

Educação Matemática em Revista

Ano 13 - nº 25, Dezembro de 2008

Diretoria Nacional Executiva

Presidente

Paulo Figueiredo Lima

Vice-Presidente

Cristiano Alberto Muniz

Primeiro Secretário

Marcelo Câmara dos Santos

Segundo Secretário

Luiz Márcio Imenes

Terceira Secretária

Carmem Teresa Kaiber

Primeira Tesoureira

Anna Paula de Avelar Brito Menezes

Segundo Tesoureiro

Miguel Chaquiam.

Comissão Editorial da SBEM

Arlete de Jesus Brito

Celi Aparecida Espasandim Lopes

Elton Casado Fireman

Estela Kaufman Fainguelernt

Fernando Raul de Assis Neto

Gilberto Francisco Alves de Melo

Iranete Maria da Silva Lima

Irene Maurício Cazorla

Jonei Cerqueira Barbosa

Lilian Nasser

Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Maria Tereza Carneiro Soares

Maria Laura Magalhães Gomes

Marilena Bittar

Neri Terezinha Both Carvalho

Regina Luzia Corio de Buriasco

Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Wagner Rodrigues Valente

Edição

Marcelo Câmara dos Santos

Paulo Figueiredo Limat

Revisão De Textos

Antonio Neto

Criação e Produção

Hard Blue Idéias & Soluções Gráficas

081 - 9151.3560

Impressão

Gráfica A Única Ltda

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA
é uma publicação semestral da



SOCIEDADE BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Tiragem: 3.000

ISSN 1517-3941

SUMÁRIO

2 Apresentação

Artigos

5 Concepções de professores que ensinam matemática sobre números fracionários, suas experiências e as implicações em suas práticas na 5ª série do ensino fundamental.

Cacilda Tenório Oliveira Machado - Josinalva Estacio Menezes

22 Competência Comunicativa: Um suporte teórico-prático para a formação do professor de matemática

Ângela Maria Liberalquino Ferreira - Marlos Gomes de Albuquerque

33 A saga do sinal de igualdade: mais de 450 anos de história

Dilson Beserra Cavalcanti - Marcelo Câmara dos Santos

37 Percepções sobre a História da Matemática num Curso de Formação Inicial de Professores

Edna Maura Zuffi - Patrícia de Souza

45 Memória

46 Conhecimentos de alunos da educação básica sobre a simetria de reflexão

Iranete Lima

56 Regionais da SBEM

ENVIE SEU ARTIGO PARA
A REVISTA INTERNACIONAL DE PESQUISA DA SBEM

International Journal for Research
in Mathematics Education

RIPEM

Revista Internacional de
Pesquisa em Educação Matemática

ACESSE

www.sbem.com.br

OS ARTIGOS ASSINADOS SÃO DE RESPONSABILIDADE DOS AUTORES.
É PERMITIDA A REPRODUÇÃO DOS ARTIGOS, DESDE QUE SEJA CITADA A FONTE.
©2008 SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SBEM

APRESENTAÇÃO

EMR E RIPEM: AS NOVAS REVISTAS DA SBEM

Histórico

Há algum tempo, um número expressivo de associados da SBEM vinha manifestando a opinião de que nosso periódico, a Educação Matemática em Revista, em que pese toda a importância que conseguiu assumir para a SBEM e para a comunidade de educadores matemáticos em nosso país, necessitava ser repensada.

Uma das ideias mais frequentemente divulgadas era que, nos últimos anos, a EMR passara a publicar na grande maioria de suas páginas, artigos relacionados com pesquisas acadêmicas no campo da Educação Matemática. Por um lado, era reconhecido o papel relevante da EMR para o desenvolvimento desse campo, tanto no âmbito da pesquisa científica como no fortalecimento das dezenas de programas de pós-graduação que já existiam, ou que foram implantados em anos recentes, no país. Por outro lado, era observado que a EMR distanciava-se do seu leitor privilegiado, o professor que leciona Matemática nas diversos níveis e modalidades de ensino em nosso país, em especial, do ensino básico.

As discussões que ocorreram nos dois últimos anos, nas várias instâncias de decisão da SBEM, culminaram na aprovação, no Conselho Nacional Deliberativo, da criação de uma revista eletrônica de pesquisa, a RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, e do redirecionamento da linha editorial a EMR, que terá como foco o trabalho do professor em sua prática de educador matemático.

Os debates que fundamentaram as decisões acima referidas conduziram, simultaneamente, ao estabelecimento da forma de operacionalização das duas revistas aprovadas. Nos parágrafos seguintes, procura-se divulgar a nova linha editorial e o funcionamento da EMR, bem como, fornecer informações sobre a RIPEM.

A nova Educação Matemática em Revista

De início, são mencionados alguns aspectos formais. A revista terá sua periodicidade modificada, para que sejam oferecidos mais números anuais aos professores. Serão editados três números por ano. O número de páginas será reduzido, e ficará entre 48 e 64 páginas. Atualmente, este número varia de 68 a 80 páginas.

No que tange à estrutura interna da nova EMR, decidiu-se que um percentual de 80% das páginas da revista será dedicado a **artigos**. As demais páginas serão dedicadas a seções, denominadas **seções permanentes**, que estarão presentes em todas as edições e que serão matérias mais curtas e com temas específicos. Excepcionalmente, uma dessas seções poderá ser preenchida por um artigo, sem prejuízo do limite de 80% do número total de páginas, acima mencionado.

Os artigos deverão ter, no máximo, 5 páginas, admitindo-se, em casos especiais, um ou dois artigos que cheguem a 10 páginas. Os artigos serão categorizados em: *artigos de fundo*;

atividades para a aula de Matemática; *pesquisa com implicações para a sala de aula*; *produções matemáticas de alunos*; e *avaliação da aprendizagem matemática*.

Quanto aos **artigos de fundo**, ou artigos “teóricos” (assim considerados por boa parcela dos professores), eles devem tratar, por exemplo, de: funções do jogo na sala de aula, História da Matemática na aprendizagem da Matemática, justificativas de algoritmos, papel do cálculo (fazer contas) na aprendizagem da Matemática, limitações do material base dez (ou dourado), funções da avaliação, os diferentes significados das operações, funções de um laboratório de Matemática na escola, modelagem na matemática escolar, os conhecimentos numéricos das crianças nos anos iniciais, seleção de conhecimentos significativos para as fases de ensino etc. São também recomendáveis artigos que ajudem o professor a discernir idéias e temas centrais em Matemática de tópicos e questões periféricas, bem como artigos que melhorem a compreensão do professor sobre certos tópicos, que lhe mostrem obstáculos de aprendizagem, entre outros temas.

Na categoria de **atividades para a aula de matemática**, não se trata de propor atividades que apenas “enfeitam” a aula. Ao contrário, a intenção é apresentar e discutir atividades articuladas aos conteúdos curriculares, que possam apoiar e favorecer a compreensão dos mesmos. São exemplos de atividades: um jogo, uma pesquisa estatística, uma montagem de poliedros, construções usando um programa de geometria dinâmica, uma sessão de cálculo mental, uma investigação, uma sessão de resolução de problemas, a elaboração de um texto coletivo, a leitura e discussão de um texto etc.

Os artigos de **pesquisa com implicações para a sala de aula** vão abrigar artigos elaborados com base em pesquisas na área de Educação Matemática e que evidenciem suas articulações com a prática de sala de aula. Tais artigos são os que procuram tornar realidade o desejado diálogo entre a pesquisa e a sala de aula. As **produções matemáticas dos alunos** deverão ser acompanhadas de análises e considerações sobre os procedimentos subjacentes a tais produções, de como a valorização e socialização em sala de aula são importantes no fazer Matemática.

No grupo de **avaliação da aprendizagem matemática**, serão incluídos os artigos sobre o papel do erro na aprendizagem, os diferentes instrumentos de avaliação, as idéias para registros de avaliação continuada, a flexibilidade e o uso de diferentes linguagens nas provas etc.

Em todos os números haverá 2 (dois) artigos contemplando, de forma rotativa, os temas: primeiros anos, 3° ao 5° ano, 6° ao 9° ano, ensino médio, EJA e portadores de necessidades especiais.

