna utilizou a estratégia da decomposição não decimal do dividendo, mobilizando a propriedade distributiva da divisão em relação à adição. Trata-se de uma decomposição que não é mecanizada como a decomposição decimal cuja utilização não facilitaria o cálculo, pois 60:4 não constitui um facto básico memorizado.

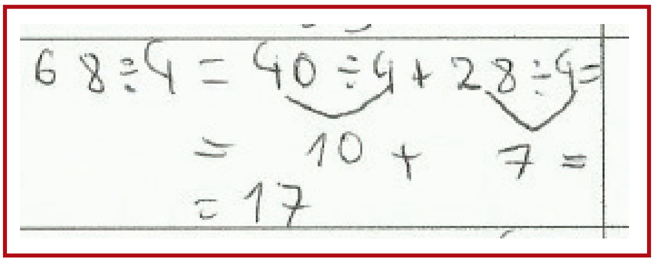


Figura 6 – Estratégia da decomposição não decimal do dividendo

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 260).

Assim, a aluna decompôs o 68 na soma 40 + 28, procurando múltiplos do divisor que entrem na tabuada do 4, de modo a permitir o uso dos factos memorizados da tabuada do 4 : 4 x 10 = 40 e 4 x 7 = 28. Ela evidencia flexibilidade de cálculo, adaptando o uso da estratégia às características específicas da situação de cálculo proposta e, neste sentido, é um exemplo ilustrativo da compreensão da relação entre o contexto e o cálculo, aspeto presente na componente do sentido de número (MCINTOSH et al., 1992) relativo à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações, em situações de cálculo. O contexto aqui é um contexto matemático, e a relação prende-se com os números envolvidos. A aluna também mostra compreensão das relações entre as operações, outro aspeto do componente do sentido de número relativo a conhecimento e destreza com as operações (MCINTOSH et al., 1992). Nesse caso, resolve uma situação de cálculo envolvendo a divisão relacionando-a com factos básicos da multiplicação.

As estratégias de decomposição têm por base a utilização de múltiplas representações dos números, um dos aspetos inerente ao componente do sentido de número relativo a conhecimento e destreza com os números (MCINTOSH et al., 1992). Cusi e Malara (2007) distinguem as representações canónicas dos números naturais (por exemplo, “68”) das representações nãocanónicas (por exemplo, “40 + 28”). As representações canónicas são mais opacas, dizendo pouco acerca do número. Pelo contrário, de acordo com as autoras, cada uma das representações nãocanónicas acrescenta informação sobre o número. Continuando com o exemplo do 68: “40 + 28”, sublinha a sua estrutura envolvendo uma soma de dois múltiplos de 4; “2 x 34” assinala que é múltiplo de 2 e de 34; “$2^6 + 2^2$” revela a sua estrutura envolvendo uma soma de duas potências de base 2, “136 / 2” indica que é metade de 136 e, portanto, seu divisor. Assim, o uso flexível das múltiplas representações dos números aprofunda o conhecimento dos números e facilita a identificação de relações numéricas, potenciando a sua aplicação em situações diversificadas de cálculo.

É importante que os alunos manipulem os números de modo flexível, decompondo-os e recompondo-os, de forma a considerar as múltiplas representações de um número como representações do mesmo objeto matemático, unificando-as no seu significado enquanto número (SFARD, 1991).

No cálculo de 150 x 32 (Figura 7), a aluna usa a decomposição decimal do 150 (100 + 50), transformando o 50 em 100 para facilitar o cálculo, e compensando depois esse produto parcial, através da relação de dobros e de metades: se 100 é o dobro de 50, então o produto parcial 50 x 32 é metade de 3200, correspondente a 100 x 32. A decomposição efetuada baseia-se na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

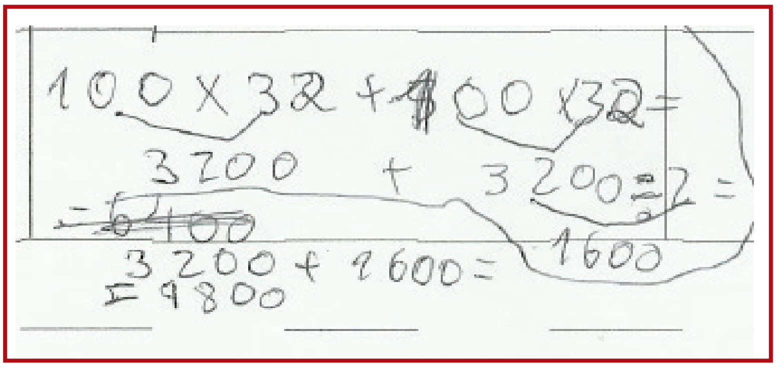


Figura 7 – Estratégias da decomposição decimal e da compensação através da relação de metade

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 260).

A estratégia de dobros e metades é uma estratégia de cálculo mental potente para a multiplicação (HARTNETT, 2007) e baseia-se no estabelecimento de relações de dobro e de metade entre os fatores de um mesmo produto. Esta estratégia encontra-se ilustrada num extrato alusivo a uma transcrição de um diálogo entre alunos de uma turma de 4.º ano, numa aula de Matemática de um estágio desenvolvido no âmbito do Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

R. R.: E agora, quem sabe responder muito depressa a 12 x 3?

Iu. N.: Humm… acho que consigo! – E diz rapidamente – 3 x 11 = 33; 3 x 12 = 36.

R. R.: Boa! Por acaso foste rápido, mas eu estava a pensar noutra coisa… Ninguém sabe?

E. S.: Então, 12 x 2 = 24; 12 x 3 = (24 + 12) = 36!

R. R.: Está bem, mas ainda há outra maneira… (Fez-se silêncio, ninguém pôs o dedo no ar, fiz-lhe sinal para continuar.) Olhem, podemos fazer metades e dobros… 12 x 3 é igual a 6 (que é metade de 12) vezes 6 (que é o dobro de 3). Tiramos de um lado e pomos do outro lado e 6 x 6 é fácil de fazer!

F. E.: Sim… 6 x 6 é 36, porque 6 x 5 = 30. (CAVALHEIRO, 2012, p. 65)

O aluno R.R. transformou 12 x 3 em 6 x 6 (facto básico memorizado) aplicando a metade num fator e o dobro no outro fator, revelando, assim, compreender que o produto se mantém inalterável. Nesse extrato, surgem diferentes estratégias para o mesmo cálculo proposto pelo aluno R.R., o que contribui para a consciencialização pelos alunos da existência de múltiplas estratégias, aspeto importante do componente do sentido de número alusivo à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações, em situações de cálculo. Vários alunos usam a iteração como estratégia, partindo de factos básicos memorizados: um dos alunos adiciona 3, partindo de 3 x 11 = 33 (verbalizando 3 x 12 que resulta da sua aplicação da propriedade comutativa); outro adiciona 12, partindo de 12 x 2 = 24.

Com base na estratégia de dobros e metades é possível propor aos alunos cadeias de cálculo (FOSNOT; DOLK, 2001) que favorecem a apropriação deste tipo de relações, tal como se exemplifica a seguir.

2 x 24 =

4 x 24 =

2 x 48 =

8 x 12 =

16 x 6 =

32 x 3 =

Uma cadeia de cálculo caracteriza-se por apresentar um conjunto de tarefas relacionadas entre si, visando evidenciar determinadas estratégias de cálculo associadas a propriedades das operações. Assim, cada cadeia é construída tendo como base relações numéricas que se estabelecem a partir do cálculo realizado na(s) linha(s) anterior(es) da cadeia. A exploração, na sala de aula, deste tipo de cadeias pode ser feita oralmente durante um período curto de tempo. O professor pode apresentar cada uma das linhas, uma a uma, dando tempo para os alunos explicitarem as suas estratégias, que vão sendo registadas no quadro. É importante que ele, durante a partilha das estratégias, enfatize as relações numéricas envolvidas na cadeia.

Exemplificando agora o uso de estratégias aditivas de decomposição envolvendo representações nãocanónicas, um aluno do 1.º ano (MORAIS, 2011), ao calcular 18 + 7 (Figura 8), decompôs o 7 de modo a poder operar com o 20, múltiplo de 10.

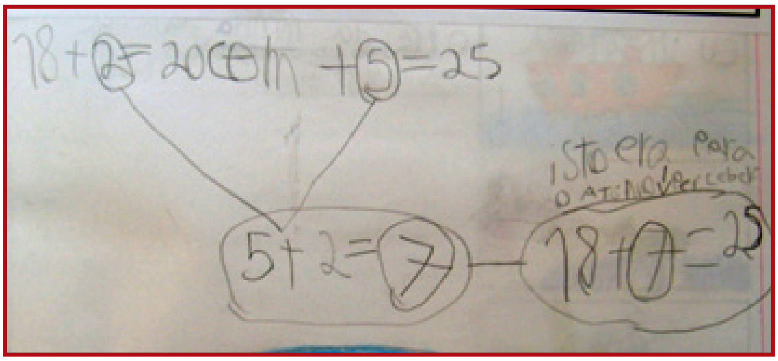


Figura 8 – Estratégia da decomposição não decimal

Fonte: Morais (2011, p. 95).

Assim, à primeira parcela (18), o aluno adicionou uma parte da segunda parcela (2) para obter um múltiplo de 10, adicionando depois a outra parte (5). O aluno revela dominar a estrutura do 5 presente no número 7 (5 + 2), tirando partido desse conhecimento para facilitar o cálculo com um múltiplo de 10.

A estratégia da compensação, em particular, é uma estratégia que emerge da forma como os alunos reparam nos números e estabelecem relações a partir de factos básicos memorizados. Por exemplo, um aluno de 1.º ano consegue determinar que 22 – 10 “é 12, pois aqui (aponta para o 22, comparando com 20 – 10) é mais 2” (SERRAZINA; RODRIGUES, 2014, p. 269). O aluno recorre ao mesmo facto básico 20 – 10 = 10 para justificar que 19 – 10 “é 9, pois é menos 1” (p. 269).

As estratégias, atrás exemplificadas, foram aplicadas em números naturais, funcionando também com os números fracionários. O estudo de Carrapiço (2015) incide, em particular, no cálculo mental com números racionais, sugerindo algumas estratégias específicas quando se alarga o estudo das operações a este conjunto numérico. A autora aponta a mudança de representação como sendo uma estratégia particularmente adequada ao cálculo mental com números racionais. Por exemplo, para determinar o termo em falta em 2,2 – ? = $\frac{1}{5}$, um aluno do 6.º ano explicitou o seu raciocínio do seguinte modo: "Coloquei 2. Porque $\frac{1}{5}$ é 2 décimos. Está lá 2 unidades e 2 décimas. Então, se eu tirar as 2 unidades, fica 2 décimos que fica $\frac{1}{5}$" (CARRAPIÇO, 2015, p. 281). Assim, o aluno mudou a representação em fração para a decimal, partindo do conhecimento do facto básico de que $\frac{1}{5}$ = 0,2 e revelando flexibilidade na forma como opta pelo número a mudar de representação.

Em síntese, é importante que os alunos desenvolvam uma teia de relações numéricas. Desenvolver o sentido de número passa, pois, por desenvolver a proficiência no cálculo mental flexível suportado por uma compreensão relacional dos números e das operações. Para tal, é fundamental a valorização pelo professor da partilha de estratégias diversificadas e da discussão focada no estabelecimento de relações numéricas para que as diferentes estratégias sejam explicitadas e discutidas do ponto de vista da sua eficácia, proporcionando, assim, uma progressiva apropriação pelos alunos das estratégias uns dos outros com o consequente aumento do reportório pessoal de estratégias. Daí a pertinência em enfatizar esta dimensão na formação dos futuros docentes do Ensino Básico.

Implicações na formação de professores

A formação inicial, considerada como uma primeira etapa da formação, deve ser complementada ao longo da vida profissional com novas formações, encaradas numa perspetiva de desenvolvimento profissional, considerando que o professor possui um conhecimento profissional específico, multifacetado, que desenvolve continuadamente ao longo do tempo, em diálogo com as experiências diversas que vai vivendo, nomeadamente no contexto concreto das escolas em que leciona e com as turmas que vai encontrando. O futuro professor/professor precisa de ter um conhecimento profundo da Matemática que ensina, não apenas o "saber-fazer", mas o ser capaz de apresentar explicações do porquê fazer, de analisar e compreender estratégias e soluções diferentes e de julgar a sua adequação (BALL; BASS, 2003).

Para que os professores promovam o desenvolvimento do sentido do número dos seus alunos, como explicitado antes, é necessário que durante a sua formação sejam confrontados com situações concretas nas quais o sentido do número está explícito, experimentem diferentes estratégias e analisem diferentes situações, preferencialmente trabalhos realizados por alunos. Deste modo, podem vir a desenvolver o seu próprio sentido do número como apresentado por MaIntosh et al. (1992). Acresce que os candidatos a professores têm normalmente uma ideia muito redutora do trabalho a desenvolver com os números, muito ligado aos factos básicos e ao treino dos algoritmos das operações, a que não é alheia a sua própria experiência enquanto estudantes de Matemática ao longo dos anos de escolaridade anterior (MAAß; SCHLÖGLMANN, 2009). Daí que seja fundamental promover experiências significativas neste âmbito na sua formação inicial.

Uma das práticas promovida na ESELx, num conjunto alargado de Unidades Curriculares do domínio de Matemática, é a implementação de uma rotina de cálculo mental, aplicada no início de todas as aulas. Esta rotina consiste na distribuição pelos estudantes, futuros docentes, de uma "tira"[1] com expressões de cálculo que é resolvida individualmente durante um minuto, a que se segue a discussão oral em grande grupo das estratégias usadas. Esta rotina vivida pelos futuros docentes, enquanto estudantes na Licenciatura em Educação Básica, tem implicações ao nível do desenvolvimento da sua capacidade de calcular mentalmente, através da aplicação de estratégias diversificadas, que passam a ser dominadas de forma consciente e a ser usadas de modo fluente. Tem também implicações ao nível dos estágios, verificando-se uma transposição desta prática nos diversos contextos de estágio dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico. Assim, a maioria dos estudantes implementa, posteriormente, a rotina de cálculo mental nas turmas em que desenvolve a sua *Prática de Ensino Supervisionada* nos mesmos moldes em que a viveu nas referidas Unidades Curriculares, com aplicação de tiras de cálculo mental, seguida de discussão em grupo-turma. Esta transposição direta de uma experiência vivida, na formação inicial, de forma significativa e com sistematicidade, apoia a ideia da importância de os futuros docentes serem confrontados com experiências de aprendizagem consistentes com as recomendações curriculares para a educação matemática (PONTE; CHAPMAN, 2008), de modo a virem implementá-las nas suas práticas docentes futuras.

---

1 Um conjunto de expressões para calcular, impressas numa tira de papel.

Nas aulas de Didática da Matemática na ESELx, procura-se o aprofundamento do conhecimento didático, aliando a análise teórica de textos com tarefas práticas de análise de produções de alunos dos primeiros anos, análise de episódios em vídeos e, também, de planificação de sequências didáticas. Considerando a relevância que a planificação assume nas práticas docentes (CLARK; PETERSON, 1986,O'DONNELL; TAYLOR, 2007; SUPERFINE, 2008; SERRAZINA, a publicar), esta é uma vertente a que se dá uma especial atenção nas aulas, visando, na sua elaboração, que os futuros docentes selecionem tarefas com potencial de desafio cognitivo (STEIN; SMITH, 1998), explicitem os respetivos objetivos de aprendizagem, as sequenciem, de acordo com uma dada trajetória hipotética de aprendizagem (SERRAZINA; OLIVEIRA, 2010) num tópico matemático específico, e além de preverem a dinâmica das aulas planificadas, antecipem, também, possíveis resoluções corretas e incorretas de alunos. Esta antecipação facilita a gestão das aulas, quer na fase de monitorização do trabalho autónomo dos alunos, permitindo ao docente estar mais desperto para os possíveis seus raciocínios e, assim, colocar questões focadas em dificuldades ou em aspetos relevantes associados às tarefas, quer na fase de discussão em grupo-turma (STEIN; ENGLE; SMITH; HUGHES, 2008), ajudando a tomar decisões num curto espaço de tempo relativamente à forma de selecionar e sequenciar as apresentações das resoluções dos alunos. As planificações elaboradas em Didática da Matemática são hipotéticas porque não têm como referência uma turma concreta de alunos, mas constituem um ensaio importante para a elaboração futura de planificações detalhadas já em contexto de estágio.

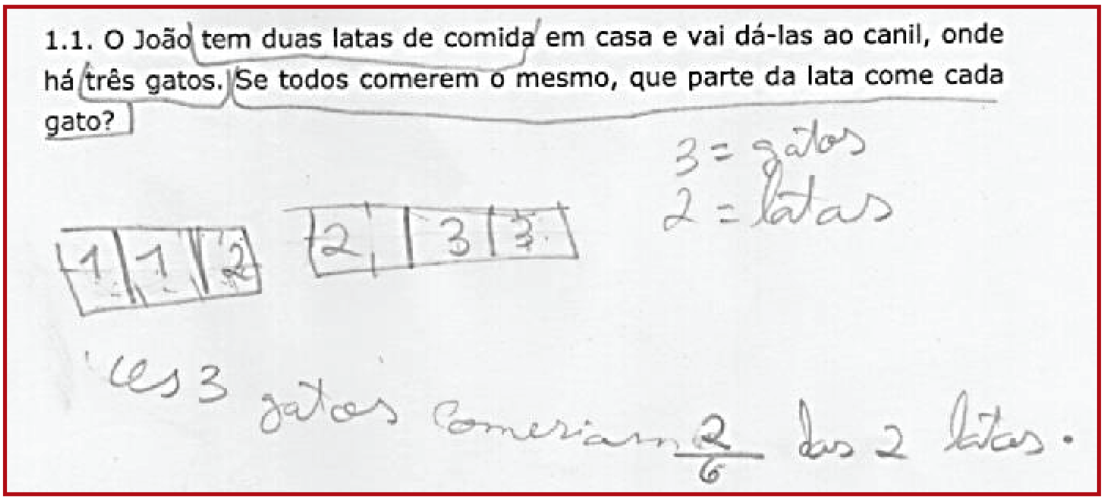


Figura 9 – Exemplo de resposta de uma aluna de 4.º ano

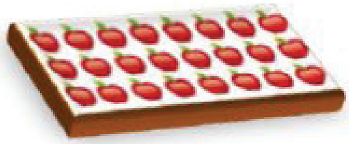
Fonte: arquivo das autoras.

Apresentam-se, em seguida, extratos de planificações elaboradas em Didática da Matemática dos cursos de mestrado profissionalizante em ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. No primeiro caso, a planificação[2] aborda uma sequência didática nos números racionais e contempla, além da antecipação de possíveis resoluções, a análise de respostas concretas de alunos (Figura 9) a quem as estudantes aplicaram algumas das tarefas.

As estudantes, ao apresentarem este exemplo de resposta, evidenciam compreender a razão subjacente ao erro, afirmando que ele se deve "à incompreensão da unidade (uma lata de comida de gato) [...], embora a partilha equitativa já esteja a ser realizada corretamente". A sua interpretação revela, ainda, consciência da importância da compreensão conceptual da unidade de referência na aprendizagem dos números racionais.

No segundo caso, a planificação[3] aborda a estrutura multiplicativa com números naturais e a antecipação das resoluções de alunos incide numa tarefa retirada de Mendes, Oliveira e Brocardo (2011). Apresenta-se parte da antecipação realizada pelas estudantes de resoluções de alunos relativa a uma subtarefa apresentada na Figura 10.

2. À Mercearia da Piedade chegaram caixas de 24 maçãs cada, embaladas como mostra a imagem.



2.1. As 25 caixas que chegaram foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura ao lado. No total das caixas, quantas maçãs há?

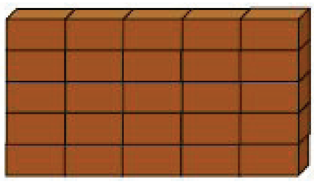


Figura 10 – Subtarefa

Fonte: retirada de Mendes, Oliveira e Brocardo (2011).