A EMR contemplará, ao mesmo tempo, seções permanentes, que serão, de início, em número de oito: *Problemas*; *Recursos eletrônicos na aula de matemática*; *Lendo e comentando*; *Relato de experiência*; *Para ler com os alunos*; *O que vem por aí*; *Auxílio para a sala de aula*; e *Com a palavra o professor*. Mais detalhadamente:



Problemas: uma revista dirigida a professores que ensinam Matemática, de algum modo, deverá tratar da resolução de problemas. Artigos poderão tratar do tema, mas é essencial que a revista também proponha problemas, de variados tipos, receba e discuta suas resoluções.



Recursos eletrônicos na aula de matemática: nessa seção caberão descrições de atividades, relatos de experiência ou artigos de fundo, que discutam o papel das novas tecnologias de informação e comunicação no âmbito educacional, em particular, na formação matemática atual.



Lendo e Comentando: resenha comentada e crítica de livros.



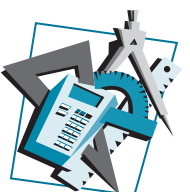
Relato de experiência: artigo escrito por professor da Educação Básica relatando trabalho efetivamente realizado em sala de aula.



Para ler com os alunos: a seção visará estimular a leitura e discussão de textos nas aulas de Matemática, prática muito rara na matemática escolar. Também aqui, trata-se de explorar textos articulados com os conteúdos curriculares. Os textos devem, ainda, procurar orientar o professor sobre as formas de conduzir o trabalho pedagógico.



O que vem por aí: seção que informará sobre: encontros, congressos, seminários, Dia da Matemática, cursos, concursos etc. Deverá trazer também notícias relativas a políticas públicas em Educação.



Auxílio para sala de aula: deverão ser noticiados e comentados sites, artigos, materiais que possam auxiliar o professor em sua prática docente.



Com a palavra o professor: seção de cartas, manifestações, demandas e comentários sobre assuntos ligados à sua prática docente.

Para manter a publicação da EMR com a periodicidade planejada e o aprimoramento permanente de sua qualidade como um veículo de difusão da Educação Matemática e sua efetiva contribuição à prática do professor, foi aprovada uma forma de organização que inclui os itens a seguir descritos.

Haverá uma **Comissão Executiva**, com as atribuições de:

- coletar artigos;
- solicitar artigos a colaboradores;
- encaminhar para obtenção de pareceres dos membros do Conselho Consultivo;
- tomar a decisão final sobre a publicação das matérias;
- redigir o Editorial de cada número da EMR;
- propor à DNE de nomes para compor o **Conselho Consultivo**, que deverão ser, posteriormente, homologados pelo Conselho Nacional Deliberativo;
- adotar outras medidas necessárias à publicação da EMR.

A Comissão Executiva escolhida para a nova fase da EMR é composta por quatro membros: Luiz Márcio Imenes; Cristiano Alberto Muniz; Nilza Eigenheer Bertoni; e Lúcia Cristina S. Monteiro. Haverá, também, uma **Editoria**, responsável pelos números a serem publicados. Tal função é exercida por um, ou mais de um, Editor. A Editoria pode ser escolhida pela Comissão Executiva para um número ou para um conjunto de números da revista.

Outra instância da EMR é o seu **Conselho Consultivo**, ao qual compete emitir pareceres sobre as matérias submetidas a publicação na EMR e deverá ser acionado apenas pela Comissão Executiva da EMR e só a ela se dirigir sobre matérias para publicação na EMR. O Conselho Consultivo será composto de 20 educadores matemáticos, cujos nomes devem ser propostos pela Comissão Executiva e submetidos ao Conselho Nacional Deliberativo da SBEM. Igual procedimento deve ser seguido para a renovação dos membros do Conselho Consultivo, que ocorrerá sem fixação de prazos.

Quanto ao perfil dos membros do Conselho Consultivo, e ao número de seus participantes, deve ser levado em conta:

- a representatividade na comunidade de educadores matemáticos;
- a experiência em produção de material para professor do Ensino Básico;
- a tradição de eficiência no trabalho de parecerista;
- a diversidade geográfica;
- um limite flexível para o número de membros.

A Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – RPEM

O periódico eletrônico RPEM foi criado para fortalecer o crescimento da comunidade científica brasileira de Educação Matemática e para inseri-la, de forma mais expressiva, no cenário internacional.

As discussões que antecederam o surgimento da RPEM ressaltaram a necessidade de internacionalização da comunidade brasileira de educadores matemáticos e esse periódico

eletrônico propõe-se a se constituir num fórum brasileiro para o debate internacional nesse campo científico. Para tanto, a RIPEM deve ter a capacidade de atrair pesquisadores nacionais e internacionais no mesmo peso, de modo que possa consolidar-se como periódico, de fato, internacional.

A meta, portanto, é que a RIPEM tenha todas as credenciais para ser considerado um periódico eletrônico da comunidade internacional. Para cumprir tal objetivo, foi aprovado pelas instâncias competentes da SBEM, que o Inglês será a língua prioritária da RIPEM, língua na qual os pesquisadores na comunidade internacional/nacional podem ler os artigos e que favorecerá a visibilidade internacional da produção brasileira em Educação Matemática.

Para operacionalizar a medida acima mencionada, ficou estabelecido que todo manuscrito deverá ser submetido à RIPEM escrito em Inglês. A publicação do artigo aprovado poderá ser feita em duas modalidades, a critério de seu(s) autor(es): Inglês e Português ou Inglês e Espanhol. Desta maneira, permite-se fácil acesso da RIPEM ao pesquisador que domina o Português ou o Espanhol e à comunidade internacional, que terá, sempre, à disposição, uma versão na língua inglesa das matérias publicadas. A operacionalização da RIPEM seguirá moldes análogos aos que foram estabelecidos para a nova EMR.

Uma **Comissão Executiva** terá a atribuição de:

- a) coletar artigos;
- b) solicitar artigos a pesquisadores;
- c) encaminhar artigos para obtenção de pareceres dos membros do Conselho Consultivo;
- d) tomar decisão final sobre a publicação das matérias;
- e) redigir o Editorial de cada número da RIPEM;
- f) propor à DNE nomes para compor o Conselho Consultivo, que deverão ser, posteriormente, homologados pelo CND;
- g) manter o acesso eletrônico permanente à RIPEM;
- h) adotar outras medidas necessárias à publicação da RIPEM.

A Comissão Executiva da RIPEM é proposta pela DNE e submetida à aprovação do CND. Portanto, renovam-se a cada

3 anos, juntamente com a renovação da DNE, do CNF e da Comissão Editorial.

A Comissão Executiva encarregada da condução da RIPEM é formada por:

Jonei Cerqueira Barbosa;
Maria Tereza Soares Carneiro;
Regina Buriasco;
Wagner Valente.

A **Editoria** é a responsável pela revista publicada e tal função é exercida por um, ou mais de um, Editor. A Editoria pode ser escolhida pela Comissão Executiva para um número ou para um conjunto de números da revista.

Um **Conselho consultivo** terá o papel de emitir pareceres sobre as matérias submetidas a publicação na RIPEM. O Conselho Consultivo será composto de 30 pesquisadores nacionais ou estrangeiros, cujos nomes devem ser propostos pela Comissão Executiva e submetidos ao CND. Igual procedimento deve ser seguido para a renovação dos membros do Conselho Consultivo, que ocorrerá sem fixação de prazos.

O Conselho Consultivo deve ser acionado apenas pela Comissão Executiva da RIPEM e só a ela se dirigir em matéria relativa a artigos submetidos a publicação.

Quanto ao perfil dos membros do Conselho Consultivo, e ao número de seus participantes, deve ser levado em conta, na escolha de seus membros:

- a) representatividade na comunidade científica nacional;
- b) representatividade na comunidade científica internacional;
- c) diversidade de correntes de pesquisa;
- d) diversidade geográfica;
- e) tradição de eficiência no trabalho de parecerista;
- f) limite flexível para o número de membros.

No momento presente, existe um *link* na página da SBEM, no qual é possível obter informações adicionais sobre a RIPEM e percorrer os passos para a submissão de artigos para publicação.