2 In trabalho realizado em 2016 por Ana Isabel Silva, Bernadete Silva, Daniela Branco e Joana Letras.

3 In trabalho realizado em 2016 por Ana Marques, Ana Rodrigues, Cláudia Baixinho e Daniela Vieira.

Entre as diversas estratégias corretas antecipadas de resolução da subtarefa, incluem-se:

- **"Decomposição, multiplicação e adição**

Número de caixas	Número de caixas x 24	Total
1	1 x 24	24
5	5 x 24	120
10	10 x 24	240

Recorrendo à decomposição de um dos fatores e à adição (...):

25 caixas = 10 + 10 + 5

Ou seja, 240 + 240 + 120 = 600 maçãs

- **Dobro**: o aluno identifica que 1 caixa tem 24 maçãs e 5 caixas têm 120 maçãs (5 x 24 = 120). Se 10 é o dobro de 5, então 120 x 2 = 240 maçãs. E se 20 é o dobro de 10, 240 x 2 = 480 maçãs. Logo, recorrendo à adição, chega às seguintes conclusões:

  20 + 5 = 25 caixas

  480 + 120 = 600 maçãs

- **Decomposição de um dos fatores e compensação com múltiplos de 5**:o aluno identifica que 1 caixa tem 24 maçãs. Para simplificar o cálculo, supõe que cada caixa tem 25 maçãs e, no final, retirará 1 maçã por cada uma das 25 caixas. Através dos múltiplos de 5, o aluno descobriu que:

Número de caixas	Número de caixas x 24	Total
5	5 x 25	125
10	10 x 25	250

Uma vez que são 25 caixas, o aluno procede à seguinte decomposição e adição:

25 caixas = 5 + 10 + 10

125 + 250 + 250 = 625 maçãs

É necessário subtrair a maçã que está a mais em cada uma das caixas, por isso o aluno faz a seguinte operação:

625 – 25 = 600 maçãs".

A diversidade de estratégias apresentada pelas estudantes (futuras professoras), da qual se transcreveu aqui uma parte, revela a capacidade de prever diferentes resoluções, capacidade esta importante no que respeita à prática docente de dinamização das aulas de Matemática. É de registar que, embora tratando-se de diferentes estratégias, todas as incluídas no extrato acima se baseiam numa mesma propriedade: distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração.

Assim, os professores, durante a sua formação, devem ser envolvidos em situações que lhes permitam vivenciar aspetos essenciais da sua futura prática de ensino, mas que façam sentido, isto é, sejam significativas (HIEBERT et al., 2003) e correspondam a aspetos chave do currículo de Matemática. Ora, um dos desafios que se colocam hoje aos professores da dos anos iniciais é o de promover nos seus alunos o desenvolvimento do sentido do número, na perspetiva defendida por Macintosh et al (1992). Para que o possam fazer de modo eficiente, eles próprios têm de ter vivenciado aulas visando esse objetivo, que, muitas vezes não aconteceu na sua escolaridade anterior, e, por isso, deve acontecer durante a sua formação. Para além disso, a observação e discussão de produções dos alunos, de modo a analisarem as estratégias envolvidas bem como os erros cometidos, pode ser uma atividade rica e promissora que exige um domínio dos conhecimentos relativos a números e operações. Desta forma, os futuros professores vão aprofundando tanto o seu conhecimento matemático como o didático.

Referências

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. 1999.

BALL, D.; BASS, H. Toward a practice-bsed theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Eds.). *Proceedings of 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group.* Edmonton, AB: CMESG/GCEDM. 2003. p. 3-14.

BARNETT-CLARKE, C.; FISHER, W.; MARKS, R.; ROSS, S. *Developing Essential Understanding:* Rational Numbers, Grades 3-5. Reston, Va: NCTM. 2011.

BORKO, H.; EISENHART, M.; BROWN, C. A.; UNDERHILL, R. G.; JONES, D.; AGARD, P. C. Learning to teach hard Mathematics: Do novice teachers and their instruction give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 23, n. 3, p. 194-222, 1992.

BROCARDO, J. *Exploring flexibility in mental calculation in the domain of multiplicative reasoning.* Paper presented in ECER, Porto, Portugal. 2014.

BROCARDO, J.; SERRAZINA, L. O sentido de número no currículo de Matemática. In: BROCARDO, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (Eds.), *O sentido do número:* reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 97-115.

BUYS, K. Mental arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M. (Ed.). *Children Learn Mathematics:* a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University and National Institute for Curriculum Development (SLO). 2001. p. 121-146.

CARRAPIÇO, R. A. C. *Cálculo mental com números racionais:* um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade. 2015, 530f. Tese (Doutorado em Educação – Didática da matemática). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa. 2015.

CAVALHEIRO, A. *O contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação.* 2012. 84f. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal. 2012.

CLARK, C. M.; PETERSON; P. P. In: WITTROCK, M. (Ed.). *Hanbook of Research on Teaching.* New York, NY: Macmillan. 1986. p. 255-296.

CUSI, A., MALARA, N. Approaching early algebra: Teachers' educational processes and classroom experiences. *Quadrante*, v. 16, n. 1, p. 57-80, 2007.

EBBY, C. B. Learning to teach Mathematics differently: The interaction between coursework and fieldwork for pre-service teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 3, n. 1, p. 69-97, 2000.

FOSNOT, C.; DOLK, M. *Young mathematicians at work:* constructing multiplication and division. Portsmouth: Heinemann, 2001.

FOSNOT, C. T.; DOLK, M. *Young mathematicians at work:* constructing multiplication and divison. Portsmouth: Heinemann, 2002.

HARTNETT, J. Categorisation of mental computation strategies to support teaching and to encourage classroom dialogue. In:WATSON, J.; BESWICK, K. (Ed.), Mathematics: Essential Research, Essential Practice. *Proceedings of the thirtieth annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (MERGA-30). Hobart: MERGA, 2007. p. 345-352.

HIEBERT, J.; MORRIS, A. K.; GLASS, B. Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 3, p. 201-222, 2003.

KEMMIS, S.; SMITH, T. J. *Enabling praxis:* Challenges for education. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. *Adding it up:* helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press, 2001.

MAAß, J.; SCHLÖGLMANN, W. *Beliefs and attitudes in mathematics education: new research results.* Rotterdam: Sense Publishers, 2009.

MACINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, v. 12, n. 3, p. 2-8, 1992.

MENDES, F.; OLIVEIRA, H.; BROCARDO, J. As potencialidades de sequências de tarefas na aprendizagem da multiplicação. In: HENRIQUES, A.; NUNES, C.; SILVESTRE, A.; JACINTO, H.; PINTO, H.; CASEIRO, A.; PONTE, J. P. (Eds.), *Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Lisboa: APM, 2011. p. 337-352.

MONTEIRO, C.; PINTO, H. A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, v. 14, n. 1, p. 89-107, 2005.

MORAIS, C. *O cálculo mental na resolução de problemas:* um estudo no 1.º ano de escolaridade. 2011, 198f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa. 2011. Disponível em: <https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/1211/1/O%20c%C3%A1lculo%20mental%20na%20resolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20problemas.pdf>.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Va: NCTM, 2000.

O'DONNELL, B.; TAYLOR, A. A Lesson Plan as Professional Development? You've got to be kidding! *Teaching Children Mathematics*, v. 13, n. 5, p. 272-278. 2007.

PINTO, H. *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais.* 2011, 569f. Tese (Doutorado em Educação – Didática da Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa. 2011. Disponível em: <file:///D:/Downloads/ulsd061430_td_Helia_Pinto.pdf>.

PINTO, H.; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos: O sentido de número racional. *Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional*, v. 3, n. 1, p. 80-99, 2011.

PITKETHLY, A.; HUNTING, R. A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, v. 30, p. 5-38, 1996.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular.* Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: ENGLISH, L. (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education.* New York: Routledge, 2008. p. 225-263.

RAMOS, V. *Prática de Ensino Supervisionada no 1º Ciclo do Ensino Básico:* As dimensões individual e coletiva no ensino exploratório da matemática. 2016. (Dissertação de mestrado não publicada) – Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, 2016.

SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. Trajectórias de aprendizagem e ensinar para a compreensão. In: GTI (Org.). *O professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: APM, 2010. p. 43-59.

SERRAZINA, L.; RODRIGUES, M. Cálculo flexível e o raciocínio quantitativo aditivo em alunos dos 1.º e 2.º anos. In: MARTINHO, M. H.; TOMÁS FERREIRA, R. A.; BOAVIDA, A. M.; MENEZES, L. (Eds.). *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Braga: Associação de Professores de Matemática. 2014. p. 263-279.

SERRAZINA, L. Planificação do ensino e aprendizagem da Matemática. In: GTI (org.), *A prática dos professores:* planificação e discussão em sala de aula. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (no prelo).

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics Education*, v. 22, p. 1-36, 1991.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1997.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

SUPERFINE, A. C. Planning for mathematics instruction: A Mmodel of experienced Tteachers' planning processes in the context of a reform mathematics curriculum. *The Mathematics Educator*, v. 18, n. 2, p. 11-22, 2008.

TALL, D. *How humans learn to think mathematically:* Exploring the three worlds of mathematics (Learning in doing: social, cognitive and computational perspectives). Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

TEIXEIRA, R. *Prática de Ensino Supervisionada no 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico – Cálculo mental:* um estudo sobre as estratégias utilizadas por alunos do 1º e do 2º Ciclo do Ensino Básico. 2014, 91f. Dissertação (Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico) – Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação, Lisboa,

2014. Disponível em: <file:///D:/Downloads/Relat%C3%B3rio-de-Est%C3%A1gio_ESELX_2016-Meu-1%20formatado.pdf>.

TEIXEIRA, R.; RODRIGUES, M. Evolução de estratégias de cálculo mental: Um estudo no 3.º ano de escolaridade. In: PEREIRA, A.; VASCONCELOS, A.; DELGADO, C.; SILVA, C. G.; PINTO, J.; DUARTE, J.; RODRIGUES, M.; ALVES, M. (Eds.). *Entre a Teoria, os Dados e o Conhecimento (III):* investigar práticas em contexto. Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, 2015. p. 249-267.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. (Ed.). *Issues in Teaching Numeracy in Primary Schools.* Maidenhead: Open University Press, 1999.

THRELFALL, J. Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM Mathematics Education*, v. 41, p. 541-555, 2009.

Capítulo 8

Histórias Infantis na Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais

Reginaldo Fernando Carneiro
Universidade Federal de Juiz de Fora
reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br

Luciane Manera Magalhães
UniversidadeFederal de Juiz de Fora
lucianemanera@gmail.com

Wallace Alves Cabral
Universidade Federal de São João del-Rei
wallaceacabral@gmail.com

Introdução

As histórias infantis com conteúdos matemáticos são uma alternativa para os professores trabalharem o ensino de matemática nos anos iniciais, pois possibilitam relacionar ideias matemáticas à realidade e a outras disciplinas do currículo escolar, reconhecer relações entre diferentes conceitos e conteúdos e explorar problemas matemáticos (SMOLE et al., 2004). Esse trabalho conjunto pode enfatizar o desenvolvimento da criatividade e da imaginação da criança que lê, compreende e produz textos também nas aulas de matemática, contribuindo para o seu letramento.

Desse modo, o professor tem a possibilidade de explorar situações-problema a partir das histórias e que podem ser, de fato, coerentes com a realidade da criança e/ou com o enredo da história. O que também permite que sejam abordados, na prática docente, tanto a história infantil quanto os conceitos e conteúdos matemáticos, não deixando de lado um em detrimento do outro; assim, pode-se romper com o ensino fragmentado da língua materna e da matemática que ocorre na escola.

A partir do exposto, temos como objetivo, neste capítulo, discutir uma proposta de elaboração de histórias infantis com conteúdo matemático na formação de professores dos anos iniciais. Apresentamos, inicialmente, nossa compreensão sobre literatura infantil e suas características que a diferenciam de livros de histórias infantis com conteúdos matemáticos. Em seguida, discutimos sobre o livro infantil no ensino de matemática e refletimos sobre as possibilidades para a formação de professores dos anos iniciais e sobre uma proposta desenvolvida em uma disciplina de matemática do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Juiz de Fora.

O ensino da Matemática nos Anos Iniciais: em Busca de um Caminho Alternativo

O ensino tradicionalista[1] tem sido questionado há muito tempo no Brasil. Deflagrado também na área da alfabetização em que os métodos tradicionais foram postos à prova pela sua característica de mecanização e falta de sentido para o aluno, o ensino dos componentes curriculares tem, nos dias atuais, objetivos radicalmente diferentes. As mudanças têm ocorrido porque a sociedade transformou-se, o homem do século XXI não é o mesmo do passado próximo. A aprendizagem por repetição, memorização irrefletida e cópias infindáveis da matéria, passada no quadro e que vai ser cobrada na prova, sufoca e entristece os alunos.

Propomos, na linha de todos os educadores que repensam a educação e se incomodam com o tradicionalismo, o processo ensino e aprendizagem que seja voltado para a vida, repleto de significado e participação do aluno na construção do conhecimento socialmente relevante. Dessa forma, ao pensarmos no aluno da sociedade atual, somos imbuídos do desejo de oferecer uma educação que seja relevante e significativa para a

[1] Ressalte-se que, ao criticarmos o ensino tradicionalista, não estamos afirmando que tudo o que é tradicional na educação deva ser descartado.

vida, assim como desafiadora e prazerosa. Em decorrência disso, buscamos recursos materiais que possam nos auxiliar nessa tarefa.

Há uma forte tendência, em toda a educação, no âmbito dos anos iniciais (1º ao 5º ano), de se recorrer aos livros infantis com o objetivo de ser suporte didático[2] para o professor ensinar os componentes curriculares de sua responsabilidade. Esse movimento parece estar consolidado nas diversas áreas do Ensino Fundamental. Se inicialmente a escola se apropriava das publicações literárias existentes no mercado e as adaptava segundo seus interesses pedagógicos, agora a escola conta também com as obras escritas com esse objetivo: o de se ensinar determinado conteúdo ao aluno leitor.

O mercado editorial, atento a essas mudanças, publica cada vez mais visando oferecer um cardápio variado ao consumidor, seja ele a própria escola ou o governo federal que investe em programas de distribuição de livros, como o Programa Nacional Biblioteca Escolar (PNBE) e o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), com os acervos complementares, os quais são distribuídos para os anos iniciais do Ensino Fundamental, cujo objetivo é o de:

> [...] ampliar o universo de referências culturais dos alunos nas diferentes áreas do conhecimento e, ao mesmo tempo, contribuir para ampliar e aprofundar as práticas de letramento no âmbito da escola. Essas obras configuram-se como instrumento eficaz de apoio ao processo de alfabetização e formação do leitor, ao ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares e ao acesso do aluno ao mundo da escrita e à cultura letrada[3].

A escolarização da literatura é inevitável, conforme destaca Soares (2006, p. 22); porém, é necessário estarmos atentos ao processo de “pedagogização ou uma didatização mal compreendidas que, ao transformar o literário em escolar, desfigura-o, desvirtua-o, falseia-o”. Se por um lado corremos o risco de uma escolarização inadequada, por outro precisamos considerar a “confusão de línguas na literatura” (PARREIRAS, 2009), ou seja, nem sempre o que o adulto escreve e publica para as crianças é literatura, mas

---

2 Entendemos o suporte didático como um recurso pedagógico utilizado pelo professor enquanto instrumento, no sentido vygostkyano do termo, que contribui com o processo de ensino e aprendizagem, assim como o ábaco, o tangram e as barrinhas de cuisenaire.

3 Portal do MEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnld/acervos-complementares>. Acesso: 31 ago. 2016.

livros de histórias, livros de informação endereçados a crianças. Entendemos que esses livros aproximam-se muito mais do que temos denominado de livros paradidáticos em versão infantil.

A trajetória da criação dos livros paradidáticos, na área da matemática, é descrita por Dalcin (2002). Segundo a referida autora, esses livros teriam começado a circular, no Brasil, a partir de 1986, com a publicação da Coleção "Vivendo a Matemática", concebida por Luiz Márcio Pereira Imenes e Nilson José Machado. A partir dessa data, podem-se encontrar listas infindáveis de livros paradidáticos de matemática, todos endereçados a alunos que corresponderiam, nos dias atuais, ao segundo segmento do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). Ao analisarmos as publicações de Nilson José Machado, vislumbramos uma trajetória que envolve a publicação de livros didáticos de matemática, seguidos de paradidáticos entremeados pelo que ele denomina de livro paradidático infantil[4].

Defendemos, neste artigo, o uso dessa expressão, a qual exprime um tipo de livro que, em nosso entender, não deveria ser denominado de literatura infantil, pois não é o formato e a ilustração que definem o texto literário:

> A literatura não atinge o leitor diretamente, com ensinamentos, com explicações. Há coisas não ditas, nem esclarecidas; há algo aberto para o leitor entrar e dar forma. Há os silêncios e as entrelinhas. As orações não são orações e ponto final. São arrumações de palavras com um trabalho de sonoridade, além do trabalho de sintaxe. [...] na literatura as palavras não estão na sua forma bruta, mas na sua forma esculpida, polida. Não é o conteúdo que define a literariedade de uma obra, nem a forma propriamente dita. É a linguagem polissêmica. (PARREIRAS, 2009, p. 48-49)

As publicações que se têm vislumbrado no mercado para o ensino dos componentes curriculares, intituladas e catalogadas como literatura infantil, precisam ser analisadas cautelosamente pelo professor, de forma que se possa garantir aos alunos o acesso a bons livros infantis que apresentem um enredo interessante, sensibilizem o leitor e tenham a surpresa, o imprevisível, de forma a mobilizar o aluno para a leitura significativa. O uso do livro infantil justifica-se, sobretudo, pela possibilidade de se oferecer à criança

---

4 Essas informações foram recolhidas do Currículo Lattes do autor. Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/0451357087945695>. Acesso: 30 ago. 2016.

um aprendizado prazeroso, recheado de fantasia e de imaginação. Compreender a matemática sem traumas é mais que desejável.

A maioria dos livros infantis, que se relaciona com a matemática, acaba por se caracterizar como paradidáticos infantis, tornando-se difícil encontrar bons livros em abundância para o ensinar e o aprender; por isso, propomos, nesse artigo, refletir sobre o uso do livro infantil e, também, sobre as histórias criadas por professores e alunos enquanto suporte para o ensino da matemática. A proposta deste trabalho é aliar leitura, compreensão, criação e matemática. Criar histórias para ensinar e pensar a matemática oportuniza ao professor e aos alunos se envolverem intimamente com a produção, a leitura e a compreensão de textos, habilidades fundamentais para o desenvolvimento intelectual e a ampliação do letramento. Propor aos alunos que escrevam histórias que envolvam conceitos matemáticos, contagem e resolução de problemas, por exemplo, favorece seu envolvimento com a matemática para a vida e promove o desenvolvimento de suas capacidades escritoras, conectando, assim, dois componentes curriculares fundamentais, quais sejam, português e matemática.

Ao propor à criança a elaboração de textos em que ela tenha que criar situações-problema, o professor a liberta do aprendizado mecânico com o qual nos deparamos diversas vezes em sala de aula quando as crianças, acostumadas a resolver problemas com números, ainda sem ler as questões, perguntam ao professor “é de mais ou de menos?” ou nos anos um pouco mais avançados: “é de multiplicação ou divisão?” Com as histórias, a criança passa a interpretar a linguagem escrita e a entender que matemática é também interpretação de textos.

Escrever pequenos contos com situações matemáticas em que o aluno caracteriza o cenário, descreve personagens, cria um enredo, define um clímax, auxilia também a criança a depreender a estrutura composicional do gênero textual em questão e a ter parâmetros para suas produções escritas. É nesse sentido que propomos o ensino da matemática nos anos iniciais, apoiado na leitura e produção de histórias por alunos e professores, conforme exemplificaremos nas seções seguintes.

O Livro Infantil como Suporte para a Aprendizagem da Matemática

As discussões em torno das potencialidades da história infantil na aprendizagem da língua materna, escrita e falada, bem como o estímulo no processo de alfabetização já são bem delimitadas. Como aponta Carneiro e Souza (2012), as relações possíveis entre essas histórias e a matemática também já são indicadas por diversos autores como uma das possibilidades para a prática docente nas aulas de matemática.

Integrar a história infantil em aulas de matemática pode representar uma substancial mudança no ensino tradicional, pois atividades desse tipo fazem com que os estudantes não aprendam primeiro a matemática para depois aplicar na história, mas exploram a matemática e a história ao mesmo tempo (SMOLE et al., 2004). Os professores podem provocar pensamentos matemáticos por meio de questionamentos ao longo da história, ao mesmo tempo em que a criança se envolve com a trama; ou seja, as histórias podem ser um estímulo para ouvir, ler, pensar e escrever sobre a matemática. Por meio da conexão entre as histórias e a matemática

> [...] o professor pode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a língua materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos. (SMOLE et al., 2004, p. 3)

As histórias possibilitam o contato com diferentes visões de mundo, várias culturas e locais, propiciando espaços que mostrem aos alunos a importância e a utilidade da linguagem matemática. Além disso, de modo geral, as histórias apresentam várias ilustrações, que enriquecem a imaginação do leitor e é outro elemento importante para a compreensão do texto, podendo auxiliar no entendimento de um conceito ou de uma ideia matemática.