DIRETORIA NACIONAL EXECUTIVA



25 A 28
OUTUBRO
2009
TAGUATINGA - DF



acesse
www.sbem.com.br

CONCEPÇÕES DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS, SUAS EXPERIÊNCIAS E AS IMPLICAÇÕES EM SUAS PRÁTICAS NA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Cacilda Tenório Oliveira Machado¹ - Josinalva Estacio Menezes²

RESUMO: Este texto é resultado de uma pesquisa com abordagens qualitativa e quantitativa, realizada com dez professores que ensinam matemática na 5ª série do ensino fundamental, em quatro escolas do município de Caruaru, no ano de 2006. Nosso objetivo foi investigar a existência de relações entre as concepções de professores que ensinam matemática sobre números fracionários e o processo de ensino desse conteúdo na 5ª série do ensino fundamental. Com base na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, analisamos os dados coletados, fazendo um confronto entre duas situações: como o professor aprendeu e como ele ensina o conceito de fração. A coleta de dados ocorreu em dois momentos: inicialmente, entrevistamos os professores através do Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD) e, posteriormente, observamos uma aula introdutória do conceito de fração de cada um dos professores, o que nos possibilitou fazer uma comparação entre o que o professor diz e o que faz. Utilizamos a Metodologia Interativa, pela sua contribuição significativa na coleta e análise dos dados, e a técnica do CHD, a qual facilitou consideravelmente a coleta dos dados, oportunizando uma maior interação entre os entrevistados e a pesquisadora. Os resultados encontrados apontam que tanto homens como mulheres foram capazes de realizar boas transposições didáticas, que os professores na faixa dos 40 aos 45 anos, os com mais tempo geral de ensino, os com mais tempo de ensino na 5ª série e os que atuavam apenas na rede particular de ensino se saíram *melhor* na aula observada. Outro fator importante a ser considerado é que a formação em matemática não influenciou diferentemente concepções e práticas dos professores. Observamos que há professores conscientes de que a transposição didática que estão fazendo em suas salas de aula está desarticulada da realidade dos alunos e sabedores da necessidade de um ensino contextualizado desse conteúdo, entretanto, não conseguem se desvencilhar de antigas práticas. Este estudo sinaliza para pesquisas futuras que possam esclarecer a incoerência entre o dizer e o fazer dos professores. Confirmamos que há uma relação entre as concepções que os professores têm acerca do conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados. O modelo *parte/todo* é o mais trabalhado pelos professores colaboradores desta pesquisa e quase sempre é associado ao procedimento de contagem dupla, o que leva os alunos a pensarem fração não como números, mas como partes de coisas. Concluímos que muitas das dificuldades dos alunos na aprendizagem de frações são conseqüências do modelo da transposição didática feita pelo professor no momento do ensino daquele conceito e que os professores tendem a ensinar fração da forma como lhes foi ensinada quando alunos. **Palavras-chave:** Teoria dos Campos Conceituais, Concepção de Fração, Transposição Didática, Círculo Hermenêutico-Dialético e Formação de Professores.

INTRODUÇÃO

Apesar dos avanços do ensino da matemática, o ensino de frações continua se caracterizando por uma prática voltada para a aprendizagem mecânica do algoritmo, constituindo-se em um desafio aos professores que procuram desenvolver uma real compreensão desse conceito em seus alunos.

Como no cotidiano muitos números fracionários são substituídos pelos números decimais, surgem muitos obstáculos no ensino-aprendizagem desse conteúdo na sala de aula (por exemplo, o aluno dá às frações o mesmo tratamento que dá aos números naturais, achando que $1/4$ é maior que $1/2$). Entretanto, *fração* é um conteúdo de muita importância na vivência cotidiana e acadêmica, e a compreensão dos alunos será favorecida se o seu ensino for contextualizado.

Partimos do pressuposto de que há relação entre as concepções que os professores têm acerca de como se dá o conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados e de que essas concepções se constroem em suas histórias pessoais e profissionais. Assim, investigar essas concepções implica uma busca às suas histórias de vida, aos saberes provenientes da sua própria experiência, aos saberes construídos em suas trajetórias pré-profissionais, além das profissionais, e em outras relações estabelecidas

com colegas de trabalho, com seus alunos e com suas ferramentas de trabalho.

Segundo Henry (1992), o professor, em função de sua classe social, de sua formação e de sua experiência profissional, toma como referência, em sua prática, o conjunto de concepções que ele possui sobre trabalho, disciplina, ato pedagógico e possibilidades dos alunos. E raramente tais concepções são fundamentadas em dados cientificamente comprovados, uma vez que emergem das representações profundamente implantadas no professor.

O referido autor acrescenta ainda que as concepções organizam-se em uma *epistemologia*, conjunto sólido de idéias sobre o saber, sobre sua constituição e sua história. E que os professores que, na sua grande maioria, não exerceram outras profissões durante suas vidas fazem do saber escolar o fundamento dessa epistemologia. Isso explica a dificuldade de introdução no ensino tradicional de elementos voltados para a produção, o que leva à impressão de ser a escola independente do mundo do trabalho. Da mesma maneira, as concepções pedagógicas dos professores dependem também de suas experiências enquanto alunos e a reprodução das práticas vivenciadas é o elemento determinante da sua atividade, apesar de toda a movimentação promovida pelas propostas da *pedago-*

¹ Mestra em Ensino das Ciências pela UFRPE. cacildatomachado@uol.com.br

² Professora do PPGE/UFPE. jomene@ded.ufrpe.br

gia nova, nos anos 70, que se baseavam em modernas teorias de aprendizagem.

Sentimos que há necessidade de se estudarem as relações estabelecidas entre as práticas pedagógicas e as teorias de aprendizagem que as subsidiam. O estudo da fundamentação teórica de sua prática serve para o professor compreender como o aluno aprende e como ser capaz de fazer uma contextualização que leve seu aluno a aprender o conteúdo contextualizado sem perder o seu caráter científico. Nesse momento nos valem das palavras de Pais (2001, p. 26) quando diz: "O desafio didático consiste em fazer essa contextualização sem reduzir o significado das idéias matemáticas que deram origem ao saber ensinado".

Dentro dessa perspectiva, tomamos como nosso objetivo analisar as concepções epistemológicas dos professores de Matemática, buscando possíveis relações entre as mesmas e sua prática docente no ensino de frações. Para a consecução desse objetivo, buscamos relacionar as concepções sobre frações, explicitadas pelos professores que ensinam a Matemática envolvida na pesquisa, com os princípios teóricos de ensino que dão suporte a tais concepções. Além disso, tentamos identificar as ações dos professores desenvolvidas no cotidiano de uma sala de aula, quando do ensino de frações, observando as práticas didático-pedagógicas ali vivenciadas.

Partimos da *Hipótese* de que há uma relação entre as concepções que os professores têm acerca do conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real. Para Vergnaud (1990), o conhecimento está organizado em campos conceituais, dos quais o sujeito se apropria ao longo do tempo através de experiência, maturidade e aprendizagem. Nessa teoria, os conhecimentos prévios exercem papéis fundamentais, ora como percussores de novos conhecimentos, ora como elementos de ruptura na construção do conhecimento. É necessário identificar sobre quais conhecimentos prévios a criança pode se apoiar para aprender, porém é muito importante distinguir quais as rupturas necessárias.

Torna-se necessário, também, propor situações nas quais os alunos não devem se apoiar em conhecimentos prévios, oportunizando a descoberta de estratégias e o enfrentamento de desafios.

Em sua teoria, Vergnaud:

- amplia e redireciona o foco piagetiano das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito - em - ação";
- toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento.

Segundo Moreira (2003), Vergnaud reconhece a importância da teoria de Piaget, destacando as idéias de adaptação, desequilíbrio e reequilíbrio como pedras angulares para a investigação em didática das Ciências e da Matemática e acredita que a grande pedra angular colocada por Piaget foi o conceito de *esquema*, fundamental na Teoria dos Campos

Conceituais. Reconhece também que sua Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida a partir do legado de Vygotsky (1978), porque atribui grande importância à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos. Para ele, o conhecimento pode ser imaginado como organizado em campos conceituais. No processo de apreensão desses campos conceituais, os estudantes vão adquirindo concepções e competências. Em relação ao conhecimento científico, as competências parecem estar mais vinculadas à resolução de problemas e as concepções, às expressões orais ou escritas.