É importante ressaltar que um dos valores da história infantil, assim como na literatura infantil, é despertar o prazer de ler, contrapondo a valorização da história para exploração apenas da matemática. Como destaca Smole et al. (2004, p. 3), "seja qual for a forma pela qual se leve a literatura infantil para as aulas e matemática, é bom lembrarmos que a impressão fundamental da história não deve ser distorcida por uma ênfase indevida em um aspecto matemático".

Nesse sentido, Welchman-Tischer (1992) aponta que existem diversas formas de utilizar histórias infantis para ensinar matemática, dentre elas:

– promover um contexto para desenvolver atividades que incluam conceitos matemáticos;
– mostrar experiências matemáticas criativas para as crianças;
– organizar um espaço para trabalhar com problemas;
– relacionar as ideias matemáticas às realidades, de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando, assim, o uso social e cultural da matemática;
– apresentar aos alunos noções de um conceito ou habilidade matemática, a princípio sem o formalismo desse conhecimento, para, posteriormente, desenvolver, explicar e/ou rever esses conceitos ou habilidades matemáticas;
– relacionar a matemática com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas.

Souza e Carneiro (2015), em outra pesquisa, mostraram algumas potencialidades da proposta metodológica de trabalhar conjuntamente história infantil e matemática:

> Explorar as relações existentes entre a língua materna e a matemática; Tomar a narrativa como estratégia de pensamento, possibilitando a compreensão e a formação do sujeito; Considerar o aspecto imaginário dos textos, as ilustrações presentes nos livros, a possibilidade de trabalhar com resolução de problemas matemáticos, bem como a elaboração de problemas e histórias matemáticas; e Apresentar aos alunos materiais manipuláveis e recursos visuais. (SOUZA; CARNEIRO, 2015, p. 239)

Ao considerar as potencialidades da junção entre histórias infantis e a matemática, é preciso refletir sobre a língua materna (e os diferentes gêneros textuais) e a linguagem específica da matemática. Segundo Carneiro e Souza (2012, p. 491), essas relações são marcadas:

> [...] por incertezas, reflexões, contestações, descobertas, tensões, enfim, por desconstruções e reconstruções de conhecimentos, possibilitando que o professor busque estabelecer conexões entre os conhecimentos teóricos e a prática pedagógica, entre os conteúdos e as metodologias de ensino, os objetivos e as características dos alunos.

Nesse cenário, várias autores (CARNEIRO; PASSOS, 2007; SILVA, 2003; SOUZA, 2008; SOUZA; OLIVEIRA, 2005) discutem atividades que foram realizadas em aulas dos anos iniciais, buscando aproximações entre as histórias infantis e o ensino de matemática. Dentre esses, apresentamos as propostas de Silva (2003) e Souza e Oliveira (2005).

Souza e Oliveira (2005) investigaram a aplicação do livro "Felino em: as tentações da padaria", com o objetivo de aproximar a matemática da realidade dos alunos e analisar as estratégias utilizadas por eles na resolução dos problemas. A partir da leitura do livro, com os alunos do 5º ano de uma escola pública, foram propostas algumas situações-problema para serem resolvidas em duplas, como "O que Sr. Felix e Felino compraram na padaria? Quanto eles gastaram? Quanto você acha que custaram os cinco pães? E cada pão quanto custa?" (SOUZA; OLIVEIRA, 2005, p. 8).

A partir das análises, as autoras destacaram que a história infantil possibilitou que os estudantes utilizassem situações contextualizadas para resolver os problemas, permitindo um melhor aprendizado dos conteúdos matemáticos. Somado a isso, elas mencionaram que o aspecto lúdico da história infantil incentivou a participação mais ativa dos alunos, tanto na leitura do livro quanto na realização das atividades matemáticas.

No estudo de Silva (2003), também foram investigadas as potencialidades da matemática com a história infantil na construção do conceito de multiplicação com os alunos do 2º ano do Ensino Fundamental. O autor, ao trabalhar com a intervenção didática englobando atividades baseadas em determinadas histórias infantis, buscou abordar as ideias presentes nas narrativas, referentes à linguagem matemática, problematizando-as por meio de situações-problema, jogos e brincadeiras. O objetivo era que os alunos construíssem o conceito de multiplicação e desenvolvessem a habilidade de ler textos de diferentes esferas literárias.

A partir das atividades de leitura, jogos e brincadeiras, Silva (2003) analisou as aprendizagens dos alunos no decorrer e após a investigação. Para ele, houve melhora na compreensão da linguagem matemática presente nos textos e nas situações-problema, bem como o enriquecimento da compreensão e da interpretação dos textos. Compreender os textos foi de fundamental importância para que os alunos (re)elaborassem os conceitos de multiplicação.

A partir desses autores, percebemos que, para além dos apontamentos que já foram feitos, trabalhar com essas articulações permite a superação da visão compartimentada das disciplinas e do ensino, de modo a perceber as relações entre língua materna e matemática. Para isso, é de suma importância que o professor valorize e incentive a compreensão do texto e estabeleça as relações entre língua materna e linguagem matemática. Dessa forma, a história infantil não será somente um ponto de partida, mas uma conexão com outras áreas do conhecimento (SILVA, 2003).

Até esse momento, buscamos discutir de forma sucinta que trabalhar a matemática por meio da história infantil pode permitir que as características da linguagem matemática e da história caminhem lado a lado, tornando o aprendizado mais prazeroso. As narrativas encontradas nesses livros ampliam as capacidades imaginativas e permitem maior fluidez na construção de significados, no levantamento de hipóteses e na resolução de problemas. Nessa direção, cabe aos professores, por meio de questionamentos, fazer com que as crianças possam pensar de forma diferente, analisar situações, expor ideias e levantar hipóteses.

Discutiremos, agora, algumas contribuições do trabalho com histórias infantis e matemática para a formação de professores. O professor dos anos iniciais ensinará os conteúdos matemáticos previstos para esse nível de ensino e entendemos que sua formação inicial deve proporcionar uma gama de experiências em todos os componentes curriculares para que esse futuro professor tenha contato com diferentes suportes e estratégias de ensino.

Alguns pesquisadores (OLIVEIRA; PASSOS, 2008; CARNEIRO; SOUZA, 2012; PASSOS; OLIVEIRA; SOUZA, 2009) têm se debruçado em estudos sobre as possibilidades de um trabalho conjunto entre a língua materna e a matemática na formação de professores. Oliveira e Passos (2008) analisaram as contribuições da construção de livros com conteúdos matemáticos para o desenvolvimento profissional docente, em uma formação continuada. As autoras apontaram que os professores participantes do estudo, ao refletirem sobre o conteúdo que iriam abordar na elaboração da história, tiveram mudanças de concepção sobre conteúdos matemáticos que foram desestabilizados nesse processo formativo, principalmente, com relação à geometria que assumiu outro lugar no currículo de matemática.

Ainda para as autoras (2008), os participantes indicaram que se sentiram parte de um grupo colaborativo que permitiu que vencessem desafios e evidenciaram um trabalho com diferentes áreas do conhecimento na elaboração da história, como, por exemplo, aquelas relacionadas à inclusão e a diferentes culturas. A elaboração do livro exigiu o pensamento crítico e promoveu aprendizagens para os professores. Essa proposta levou-os a redimensionar seu conhecimento profissional referente aos

> conteúdos, estratégias de ensino e de avaliação [o que] foi possível mediante a combinação de fatores como a reflexão sobre a prática partilhada no grupo, que, em diferentes momentos, estimulou os depoimentos, acatou as diferentes opiniões, referendou posicionamentos e escolhas, aplaudiu conquistas etc. (OLIVEIRA; PASSOS, 2008, p. 328)

Carneiro e Souza (2012) tiveram como objetivo identificar os conhecimentos mobilizados por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental na elaboração de histórias infantis e matemática, que foi desenvolvido durante um curso de curta duração. Esses autores (2012, p. 491) apontaram que trabalhar com a língua materna e a matemática pode levar os professores a refletirem sobre "a língua materna, o conteúdo matemático e sua linguagem específica; sobre o registro pictórico e o registro gráfico, entre outros elementos, o que exige do docente um processo de raciocínio complexo e uma ampla base de conhecimento" e que essas reflexões podem gerar aprendizagens.

Os professores, durante esse processo, refletiram sobre o conteúdo matemático abordado na história, sobre como expor aos estudantes e sobre as situações-problema. Também levantaram algumas possibilidades dos conhecimentos dos alunos e de suas reações aos problemas, as dificuldades das crianças em compreenderem o conteúdo e as maneiras que o professor poderia auxiliar. Os docentes apresentaram a preocupação de: elaborar histórias interessantes que chamassem a atenção das crianças, promover o diálogo do professor com os estudantes sobre o conteúdo e propor situações-problema que fossem possíveis de serem resolvidas pelos estudantes (CARNEIRO; SOUZA, 2012). Para Carneiro e Souza (2012, p. 507), os professores se colocaram em movimento ao "realizarem atividades que não fazem parte de sua rotina de trabalho e que também podem ter promovido reflexões acerca do ensino de matemática, como a formulação de problemas e a elaboração de histórias infantis com conteúdo matemático" e consideraram uma importante experiência que pode ser o ponto de partida de novas aprendizagens.

Passos, Oliveira e Souza (2009) tiveram como objetivo buscar indícios do desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática, em um grupo de estudos, ao discutirem sobre histórias infantis e matemática. Participavam desse grupo de estudos professores licenciandos de Pedagogia e Matemática e alunos da Pós-Graduação.

O contato dos professores com livros paradidáticos, de literatura infantil ou com os livros produzidos por eles fez com que tivessem outro olhar para os livros presentes na escola, pois alguns nunca haviam pensado na possibilidade de ensinar matemática a partir de uma história. Os participantes do grupo apropriaram-se da integração da língua materna e da matemática, o que promoveu mudanças na prática docente, como ler e discutir os livros paradidáticos com os alunos, elaborar textos e livros nas aulas de matemática. Também mudaram a forma de avaliação dos estudantes (PASSOS; OLIVEIRA; SOUZA, 2009).

De acordo com as autoras (2009, p. 643), o grupo de estudos proporcionou discussões e experiências que “oferecem pistas sobre a forma como professores em exercício vão construindo sua maneira pessoal de se relacionar com os conteúdos de ensino e ampliar essa base de conhecimentos envolvendo a interdisciplinaridade”. Essa experiência lhes permitiu se tornarem protagonistas do próprio desenvolvimento profissional.

Esses trabalhos evidenciaram algumas possibilidades da construção de histórias infantis e matemática na formação continuada de professores dos anos iniciais. Tomando contato com esses estudos e considerando importante aproximar o ensino da matemática e o ensino da língua materna, é que propomos discutir, na próxima seção, como têm sido desenvolvidas e analisadas essas práticas no âmbito da formação de professores.

Construção de Histórias Infantis na Formação de Professores

Trabalhamos em cursos de Licenciatura em Pedagogia com a construção de histórias infantis com conteúdos matemáticos e que nos despertaram alguns questionamentos:

Quais as possibilidades da construção de histórias infantis e matemática? Como essa atividade contribui para a formação matemática do futuro professor dos anos iniciais?

Em uma disciplina de matemática para o curso de Pedagogia da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF –, ocorrida no primeiro semestre de 2016, solicitamos[5] que os estudantes criassem uma história infantil com conteúdo matemático, realizamos estudos teóricos sobre essa temática e apresentamos vários livros de histórias que contém matemática. A partir dessa etapa, propusemos atividades com esses livros e pedimos que os estudantes fizessem um levantamento dos livros presentes em escolas.

A ação de solicitar que os estudantes, em grupos, elaborassem uma história infantil e matemática permitiu que eles pensassem no conteúdo matemático, no título, no ano escolar em que essa história poderia ser utilizada, nas dificuldades que as crianças poderiam encontrar, nas ilustrações etc. Em seguida, os futuros professores escreveram uma narrativa em que abordaram diferentes aspectos da elaboração da história infantil com conteúdo matemático, como o processo de elaboração, a escolha do conteúdo matemático, as dificuldades, etc.

Os futuros professores embasaram-se em conhecimentos adquiridos em outras disciplinas do curso de Pedagogia que discutiram sobre literatura e alfabetização para realizarem essa atividade. Alguns grupos elaboraram a história tentando não abordar a matemática explicitamente, mas criaram situações nas quais o professor poderia explorar situações-problema a partir delas.

> No dia em que pensamos a história, nós do grupo, não queríamos algo com uma matemática muito direta, pensamos que poderia ser algo tanto para deleite como para trabalhar algum conteúdo matemático em sala de aula. [...] desejamos que este processo não acontecesse de modo que causasse uma distorção na história, então, sugerimos como possíveis atividades para o conteúdo de matemática a criação de situações problemas que partam da história. (Ana Carolina, Larissa, Luana, Tarciele).

Para as estudantes, essa história elaborada sem trazer os conteúdos matemáticos explícitos pode permitir *“ao professor buscar interpretar e construir atividades com o livro que se adéquem ao conteúdo planejado, suas propostas e as subjetividades de*

---

5 Prática desenvolvida pelo primeiro autor com os estudantes de Pedagogia.

sua turma, para atender os seus objetivos". Buscando não deixar a história em segundo plano, mas tentando trazer alguns elementos que, do nosso ponto de vista, caracterizam a literatura, como, por exemplo, a surpresa, o imprevisível no desfecho, outro grupo destacou que:

> O texto fala sobre um trapézio que não queria ser do jeito que era, pois se achava diferente das outras formas: o triângulo, o quadrado, o retângulo e o paralelogramo. A *grande surpresa do livro* se dá quando o trapézio descobre que, ao juntar as outras formas, elas também se transformavam em um trapézio (Cristiana, Marcos, Mariana, Millena, grifo nosso).

Os futuros professores destacaram várias dificuldades na elaboração da história infantil com conteúdo matemático, dentre elas, o fato de que a história deveria ser interessante para as crianças, pois "nos tornamos adultas e perdemos a criatividade de perceber como é ver através dos olhos de uma criança um mundo onde quase tudo pode ser algo desconhecido" (Ana Carolina, Larissa, Luana, Tarciele).

Célia, Dulcineia, Julya e Victor pensaram, para elaborar a história, em um texto que trouxesse de maneira simples e lúdica para as crianças conteúdos matemáticos considerados complexos. Os autores comentaram ser uma atividade difícil e, ao mesmo tempo, estimulante, pois

> A decisão de sobre o que escrever e como foi escrever não foi tomada rapidamente. Foram muitas as possibilidades e ideias de histórias que surgiram antes e ao longo da elaboração. No entanto, tínhamos sempre em vista a finalidade da atividade, o que nos motivou a pensar em nossos interlocutores (as crianças) e no modo como se sentiriam ao entrar em contato com a história.

As histórias infantis elaboradas abordaram os mais diferentes enredos e conteúdos matemáticos e, como exemplo, apresentaremos três delas. O livro "Um trapézio que não queria ser assim", apresentado com rimas e no formato de um trapézio, conta a história de um trapézio que não gostava da sua forma e vivia triste vendo as formas de seus amigos. Contudo, ele descobre que o trapézio pode ser formado por um quadrado e dois triângulos, ficando, dessa forma, muito feliz. Segundo os autores, "*o livro traz as formas e suas principais propriedades, como quantidade de lados, de ângulos e nomenclaturas* *de acordo com os ângulos. Assim, ao ler um poema, os versos ficam gravados na mente, assim como o conteúdo matemático que eles carregam”* (Cristiana, Marco, Mariana, Millena).

Outro livro, “Os embaraços da Fazenda Pererê”, baseado em “Os problemas da família gorgonzola”[6] de Eva Furnari, traz situações-problema em cada página e como contexto uma fazenda na qual o Saci Pererê fazia suas malandragens. O texto aborda diferentes conteúdos matemáticos como as operações aritméticas, perímetro e frações. As autoras apontaram que *“ao longo de todo processo a criatividade e a imaginação foi fazendo com que a história ficasse cada vez mais interessante e divertida. A melhor estratégia para essa criação foi a de se colocarem no lugar da criança que lerá a história”* (Amanda, Maria Flávia).

“O circo mágico” foi outro livro elaborado pelos estudantes em que se basearam no Tangram e abordaram as figuras geométricas. A narrativa conta a história de Quadrito que percebeu que o circo tinha perdido toda sua magia, mas que, ao cair dentro de uma cartola, começou a transformar-se em várias coisas (com as peças do Tangram) e fez ressurgir a magia do circo. Com a autorização dos autores e em parceria com a coordenadora do projeto Biblioteca Virtual do Professor[7] do Colégio de Aplicação João XXIII da UFJF, alguns dos livros elaborados pelos futuros professores são editados e disponibilizados gratuitamente na Internet.

Consideramos que essa experiência de elaboração de uma história infantil com conteúdo matemático, que poderá ser utilizado por eles nos estágios ou mesmo quando forem professores, é fundamental para evidenciar que o docente pode produzir seu próprio material e não precisa ficar refém do livro didático. Muitos estudantes comentaram que nunca imaginaram que poderiam criar um livro de histórias com tanta criatividade e com belas ilustrações. Além disso, a reflexão sobre o conteúdo matemático, o enredo, as ilustrações, as dificuldades das crianças em aprender o conteúdo contribui para o desenvolvimento profissional e para promover diferentes aprendizagens.

---

[6] Em cada página do livro é apresentada uma situação-problema com algum membro da família Gorgonzola.

[7] Agradecemos a professora Lauriana G. de Paiva-Guttierrez pela parceria. Disponível em: <http://www.ufjf.br/bibliotecavirtualdoprofessor/>.

Algumas Considerações

Buscamos, neste artigo, apontar caminhos para o ensino da matemática que fujam ao tradicionalismo e que, por isso mesmo, despertem no aluno o desejo de aprender. E aprender matemática! O recurso do livro infantil como suporte para o ensino da matemática tem sido uma alternativa interessante que tem mobilizado não só as crianças para o aprendizado, mas também os futuros professores.

O trabalho com livros infantis e matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma possibilidade enriquecedora de aproximar a língua materna e a matemática. As tarefas podem explorar aspectos da história auxiliando as crianças a desenvolverem a criatividade, a imaginação e podendo levá-las a se tornarem sujeitos leitores, além de abordarem também os conceitos matemáticos, principalmente por meio de situações-problema.

Levar estudantes do curso de Pedagogia a elaborarem livros infantis que possibilitem a realização desse trabalho é um movimento fundamental para a mudança do ensino nas escolas. Ao retomarmos as reflexões dos alunos licenciandos, observamos os cuidados tomados por eles para a realização da tarefa, como "colocar-se no lugar da criança leitora, buscar uma história interessante e divertida", preocupações que nunca circularam no ensino centrado no professor, o qual geralmente toma a criança como um adulto em miniatura e reproduz, muitas vezes, o conhecimento teórico aprendido nas universidades. Nesse sentido, uma formação inicial de professores que mobilize seus alunos para pensarem e criarem alternativas mais prazerosas para o aprendizado da matemática certamente proporcionará a formação de profissionais mais sensíveis às necessidades do aluno da sociedade atual e com melhores condições de aliarem objeto de estudo e de ensino, por meio da reflexão (MAGALHÃES, 2005).

Finalmente, consideramos que o envolvimento do estudante de Pedagogia na elaboração de materiais alternativos para o ensino da matemática proporciona a revisitação de conceitos já perdidos pelo tempo ou ainda aqueles que não foram compreendidos e que serão ensinados. Essa ação representa a possibilidade de aliar componentes curriculares considerados por vezes antagônicos, mas que são tão próximos: a língua portuguesa e a matemática.

Referências

CARNEIRO, Reginaldo F.; PASSOS, Cármen L. B. Matemática e literatura infantil: uma possibilidade para quebrar a armadilha do desconhecimento matemático. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 16, 2007, Campinas, *Anais...*, Campinas, 2007.

CARNEIRO, Reginaldo F.; SOUZA, Ana P. G.; Conhecimentos mobilizados por professoras dos anos iniciais na elaboração de histórias infantis com conteúdos matemáticos. *Práxis Educativa*, v. 7, n. 2, p. 489-509, 2012.