Vergnaud (1990) defende que o problema central da cognição é a *conceitualização*, e sua teoria justamente aponta elementos nesse sentido. Opondo-se à separação entre conhecimento procedimental e conhecimento declarativo, ele considera que o fator essencial da dificuldade dos estudantes com a resolução de problemas em Matemática encontra-se vinculado não ao tipo de operação que um determinado problema requer pôr em prática, e sim às operações do pensamento que os estudantes devem fazer para estabelecer relações pertinentes entre os dados do problema. Ou seja, o comportamento dos estudantes na resolução de problemas é guiado por hipóteses, analogias, metáforas, que dependem da conceitualização.

Nessa teoria, o comportamento cognitivo dos sujeitos em situação de aprendizagem é modelado por Vergnaud como *esquemas*. O esquema é a organização invariante do tratamento de dado tipo de situação. É nos esquemas que devemos procurar os conhecimentos-em-ação do sujeito, quer dizer, os elementos cognitivos que permitem à ação do aprendiz ser operatória (VERGNAUD, 1990). A reprodução das ações reforça os esquemas e o processo de assimilação favorece a sua generalização. O processo da acomodação permite fazer diferenciações e coordenações.

Vergnaud (1990) define conceito como um triplete de três conjuntos $C = (S, I, R)$ em que:

- $S \rightarrow$ é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (é o referente do conceito).
- $I \rightarrow$ é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito (Invariantes operatórios).
- $R \rightarrow$ é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (é o significante).

Vergnaud (2005) adverte que, para se estudarem o desenvolvimento e uso de um conceito durante a aprendizagem ou sua utilização, é necessário considerar ao mesmo tempo os três conjuntos (S, I, R), bem como as inter-relações que este conceito possui com outros conceitos.

Transposição Didática

A transposição didática pode ser entendida como um caso especial da transposição dos saberes, sendo esta entendida no sentido da evolução das idéias, no plano histórico da produção intelectual da humanidade. É Chevallard (1991) quem nos dá a definição de transposição didática:

Um conceito do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre um conjunto de transformações adaptativas que vão tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática. (p. 55)

É Pais (2001) quem nos diz que, se o conjunto das transformações sofridas pelo saber for visto como um processo mais amplo, não especificando um determinado conceito, a transposição didática pode ser analisada a partir de três tipos de saberes: *o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado*. *O saber científico* é um saber mais relacionado às academias, apesar de nem toda produção acadêmica representar um saber científico. *O saber a ensinar* refere-se a um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno. E *o saber ensinado* é aquele que o professor registra na sua caderneta ou no seu plano de aula, que nem sempre coincide com os objetivos previstos por ele. E nada garante que o conteúdo aprendido pelo aluno corresponda exatamente ao conteúdo ensinado pelo professor.

Segundo Pais (2001), na passagem do saber científico ao saber a ser ensinado ocorre a criação de um verdadeiro modelo teórico que ultrapassa os próprios limites do saber matemático. Enquanto o saber científico está diretamente vinculado ao saber acadêmico, apresentado à comunidade científica através de artigos e teses, o trabalho do professor envolve mais uma simulação de descoberta do saber e se limita aos livros didáticos e programas de ensino.

A análise da evolução do saber escolar através da transposição didática possibilita uma fundamentação para uma prática pedagógica reflexiva e uma melhor compreensão do saber científico e de seus valores educativos. Segundo Pais (2001), uma análise dialética da noção de transposição didática mostraria que há também a possibilidade de inverter o fluxo de observações. Isto é, a partir de pesquisas feitas em sala de aula, contribuir para a consolidação de um saber acadêmico especificamente pertinente à área de educação matemática.

Como acreditamos que na transposição didática do conceito de fração, ainda que não intencionalmente, o professor transfere para seus alunos suas concepções epistemológicas sobre o referido conteúdo, falaremos, nos itens a seguir, sobre o conceito de concepção e construção do conceito de fração.

O Conceito de Concepção

Para Artigue (1990), *concepção* é como um ponto de vista local sobre um dado objeto, caracterizado por situações que lhe servem de ponto de partida, sistemas de representações mentais, invariantes, técnicas de tratamento e métodos específicos (implícitos ou explícitos). De fato, as concepções são modelos construídos pelo pesquisador para analisar as situações do ensino e os comportamentos cognitivos dos alunos. Elas permitem interpretações, previsões e construção de novos modelos.

Segundo Almouloud (1995, p. 19), "As práticas dos professores são intimamente ligadas às suas concepções da matemática e do ensino construído por eles no momento de sua formação". Acrescentamos que essas concepções estão provavelmente ligadas a experiências pessoais, ao ambiente

sociocultural presente e passado e a características ainda mais pessoais. A estabilidade das concepções de um indivíduo apresenta algumas vezes resistências à mudança, em razão de equilíbrio pessoal, mas também porque uma parte das concepções corresponde por vezes às convicções arraigadas que o indivíduo tem.

Nas últimas décadas, as pesquisas sobre o ensino das Ciências têm aumentado sensivelmente. Diversos temas têm sido enfocados, uns mais específicos e outros mais gerais. Mesmo com essa variedade de enfoques, Diniz (2002) coloca que:

[...] de forma ampla tais pesquisas apresentam um traço comum, a busca de uma compreensão mais clara e profunda dos variados elementos que caracterizam o ensino das Ciências, pretendendo assim gerar adequações ou modificações nas práticas pedagógicas do professor em sala de aula. (p.27)

A partir da década de 70, dentro dessa perspectiva da pesquisa, tem surgido outra abordagem que se preocupa em investigar as concepções alternativas ou espontâneas dos alunos e dos professores. Como não há apenas uma forma de conceber as idéias matemáticas, é possível falar de abordagens distintas, tanto na prática científica como na educativa. Davis (1985, *apud* PAIS, 2001) chama-nos a atenção para o fato de que toda discussão sobre os fundamentos da Matemática acaba apontando três tendências filosóficas: *o platonismo* (em que os objetos matemáticos são idéias puras e acabadas que existem no mundo material e distante daquele que nos é dado pela realidade imediata); *o formalismo* (em que, a rigor, não se pode falar da existência *a priori* dos objetos matemáticos); e *o construtivismo* (considerado por Davis como uma concepção extremamente inexpressiva em face *do platonismo e do formalismo*).

Do ponto de vista educacional, Pais (2001, p. 31) afirma que "O desafio maior está em cultivar uma prática que, antes de tentar eliminar essas posições contraditórias, busque a sua superação através de uma abordagem puramente dialética."

Observamos, no entanto, que o trabalho do cientista matemático apóia-se nas duas concepções (platonismo e formalismo) que influenciam diretamente a formação dos professores dos ensinos fundamental e médio. Assim como os cientistas matemáticos, os professores apresentam os conteúdos matemáticos em suas salas de aula da forma mais geral possível, deixando de fazer um trabalho pedagógico dialético entre os aspectos particular e geral.

Pais (2001) faz ainda uma relação entre o trabalho do professor de matemática e o do matemático dizendo que, enquanto este, em suas pesquisas, busca níveis de abstração e generalidade, eliminando as condições contextuais de sua pesquisa, o professor de matemática deve realizar uma operação inversa: contextualizar o conteúdo, tentar relacioná-lo a uma situação significativa para o aluno, estimular a pesquisa, a investigação, levar o aluno a raciocinar e resolver problemas.

A Construção do Conceito de Fração

Segundo Vergnaud (1990), há uma tendência de se ensinarem os algoritmos das operações sem relacioná-los a uma classe mais ampla de problemas. Desse modo, não é na

formalização do ensino que as dificuldades de aprendizagens são superadas, mas, sobretudo, na estimulação constante da resolução de problemas, do uso do raciocínio lógico e do uso dos algoritmos das operações que se pode levar o aluno a uma situação propícia para a construção de uma aprendizagem significativa.

Vergnaud designa *invariantes operatórios* os conhecimentos contidos nos esquemas (*teoremas—em-ação* e *conceitos—em-ação*), pois são eles que permitem ao sujeito reconhecer quais são os elementos relativos a determinada situação e perceber a informação sobre a situação a ser abordada. Exemplificando os invariantes operatórios no conceito de fração, Lima (1993), baseado nos estudos de Piaget (1960), destacou:

- Divisão eqüitativa das partes: a unidade precisa ser dividida em partes iguais.
- Esgotamento do *todo*: não pode sobrar resíduo.
- A relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes resultantes da divisão do *todo*: quanto maior o número de partes, menor o tamanho de cada parte.
- O princípio da invariância, a operação inversa: se juntarmos todas as partes formaremos o *todo* inicial.

A nossa experiência aponta que, geralmente, as situações propostas às crianças, visando levá-las à construção do conceito de fração e de número fracionário, são descontextualizadas e não apresentam uma situação real que leve à necessidade da divisão de um inteiro.

Segundo Bertoni (1994), os *Esquemas* que devem fazer parte do repertório das crianças, com compreensão, são:

- Comparar duas frações de mesmo denominador observando o numerador: quanto maior o numerador, maior é a fração.
- Comparar duas frações de mesmo numerador observando o denominador: quanto maior o denominador, menor é a fração.
- Comparar duas frações de numeradores e denominadores diferentes usando o inteiro como um referencial. Se uma delas é maior que o inteiro e a outra é menor, fica clara a ordenação entre as frações. Por exemplo, $5/3$ é maior do que $6/7$.
- Comparar duas frações de numeradores e denominadores diferentes usando a metade como um referencial. Se uma delas é maior que a metade e a outra é menor, fica clara a ordenação entre as frações. Por exemplo, $4/7$ é maior que $8/18$.

Segundo Kieren (1988), o entendimento de frações requer que elas sejam incluídas em um campo maior, denominado de Números Racionais, em que é necessário levar em consideração que no conceito de número racional estejam inclusos diferentes subconstrutos, tais como: comparação, fração decimal, equivalência, operador multiplicativo, razão, divisão e medida. A compreensão dos números racionais requer que, além do entendimento de cada um desses subconstrutos, haja a dinâmica nas relações entre eles. Para entender melhor fração, é necessário rever as concepções de números racionais apresentadas por Kieren (1988) e Behr (1984), que parecem ser as que mais se aproximam da Teoria dos Campos Con-

ceituais, pois especificam a necessidade de fazer as ligações entre os diversos subconstrutos que formam esse conceito: (a) *parte-todo*, (b) *quociente (resultado de uma divisão)*, (c) *razão*, (d) *operador multiplicativo* e (e) *medida de quantidades contínuas e discretas*.

➤ *Fração e a relação parte-todo entre grandezas que são contadas*. Nesse subconstruto está implícito que o todo está dividido em partes iguais e que é indispensável para a compreensão dos demais.

Piaget (1960) afirma que entender os números racionais pressupõe a coordenação das relações parte-parte (extensivas) e parte-todo (intensivas) e considera a relação parte-todo como essencial para a compreensão de frações.

➤ *Fração como resultado de uma divisão* – Esse é um aspecto pouco explorado na escola. Poucos alunos compreendem que as frações (como parte de uma unidade) podem ser vistas como resultados de divisões de certo número de unidades em partes iguais. Ex: $3/5 = 3:5$. O número fracionário $3/5$ expressa o resultado da divisão do número natural 3 pelo número natural 5. Também se pode expressar o resultado dessa divisão na forma decimal: $3:5 = 0,6$. Os resultados $3/5$ e $0,6$ são iguais. São a representação fracionária e a representação decimal de um mesmo número racional.

➤ *Fração como Medida* – A forma de conceber fração como *medida* ajuda o aluno a operar com frações de maneira simples, em situações práticas.

Quando trabalhamos nas séries iniciais com a concepção de fração como *medida*, através de um problema prático, utilizando material concreto, os alunos fazem operações fracionárias (adição e subtração) sem o rigor tradicional de tirar o m.m.c e as compreendem com mais facilidade. Por exemplo: precisamos colocar numa embalagem a metade de uma pizza de muçarela e um terço de outra pizza de palmito. Será que esses pedaços cabem numa única embalagem? Num problema como este, o aluno será levado a refletir sobre a situação apresentada e perceber as relações existentes entre $1/2$ e $1/3$ sem se deixar levar por idéias equivocadas e sem ficar escravos de regras memorizadas sem sentido para eles.

➤ *Fração como razões expressas na forma p/q (em que p e q são inteiros e $q \neq 0$) que indicam uma relação entre duas grandezas*. Ex: $2/5$ das peças produzidas apresentaram problemas. Quando uma fração representa um índice comparativo, ela é denominada *razão*.

➤ *Frações como operadores multiplicativos* que transformam as quantidades pela ação de operações aritméticas e algébricas. Ex: $1/2$ de $1/8$; $1/3$ de $1/9$. É atribuído ao racional o significado de operador que está presente em situações do tipo “que número devo multiplicar por 5 para obter 20”? (BRASIL, 2001 p.103).

Um problema constante que observamos é o baixo rendimento apresentado pelos alunos, nas provas escolares e nas provas de avaliação nacional, tanto na compreensão dos números fracionários quanto nos cálculos com eles. Isso nos serve de alerta para repensarmos a nossa prática de sala de aula no ensino dos números fracionários

METODOLOGIA

Nossa pesquisa é de caráter qualitativo, entretanto, objetivando dar maior precisão aos dados coletados, valemo-nos também de dados quantitativos, uma vez que consideramos que as duas abordagens (quantitativa e qualitativa) não são excludentes; pelo contrário, complementam-se, visto que existem fatos que são do domínio qualitativo e outros, do domínio quantitativo.

Utilizamos a Metodologia Interativa, conceituada por Oliveira (2005) como:

Um processo hermenêutico-dialético que facilita entender e interpretar a fala e o depoimento dos atores sociais em seu contexto e analisar conceitos em textos, livros e documentos, em direção a uma visão sistêmica da temática em estudo. (p.128).

Com base nessa metodologia, analisamos as concepções de professores, que ensinam matemática de 5ª série do ensino fundamental, sobre o conceito de frações visando identificar as possíveis relações entre suas escolhas didáticas e suas concepções e experiências de formação.

Escolhemos a 5ª série porque, nos programas de Matemática, o estudo de fração acontece na 3ª, 4ª e 5ª séries. O aluno deveria chegar à 5ª série dominando o conceito de número racional que já fora construído desde a 3ª série para, aí, trabalhar as operações com números fracionários. Na nossa realidade, porém, nos deparamos com estudantes que chegam à 5ª série sem a noção do conceito de números fracionários e vão acumulando dificuldades sobre esse conteúdo ao longo dos ensinos fundamental e médio.

Metodologia Interativa

A Metodologia Interativa, segundo Oliveira (2005), tem por base o método da quarta geração de Guba e Lincoln (1989), o método de análise de conteúdo de Bardin (1997) e o método hermenêutico-dialético de Minayo (2004), estando alicerçada no paradigma da visão sistêmica no qual a compreensão do processo de conhecimento deve ser dinâmica e sistêmica. Os aspectos que justificaram escolhermos a metodologia interativa deram-se justamente pela contribuição significativa na coleta e análise dos dados, através da interação entre esses métodos.

Universo e Amostra

Realizamos nossa pesquisa em quatro escolas, sendo duas da rede particular e duas da rede pública municipal. Esse número foi necessário porque desejávamos uma amostra de 10 professores, e a quantidade de professores de matemática na 5ª série é muito reduzida (freqüentemente um único professor ensina em todas as 5ª séries de uma escola). A escolha das escolas foi devido ao conhecimento que mantemos com os professores, o que facilitou o nosso acesso.

A coleta de material para análises/discussões foi realizada em dez salas de aula de 5ª série do Ensino Fundamental, do município de Caruaru-PE, no ano de 2006.