DALCIN, Andréia. *Um olhar sobre o paradidático de matemática*. 2002. 236f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

FURNARI, Eva. *Os problemas da família Gorgonzola*. São Paulo: Global Editora, 2001.

MAGALHÃES, Luciane M. *Representações sociais da leitura:* práticas discursivas do professor em formação. 2005. 194f. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada) – Instituto de Estudos da Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, 2005.

OLIVEIRA, Rosa M. M. A.; PASSOS, Cármen L. B. Promovendo o desenvolvimento profissional na formação de professores: a produção de histórias infantis com conteúdo matemático. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 14, n. 2, p. 315-330, 2008.

PASSOS, Cármen L. B.; OLIVEIRA, Rosa M. M. A.; SOUZA, Raquel D. Analisando a base de conhecimento para o ensino: a conexão entre histórias infantis e matemática na formação continuada de professores. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 624-645, 2009.

PARREIRAS, Ninfa. Obra literária para crianças ou livro de história para crianças. In: ______. *Confusão de línguas na literatura:* o que o adulto escreve, a criança lê. Belo Horizonte: Ed. RHJ, 2009.

SILVA, A. C. *Matemática e literatura infantil:* um estudo sobre a formação do conceito de multiplicação. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2003.

SOARES, Magda. A escolarização da literatura infantil e juvenil. In: EVANGELISTA, Aracy A. M. et al. *A escolarização da leitura literária.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SOUZA, Ana P. G. *Histórias infantis e matemática:* a mobilização de recursos, a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos de 4ª série do ensino fundamental. 2008, 207f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

SMOLE, Kátia C. S.; ROCHA, Glauce H. R.; CÂNDIDO, Patrícia T., STANCANELLI, Renata. *Era uma vez na matemática:* uma conexão com a literatura infantil. São Paulo: CAEM, 2004.

SOUZA, Ana P. G.; CARNEIRO, Reginaldo F. Um ensaio teórico sobre literatura infantil e matemática: práticas de sala de aula. *Educação, Matemática e Pesquisa*, v. 7, n. 2, p. 231-257, 2015.

SOUZA, Raquel D.; PASSOS, Cármen L. B. Era uma vez... aprendizagens de professoras escrevendo histórias infantis para ensinar matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, 2008, Rio Claro, *Anais...*, Rio Claro, 2008.

SOUZA, Raquel D.; OLIVEIRA, Rosa M. M. A. Análise de uma experiência de ensino e aprendizagem no ensino fundamental: utilização de história infantil com conteúdo matemático. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 15, 2005, Campinas, *Anais...*, Campinas, 2005.

WELCHMAN-TISCHER, R. *How to use children's literature to teach mathematics.* Reston: NCTM, 1992.

Capítulo 9

Literatura e Resolução de Problemas Matemáticos no Curso de Pedagogia

Mercedes Carvalho
Universidade de Federal de Alagoas
mbettacs@uol.com.br

Introdução

Este capítulo trata da perspectiva de trabalho entre a literatura e resolução de problemas para o ensino dos conteúdos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental. Para fomentar a discussão, se apresenta a legislação atual, que normatiza os cursos de Pedagogia, e autores como Carvalho (2010, 2009), Maranhão (2008), Nacarato et al. (2004), Curi (2005), entre outros, que discutem o ensino da matemática na formação do pedagogo.

A resolução de problemas, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (2007) é considerada eixo norteador do trabalho matemático. Desenvolvê-lo junto com a literatura infantil é uma possibilidade de atividade interdisciplinar em que os alunos, além de desenvolverem a escrita, a leitura e o gosto pela leitura, também, podem problematizar situações para desenvolver o raciocínio matemático.

A Formação do Pedagogo para Ensinar Matemática

O histórico do curso de Pedagogia, criado em 1939 pelo Decreto-lei n. 1.190, de

4 de abril de 1939, é marcado por conflitos em torno da identidade do pedagogo: Que profissional o curso forma? A base do curso de Pedagogia é a docência[1]? Reduzi-la somente à docência não seria uma ideia simplista do curso[2]? Porém, a retrospectiva histórica revela que esse curso sempre foi pautado pelos estudos dos processos educativos em diferentes espaços, mas principalmente “a educação de crianças dos anos iniciais de escolarização, além da gestão” (BRASIL, 2005, p. 2).

A Resolução CNE/CP n. 1 de 15 de fevereiro de 2006, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Pedagogia, no art. 2º define que este se destina à

> Formação inicial para o exercício da docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, e em cursos de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar, bem como em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos. (BRASIL, 2006)

Ainda a Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada, no capítulo II artigo 5º, institui que “nas licenciaturas, curso de Pedagogia, em educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental a serem desenvolvidas em projetos de cursos articulados, deverão preponderar os tempos dedicados à constituição de conhecimento sobre os objetos de ensino [...]” (BRASIL, 2015).

Nessa direção, a legislação vigente pressupõe um trabalho em uma perspectiva interdisciplinar e, respeitada a diversidade dos estados brasileiros, deve contemplar estudos sobre os conteúdos básicos e práticas pedagógicas, isso porque o futuro pedagogo, no exercício de sua profissão, irá trabalhar com várias áreas do conhecimento: Português, Matemática, História, Geografia, Ciências, Artes etc. “e, para tanto, deve ter o

[1] Posição acolhida pela Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação (ANFOPE): compete ao curso de Pedagogia a formação do professor dos anos iniciais da escolarização.

[2] Posição adotada pela Comissão de Especialistas de Ensino de Pedagogia: o curso tem a função de formar profissionais da educação atuando em diferentes espaços escolares ou não, como: gestão de sistemas, unidades, projetos e, como base obrigatória, a docência. José Carlos Libâneo e Selma Garrido fazendo parte dessa comissão e defendem que as Faculdades ou Centros de Educação deveriam oferecer cursos de Pedagogia, cursos de formação de professores e programas de educação continuada (MURIBECA, 2002, p. 163).

domínio dos conteúdos e da didática dos conteúdos, como bem lembra Shulman (1986)" (CARVALHO, 2009, p. 39).

No que se refere à Matemática, Batista e Lanner (2007), Curi (2005), Maranhão (2008), Nacarato et al. (2004) e Moura (2005) defendem ser importante ensiná-la para as crianças da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental, favorecendo o desenvolvimento do pensamento e da linguagem pertinente a essa área do conhecimento. Portanto, os cursos de Pedagogia, ao formularem seu Projeto Pedagógico, devem contemplar

> a construção do conhecimento matemático, que envolve conceitos como os algoritmos das operações, o sistema de numeração decimal e suas regularidades, as relações entre os diferentes conjuntos numéricos (os naturais, racionais e inteiros), por exemplo, e a compreensão dos erros dos alunos, além dos referenciais teórico-metodológicos sobre o ensino da Matemática, de modo a possibilitar-lhes a reflexão sobre o ensino da disciplina nos anos iniciais do ensino fundamental e da educação infantil e também propiciar atividades em que vivenciem situações (os estágios, por exemplo) que lhes permitam refletir sobre como se dá a aprendizagem não só dos alunos, mas também dos próprios professores. (CARVALHO, 2009, p. 45)

Resolução de Problemas Matemáticos nos Anos Iniciais

São muitas as mudanças ocorridas nos últimos tempos e formar o pedagogo para trabalhar na perspectiva atual, em que a tecnologia se faz presente na vida da maioria dos cidadãos, não é tarefa das mais simples. Portanto, são pertinentes as propostas para o curso de Pedagogia, propagadas na legislação vigente. Os conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos ao longo dos primeiros anos ensino fundamental[3] estão organizados em blocos[4] de conteúdo: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e

[3] Entendo que resolução de problemas é trabalhado ao longo da educação básica. Porém, como o livro é dedicado aos anos iniciais irei focalizar a discussão neste segmento de ensino.

[4] O documento Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização do ensino fundamental, 2012, organiza os conteúdos em eixos e inclui o eixo do pensamento algébrico.

Medidas e Tratamento da Informação e a resolução de problemas é tratada como eixo norteador do trabalho matemático.

Acredito que a forma mais eficaz de aprender Matemática é resolver problemas, pois a própria história da civilização foi construída a partir da resolução de problemas. Porém, o problema matemático é desenvolvido como sendo a simples aplicação do algoritmo, ou seja, ensina-se o algoritmo da adição para em seguida apresentar aos alunos problemas que envolvam a adição, por exemplo. Desta forma, o trabalho com problemas matemáticos fica reduzido à verificação dos algoritmos canônicos.

No que se refere à situação-problema e problema, o documento "Alfabetização na idade certa" faz diferenciação entre esses termos e aponta que "uma diferença fundamental do conhecimento matemático em situações-problema é o fato de os conceitos e estruturas matemáticas estarem mais integradas na mobilização de diferentes conteúdos matemáticos" (BRASIL, 2012, p. 64). Ou seja, apresentar situações-problema possibilita aos alunos mobilizarem seus conhecimentos para encontrar a solução e, também, as situações apresentadas podem estar ligadas a diferentes contextos (passeios, o lanche, festas, campeonatos etc.), enquanto que o problema, de acordo com esse documento, está associado à escrita, isso é, há um enunciado.

Nessa direção, há várias situações em que os problemas matemáticos podem ser trabalhados sem, necessariamente, terem o enunciado tradicional. O cotidiano da sala de aula e da escola é bastante rico em situações que podem e devem ser problematizadas pelos professores e, por isso, no curso de Pedagogia, é importante estimular os futuros professores[5] a desenvolverem situações que podem ser problematizadas, como, por exemplo: organizar a classe em grupos, uma festa, uma excursão, distribuir materiais, ou seja, situações que podem ser propostas aos alunos para que eles criem estratégias de resolução e não, simplesmente, aplicar o algoritmo da operação. Assim, eles poderão desenvolver diferentes estratégias de resolução, baseadas em conhecimentos já construídos e solucioná-lo por meio de esquemas, gráficos, desenhos, por exemplo e, ainda, a forma como eles o resolvem indica ao professor como eles estão construindo os seus conhecimentos matemáticos.

Diante das situações-problema que podem advir do cotidiano escolar, defendo o trabalho com o enunciado do problema, isso porque há alunos que diante do enunciado

5 Para evitar repetição aluno, aluna, professor, professora utilizarei a regra gramatical.

querem saber qual conta devem fazer. Portanto, o enunciado do problema pode ser uma situação problema a ser explorada pelo professor tanto para a compreensão da estrutura do enunciado, quanto para favorecer os processos de alfabetização dos alunos, pois o enunciado é um tipo de texto. Assim sendo, pode-se solicitar aos alunos que construam enunciados a partir: de uma pergunta, de uma imagem, de um gráfico, de uma resposta, de um algoritmo. Esse tipo de situação-problema possibilita aos alunos construírem o texto do problema e, consequentemente, desenvolver a sua interpretação.