Colaboraram com o nosso trabalho, enquanto sujeitos da pesquisa, seis professores (que foram identificados como P1, P2, P4, P7, P8 e P10) e quatro professoras (identificadas por: P3, P5, P6 e P9) que ensinam matemática de 5ª série do ensino fundamental, identificados de modo geral por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10. Esses professores nos explicitaram suas concepções sobre frações, através das entrevistas que nos concederam, das observações que fizemos em uma aula de cada um, na qual introduziram o conceito de fração para suas turmas, e nas reuniões de consenso que realizamos do Círculo Hermenêutico, para que assim pudéssemos responder às questões exploradas pela presente pesquisa. As idades, os níveis de formação, o tempo de trabalho e a rede de atuação de cada professor encontram-se discriminados nos quadros seguintes:

Quadro 1
Primeiro Grupo de Professores

Professores	Idade	Sexo	Formação	Rede de atuação	Tempo de serviço	Tempo de serviço na 5ª série
P1	33 anos	M	LP-Matemática	Municipal	5 anos	5anos
P2	34 anos	M	LP – Matemática Pós – Matemática	Municipal e Particular	14 anos	4 anos
P3	29 anos	F	LP-Biologia	Municipal e Estadual	8 anos	2 anos
P4	28 anos	M	LP-Matemática Pós – Supervisão e Gestão	Municipal e particular	10 anos	10 anos
P5	45 anos	F	LP - Ciências Sociais Pós - Supervisão	Particular	26 anos	6 anos

Dividimos os 10 professores em dois grupos de cinco, como nos mostram os quadros 1 e 2. Para facilitar o nosso trabalho, essa divisão foi feita de acordo com a proximidade das escolas em que lecionam, como já mencionamos anteriormente.

Quadro 2
Segundo Grupo de Professores

PROFESSORES	IDADE	SEXO	FORMAÇÃO	Rede de atuação	Tempo de serviço	Tempo de serviço na 5ª série
P6	38 anos	F	LP-Matemática	Municipal	15anos	3 anos
P7	52 anos	M	Bel. Ciências Econômicas	Municipal	15 anos	10 anos
P8	44 anos	M	LP – C. Sociais Pós-Matemática	Particular	24 anos	4 anos
P9	26 anos	F	LP-Matemática	Municipal	8 anos	8 anos
P10	59 anos	M	LP-Letras	Particular	35 anos	30 anos

Instrumentos de Pesquisa

A coleta dos dados de nossa pesquisa ocorreu em duas etapas: na primeira, organizamos uma entrevista semi-estruturada com os dez professores participantes e fizemos o Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD) em dois grupos de cinco; na segunda, fomos para as salas de aula realizar uma observação participante (explicitada mais adiante), na qual observamos como se dava o ensino do conceito de números fracionários. Esse processo nos ajudou a fazer uma comparação entre o que o professor diz e o que ele faz na sua prática de sala de aula.

Como recursos auxiliares, utilizamos ainda um diário de campo, no qual registramos nossas dúvidas, percepções e questionamentos, como também filmadora, gravador e máquina fotográfica, para registrar, o mais fielmente possível, as entrevistas e observações.

Para a coleta dos dados, usamos a técnica do Círculo Hermenêutico - Dialético (CHD) e, para a análise dos dados, o método de análise da hermenêutica-dialética.

Entrevista Semi-estruturada

Entendemos a entrevista semi-estruturada como aquela que parte de certos questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses que interessam à pesquisa, e que, em seguida, oferece amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo à medida que se recebem as respostas do informante. Trivinos (1987, p.146) afirma que privilegia a entrevista semi-estruturada porque: “[...] esta, ao mesmo tempo que valoriza a presença do investigador, oferece todas as perspectivas possíveis para que o informante alcance a liberdade e a espontaneidade necessárias, enriquecendo a investigação”.

Nas entrevistas que foram realizadas utilizando o CHD, as perguntas foram relacionadas às categorias gerais (figura 4). Pedimos que os professores descrevessem como foi a sua aprendizagem pessoal de fração, indagamos sobre a sua for-

mação, como costumam fazer a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série, se têm ou não dificuldades em fazer essa introdução, como diagnosticam se os alunos aprenderam ou não o conceito estudado. Todas as entrevistas foram gravadas em fita cassete e, em seguida, foram feitas as transcrições.

Observação Participante

Para melhor conhecimento do contexto real dos professores na sala de aula, optamos pela observação participante como técnica de campo. Esta ocorreu através do contato direto entre a pesquisadora e o fenômeno a ser pesquisado, com vistas a coletar informações sobre a realidade dos atores sociais no seu próprio contexto.

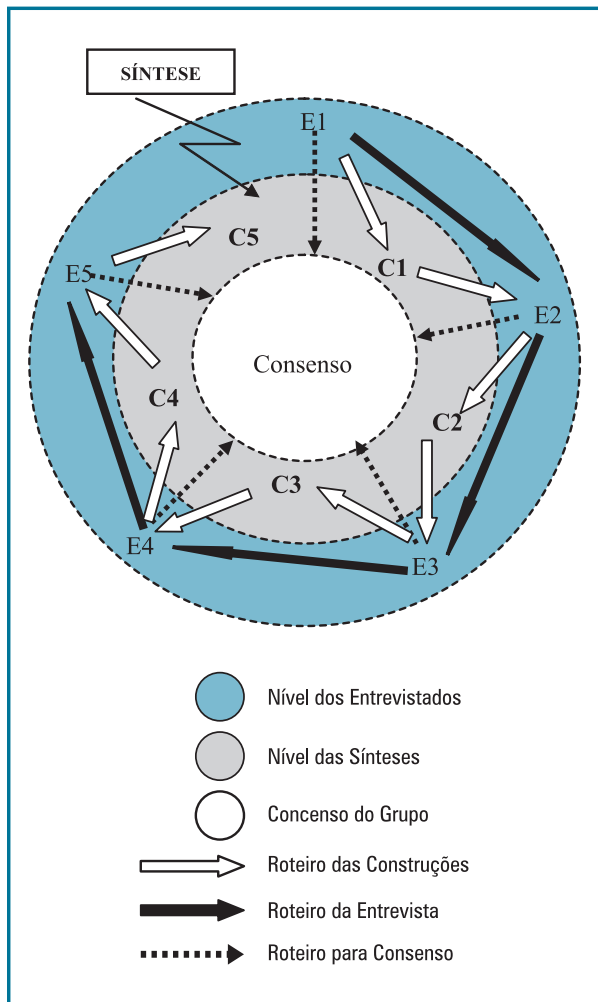
Observamos uma aula de cinquenta minutos de cada um dos dez professores colaboradores. Solicitamos a eles que nos comunicassem quando iriam fazer a introdução do conceito de frações em suas turmas de 5ª série e agendamos a nossa visita às respectivas salas. Nessas aulas, acomodávamo-nos num canto da sala, buscando não atrapalhar a condução da aula pelo professor, nem inibir a participação dos alunos.

Na ficha de observação de aula, colocamos os pontos que primordialmente desejávamos observar, porém incluímos diversas anotações de outros dados que consideramos importantes e que surgiram no decorrer da aula. Filmamos todas as dez aulas a que assistimos e, em seguida, fizemos os seus respectivos relatórios.

Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD)

O CHD é uma técnica apresentada pela metodologia pluralista construtivista de Guba e Lincoln (1989, *apud* OLIVEIRA 2005, p. 136) como um procedimento bastante dinâmico, em constante interação entre as pessoas através do vai-e-vem no processo de realização das entrevistas, conforme podemos observar na Figura 3.

Figura 3
Círculo Hermenêutico-Dialético - CHD



Fonte: OLIVEIRA, 2005, p.137.

Utilizamos este processo metodológico, uma vez que consideramos que ele facilita tanto o processo de coleta dos dados como o de interpretação dos mesmos. Para evitar que o CHD ficasse extenso e não se perdesse a essência dos depoimentos dos entrevistados, trabalhamos com dois grupos de cinco professores cada um. A escolha dos componentes desses grupos foi baseada apenas na aproximação deles por escola, visando facilitar a realização das entrevistas e das reuniões. Tomamos como exemplo o Círculo, representado na figura 3. O primeiro círculo pontilhado representa o grupo dos entrevistados, indicados pela letra E; o segundo, a dinâmica do vai-e-vem das construções e reconstruções do conhecimento indicada pela letra C.

Após a entrevista com a primeira pessoa (representada por E1), fizemos uma síntese (representada por C1). Em seguida fizemos a entrevista com a segunda pessoa (representada por E2) e, após as suas respostas, mostramo-lhe a síntese da primeira pessoa entrevistada (C1) para que fizesse seus comentários e desse a sua contribuição, resultando numa segunda síntese (C2). Depois que fizemos a entrevista com a terceira pessoa (E3), mostramo-lhe a síntese (C2), que, após suas contribuições, resultou na terceira síntese (C3); em seguida entrevistamos a quarta pessoa (E4) e, após o mesmo

processo, obtivemos a quarta síntese (C4); finalmente, após a quinta entrevista (E5), entregamo-la a (C4) e concluímos o processo com a quinta síntese (C5), uma construção final contendo todas as entrevistas de uma forma dialética.

O terceiro círculo, no qual aparece a palavra *consenso*, representa o encontro que realizamos com todos os entrevistados do primeiro grupo.

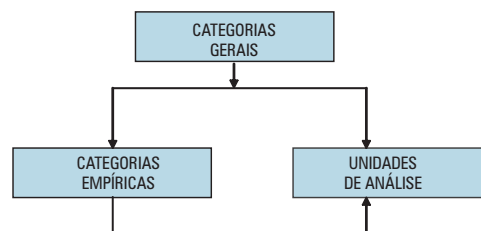
O trabalho de coleta de dados com o segundo grupo de professores foi realizado de maneira análoga ao primeiro, e identificamos os professores como P6, P7, P8, P9, P10 para distingui-los dos componentes do primeiro grupo.

Após a realização da reunião para construção e reconstrução da realidade "*consenso*" do segundo grupo de entrevistados, reunimos os dois grupos em uma das escolas participantes da pesquisa. Nesta reunião, que durou duas horas, efetivamos o grande consenso dos dois grupos. Nesse momento, apresentamos os resultados dos dois consensos anteriores para que todos fizessem suas observações e comentários. Foi um momento muito rico de troca de saberes e experiências, dando-se aí o fechamento da pré-análise dos dados coletados (visão parcial da realidade estudada em movimento).

Categorização e Análise

Segundo Oliveira (2005), a categorização é uma etapa da pesquisa que necessita de muita atenção na codificação dos dados e de uma revisão rigorosa quanto à classificação dos três grupos de categorias. Fundamentados na autora, os dados coletados nesta pesquisa foram categorizados em três grupos: categorias gerais, categorias empíricas e unidades de análise, representados na Figura 4.

Figura 4
Categorias de análise.



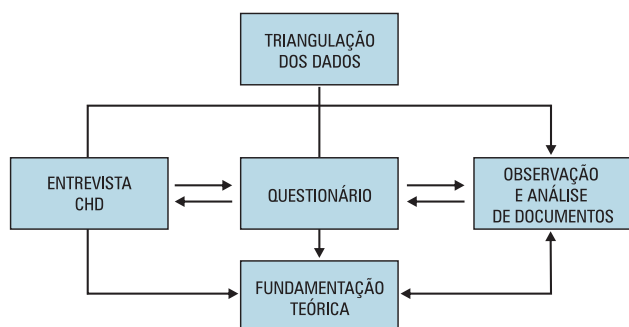
Fonte: OLIVEIRA, 2005

Segundo Oliveira (2005), as categorias gerais fundamentam-se na teoria. As nossas categorias gerais são a teoria dos Campos Conceituais e a Transposição Didática. As categorias empíricas são as representantes da realidade empírica, em nosso caso, a concepção de fração, como o professor aprendeu fração e como ele declara que ensina esse conteúdo a seus alunos, e as unidades de análise são os detalhes dos dados empíricos (posicionamentos dos sujeitos).

Análise Iterativa Hermenêutica-Dialética

Após a utilização dos instrumentos de pesquisa (questionários e observações), reunimos todas as informações obtidas, fizemos um cruzamento dos dados objetivando construir um conhecimento significativo à luz da fundamentação teórica, de acordo com a Figura 5.

Figura 5
Análise Interativa - Processo Hermenêutico -Dialético.



Fonte: OLIVEIRA, 2005

Os resultados dos dados coletados nos questionários e na aplicação do CHD, em triangulação com as entrevistas realizadas e as observações feitas nas salas de aula, conduziram-nos à análise final dos resultados. Com esse cruzamento, elaboramos o Quadro 3, que denominamos de matriz geral das categorias, em que destacamos duas categorias teóricas: Teoria dos Campos Conceituais e Transposição Didática.

Como categorias empíricas, escolhemos a concepção de fração como o professor aprendeu o conteúdo de fração e como ele declara que ensina esse conteúdo a seus alunos de 5ª série do ensino fundamental. Em seguida destacamos as unidades de análise para cada uma dessas categorias, conforme o Quadro 3 que segue:

Quadro 3
Matriz Geral das Categorias

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA
<p>1. Concepção de fração</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relação parte/todo • Resultado de uma divisão • Certo número de partes de um todo • Razão 	<p>1. Como o professor aprendeu fração</p> <ul style="list-style-type: none"> • Basicamente de forma teórica • Estudando para ensinar. • Através de desenhos feitos no quadro de giz. • De forma tradicional • Só fazendo as operações, sem problemas. • No magistério, utilizando instrumentos e técnicas.
	<p>2. Como o professor declara que ensina fração</p> <ul style="list-style-type: none"> • Com material concreto • Através de desenhos • Através de exposição didática • Atividades práticas • Resolvendo problemas.

No Quadro 3, os números representam as categorias empíricas ou subcategorias e os marcadores, as unidades de análise. Essas unidades de análise são os dados coletados através das entrevistas e das observações realizadas com os dois grupos de professores.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após as etapas iniciais da Metodologia Interativa, passaremos, a seguir, para a sua etapa final, a análise dos dados à luz da fundamentação teórica.

Análise dos Questionários

Podemos dividir os questionários utilizados nas entrevistas em duas partes. Na primeira parte, todas as perguntas se relacionavam aos dados pessoais dos entrevistados; e a segunda era direcionada a saber dos professores sua concepção de fração, como eles aprenderam e como declaram que ensinam esse conteúdo.

Perfil dos Professores

Com base nas respostas dadas à primeira pergunta, delimitamos o perfil dos professores investigados:

- Seis dos sujeitos desta pesquisa (P1, P2, P4, P7, P8, P10) são do sexo masculino e quatro (P3, P5, P6, P9), do sexo feminino.

Analisando o perfil dos entrevistados e as observações das aulas por eles ministradas, podemos inferir que o fato de ser homem ou mulher não definiu a questão de fazer ou não uma melhor transposição didática do conteúdo em estudo. Houve aulas bem planejadas, nas quais a transposição didática foi garantida por professores e por professoras, como também houve aulas em que a transposição didática foi comprometida por professores de ambos os sexos.

- No que se refere à idade, três dos professores (P3, P4 e P9) estão na faixa de 25 a 30 anos, dois na faixa de 30 a 35 anos (P1 e P2) e cinco (P5, P6, P7, P8 e P10) têm acima de 35 anos.

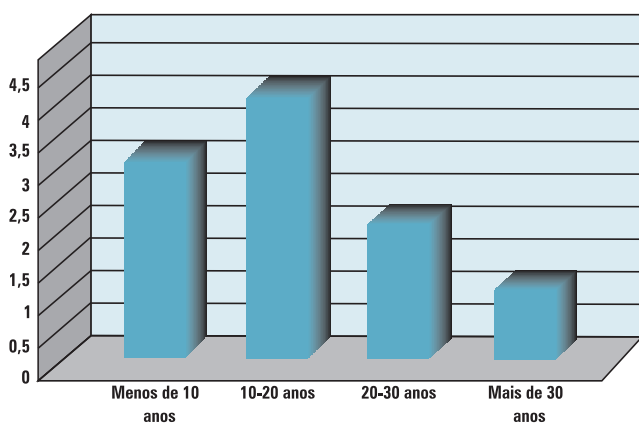
Quanto a esse aspecto, constatamos que os professores nas faixas etárias de 25 a 40 e acima de 45 anos tiveram maior dificuldade de fazer a transposição didática do conteúdo, enquanto os professores na faixa de 40 a 45 anos demonstraram mais facilidade no momento da transposição.