Além dessas propostas, deve-se trabalhar problemas com excesso e insuficiência de dados, problemas que envolvam raciocínio combinatório, problemas com perguntas negativas, problemas de lógica entre outros. Enfim, são inúmeras as possibilidades de se trabalhar os conteúdos matemáticos por meio da resolução de problemas e nos cursos de Pedagogia é pertinente discutir tanto as questões teóricas que embasam a resolução e problemas matemáticos, quanto criar situações em que eles, futuros pedagogos, criem situações que possam ser dinamizadas no exercício da docência.

A Literatura Infantil e os Problemas Matemáticos

A literatura integra o currículo do ensino fundamental e a leitura faz parte do crescimento e amadurecimento intelectual das pessoas, sejam elas estudantes ou professores. Indicar ou disponibilizar um título literário para os alunos é imperioso para a formação de leitores críticos. Há diversidade de gênero literário, da literatura de entretenimento aos clássicos filósofos gregos. Porém, em se tratando da formação do pedagogo, que irá atuar nos anos iniciais, em seu currículo deve estar contemplada a literatura infantil; isso porque, no exercício da docência, ele deverá assegurar que seus alunos

> se apropriem do sistema de escrita alfabética, cujo conhecimento é requisito para a realização de atividades de compreensão e produção de textos orais e escritos com autonomia, ou seja, sem a ajuda de leitores / escritores mais experientes. Isso demanda experiências curriculares planejadas, dinâmicas e interdisciplinares. (BRASIL, 2012, p. 37)

Além do mais, lançar mão da literatura infantil para trabalhar a resolução de problemas possibilita atividade interdisciplinar porque a história a ser lida pode trazer componentes tanto da Matemática, como da Geografia ou de Ciências, mas também podem ser simplesmente histórias infantis, pois não são todos os livros de literatura infantil que podem ser problematizados sob o ponto de vista matemático. Entretanto, quando este recurso é bem utilizado, ele contribui para “provocar pensamentos matemáticos através de questionamentos ao longo da leitura” (SMOLE et al., 1994, p. 8) enquanto que os alunos ficam envolvidos com as histórias.

Carvalho (2010) exemplifica o trabalho com literatura por meio do livro *A festa da fada* de Telma Guimarães Castro Andrade, ilustrações Gustavo Lucchino Golden, Editora Paulus. O livro conta a história de uma fada que comemora oitocentos e oitenta e oito anos e oito meses, fazendo uma grande festa para seus amigos duendes, bruxas e fadas, mas que, com a empolgação da festa, se esquece de fazer o bolo e acontece uma grande correria.

Ao se ler a história para os alunos, deve-se explorar as imagens de forma que os alunos a comentem e imaginem o que poderá acontecer na próxima página, ou seja, envolver os alunos na leitura, ou de acordo com o nível de leitura dos alunos, cada um deles pode ler um trecho da história. Ao final, pede-se aos alunos que deem outro final ou que escrevam como comemoram seus aniversários. Esse texto também possibilita discutir a diversidade já que fadas, bruxas e duendes estão juntos e fazem parte da mesma floresta.

Sob o ponto de vista matemático, é interessante para trabalhar com o sistema de numeração decimal, pois, na história, a fada comemora oitocentos e oitenta e oito anos e oito meses e propicia a discussão do valor posicional do número 8. Pode-se, também, fazer um calendário e calcular em que ano a fada nasceu e fazer a certidão de nascimento dela; criar problemas com as situações apresentadas na história, envolvendo as diferentes estratégias citadas, reescrever o texto com algarismos, calcular o dobro das medidas da receita do bolo etc.

Principalmente, na era da tecnologia *touchscreem* presente nos *tablets* e *smartphones* há várias possibilidades de trabalho, tanto com imagens quanto com livros de histórias infantis disponibilizados na *web*. No curso de Pedagogia, na disciplina de Saberes e Metodologias do Ensino da Matemática, os futuros pedagogos trabalharam com os *tablets*[6] para desenvolver estratégias de resolução de problemas a partir de imagens e histórias infantis.

O TABLET COMO RECURSO DIDÁTICO E PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM O SEU USO

- Como foi utilizar o tablet como recurso didático?

- Crie uma atividade em que utilizaria o tablet na resolução de problemas matemáticos?

Ao utilizar o tablet houve um estranhamento à princípio, por não ser um objeto do meu cotidiano. Acostumada a computador de mesa, notebook e celular, senti um pouco de dificuldade em manuseá-lo.

Em relação ao seu uso como recurso didático não sou muito a favor, apesar de logo abaixo apresentar atividades realizadas com ele. Ao contrário do que dizem, acredito que a sua presença em sala de aula dispersa os alunos e o objetivo de ensinar acaba se perdendo.

Além disso, com a minha formação pretendo atuar no ensino público, e não acho que a ideia do tablet como recurso didático será adotada por todas as escolas municipais e estaduais do país.

Como proposta de atividades matemáticas com o tablet, apresentaria à minha turma um aplicativo intitulado GCompris. Tal aplicativo fornece diversas atividades educacionais e não só matemáticas, tem as que focalizam a leitura, a escrita e o desenho.

Menu principal do GCompris

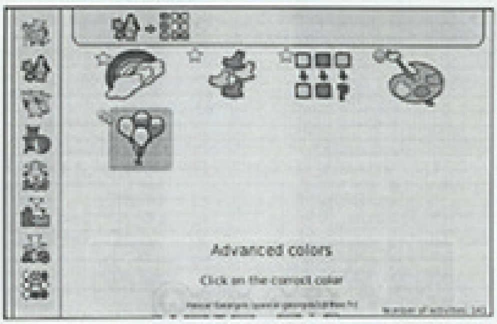


Figura 1 – Proposta de atividade com *tablet*

Fonte: arquivo da autora

[6] Projeto *Tablets como recurso didático na formação inicial dos licenciandos em Matemática e Pedagogia* financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq – 2013/2015.

Em uma atividade, os alunos, em grupo, realizaram buscas na web para encontrarem uma imagem em que pudessem criar uma sequência didática para desenvolver os conceitos matemáticos de adição e subtração. Os alunos também buscavam histórias na web que tivessem potencial para trabalhar com resolução de problemas.

Em outra atividade, eles buscaram um aplicativo para trabalhar com a resolução de problemas. Essa atividade demonstrou, ainda, as dificuldades que podem surgir a partir desse recurso, em especial, na escola pública alagoana.

Há, ainda, a possibilidade de alguns títulos estarem disponibilizados em PDF na internet, como é o caso do livro *A centopeia e os seus sapatinhos* de Milton Camargo, editora Ática[7]. Esse livro conta a história da centopeia que vai a uma loja comprar sapatos. Além das questões de leitura e problemas matemáticos, pode-se discutir com os alunos as relações de consumo, trabalho e ciências.

Algumas Considerações

Cenários para desenvolver resolução de problemas são muitos. Porém, é preciso formar o pedagogo a partir dessa perspectiva, pois, de modo geral, ele reproduz em sala de aula e no exercício da sua profissão o conhecimento que desenvolveu à época em que cursava a educação básica. Pesquisas nas áreas da educação e educação matemática têm apontado para a fragilidade dos conhecimentos matemáticos dos futuros pedagogos.

A legislação vigente sinaliza para a importância de que os cursos de licenciatura ampliem as propostas pedagógicas a fim de acolher as necessidades da sociedade atual, que estão presentes na sala de aula e é imperioso encontrarmos soluções possíveis. Quanto aos conteúdos matemáticos, buscar na resolução de problemas as soluções didáticas para tornar essa área do conhecimento mais atrativa para os alunos é uma possibilidade muito viável, mas tudo dependerá do currículo em que o futuro pedagogo será forjado.

---

7 Disponível em: <http://docslide.com.br/documents/livro-a-centopeia-e-seus-sapatinhos-55849b2c7e7 html> Acesso em: 8 de out. 2016.

Referências

BATISTA, Fábio D.; LANNER, Anna Regina. A formação para o ensino de matemática nos currículos de pedagogia das instituições de ensino superior do estado de São Paulo: Características e abordagens. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRAIL, 16., 2007. Campinas. *Anais...* Campinas, 2007. Disponível em: <http://www.alb.com.br/anais16/sem15pdf/sm15ss04_02>. Acesso em: 01 ago. 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. *Parecer n. 5* aprovado em 13 de dezembro de 2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/pcp05_05.pdf>. Acesso em: 2 dez. 2015.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes curriculares nacionais para o curso Pedagogia.* Resolução n. 3, aprovada em 21/02/2006.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada.* Resolução nº ....., aprovada em 1º de julho de 2015. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/escola-de-gestores-da-educacao-basica/323-secretarias-112877938/orgaos-vinculados-82187207/21028-resolucoes-do-conselho-pleno-2015>. Acesso em: 2 dez. 2015.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização do ensino fundamental.* Brasília, DF. 2012. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 02 set. 2016.

CARVALHO, Mercedes. *Problemas? Mas que problemas?!:* Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. Petrópolis: Vozes, 2010.

CARVALHO, Mercedes. *O ensino da matemática nos cursos de Pedagogia.* A formação do professor polivalente. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC-SP. 2009.

CURI, Edda. *A matemática e os professores dos anos iniciais.* São Paulo: Musa editora, 2005.

MARANHÃO, Maria Cristina S. de A. *Entrevista. Direcional Educador*, São Paulo, ano 3, edição 38, p. 18-23, mar. 2008.

MOURA, Anna Regina Lanner de. Conhecimento matemático de professores polivalentes. *Revista de Educação PUC-Campinas*, Campinas, n. 18, p. 17-23, jun. 2005.

NACARATO, Adair M.; PASSOS, Carmem Lúcia B.; CARVALHO, Dione L. Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. *Zetetiké*, Campinas, v. 12, n. 21 jan./jun. 2004.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth. *Teaching Educational Researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SMOLE, Kátia Cristina S. et al. *Era uma vez na matemática: uma conexão com a literatura infantil.* São Paulo: IME-USP. 1994.