O resultado desses dados leva-nos a pensar que isso aconteceu no universo pesquisado pelo fato de os mais novos ainda não terem acumulado experiências suficientes para lidar com determinados conteúdos em diversas situações e de os mais maduros (acima de 45 anos) estarem se acomodando e não procurarem se atualizar.

Podemos dizer que, no nosso universo, os professores na faixa de 40 a 45 anos já possuem um relativo amadurecimento, mais experiências de sala de aula e, ao mesmo tempo, procuram se atualizar, estudar mais e assim conseguem fazer uma melhor transposição didática dos números fracionários.

- Com relação ao tempo de serviço, observamos no Gráfico 1 que três dos professores têm menos de 10 anos de serviço (P1, P3, P9); quatro têm entre 10 e 20 anos (P2, P4, P6, P7); dois têm entre 20 e 30 anos (P5 e P8); e apenas um professor tem mais de 30 anos de trabalho em sala de aula (P10).

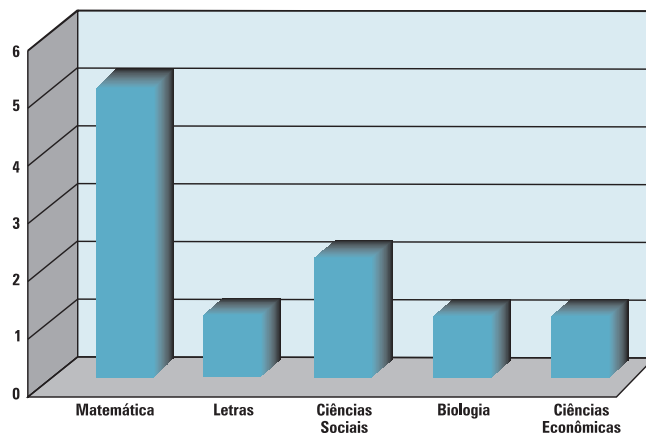
Gráfico 1
Tempo de Serviço dos Professores



O tempo de profissão foi o fator que influenciou, de maneira mais acentuada, a transposição didática do conteúdo de fração. De modo geral, os mais experientes (aqueles que têm de 10 anos acima de trabalho) fizeram uma melhor transposição, embora alguns dos mais antigos de profissão tenham deixado alguns vazios nessa etapa de ensino.

- No que se refere à formação acadêmica dos entrevistados, observamos no Gráfico 2 o quanto é diversificada. Apenas cinco dos professores têm licenciatura em Matemática (P1, P2, P4, P6, P9), um é formado em Biologia (P3), dois têm licenciatura em Ciências Sociais (P5 e P8), um é bacharel em Ciências Econômicas (P6) e um tem o curso de Letras (P10).

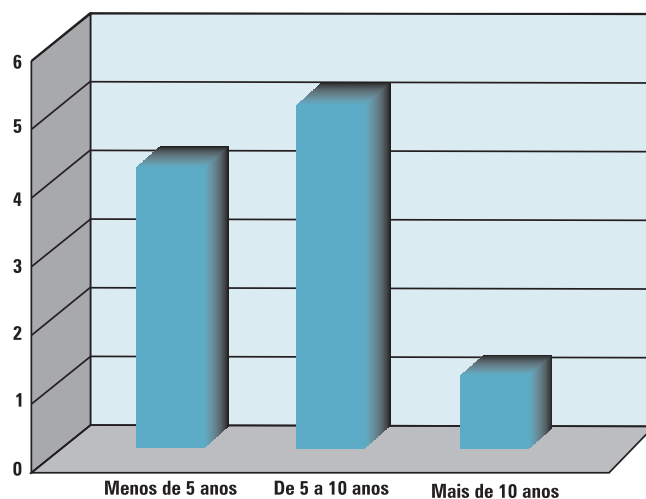
Gráfico 2
Formação Acadêmica dos Professores



Inusitado foi o fato de P10 ser formado em Letras e ensinar matemática há 35 anos. Constatamos ainda que a formação acadêmica não foi um fator marcante para que houvesse uma boa transposição didática. Ocorreu que professores que não tinham formação em matemática fizeram uma melhor transposição didática do conceito de fração do que outros possuidores dessa formação.

- O Gráfico 3 nos informa que cinco dos entrevistados (P1, P4, P5, P7 e P9) trabalham com a 5ª série do ensino fundamental de 5 a 10 anos; quatro (P2, P3, P6, P8), há menos de 5 anos; e um (P10), há mais de dez anos.

Gráfico 3
Tempo de Serviço na 5ª série do Ensino Fundamental

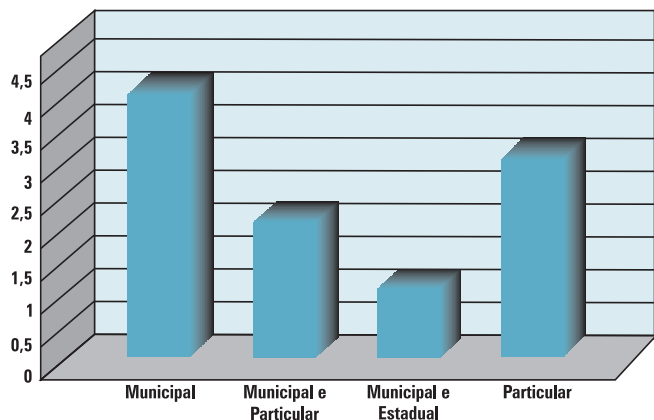


Os dados sobre o tempo de serviço do professor atuando na 5ª série do ensino fundamental sinalizaram que os professores que têm mais tempo de trabalho nas 5ª séries, têm mais facilidade de lidar com esses alunos, falam na linguagem deles e são mais bem compreendidos por eles.

- Quanto à rede de atuação dos docentes que integraram a nossa pesquisa, constatamos no gráfico 4 que quatro dos

professores atuam apenas nas escolas municipais (P1, P6, P7, P9); dois, nas redes municipal e particular (P2 e P4); um, só em escolas públicas municipal e estadual (P3); e três só trabalham na rede particular de nossa cidade (P5, P8, P10).

Gráfico 4
Rede de Atuação dos Professores



Observamos, finalmente, que foi nas aulas dadas nas escolas particulares que o fenômeno da transposição didática fluiu mais facilmente. Atribuímos uma parte desse sucesso ao fato de a maioria dos alunos daquelas escolas terem o domínio dos conhecimentos prévios necessários para a construção do conceito em estudo. Um outro fator que detectamos é que em cada uma das escolas particulares participantes da pesquisa existe um departamento de matemática, em que há uma equipe responsável pela formação continuada dos docentes, oferecendo-lhes capacitação em serviço sistematicamente.

Análises das Entrevistas e Observações

A análise dos dados seguindo os pressupostos da metodologia interativa desenvolvida por Oliveira (1999) se processou de uma forma bastante didática: as categorias teóricas deram suporte ao processo de análise, reportando-nos à Fundamentação Teórica; as categorias empíricas emanaram da aplicação dos instrumentos da pesquisa (a situação em questão) e as unidades de análise surgiram dos professores, a partir dos dados coletados nas entrevistas (técnica do CHD) e nas observações das aulas dos dois grupos de professores.

Nas observações das aulas, adotamos os seguintes *critérios* para afirmar que os professores pesquisados fizeram uma boa transposição didática: a) a introdução do conceito de fração; b) as concepções de fração trabalhadas; c) a utilização de material concreto; d) a participação dos alunos; e) a revisão dos conceitos prévios solicitados; f) a contextualização; g) a avaliação processual.

Dentre os professores pesquisados, os que mais corresponderam a esses critérios foram P5, P8 e P10; assim, podemos afirmar que eles fizeram as melhores transposições didáticas da introdução do conteúdo de fração. A primeira questão da entrevista versou sobre os dados pessoais do professor já

analisados no item 3.1.1. Iniciaremos a análise dos dados a partir da segunda pergunta da nossa entrevista.

2ª questão: *Considerando concepção como a faculdade de perceber o conhecimento, qual a sua concepção de fração?*

- Relação parte/ todo*
- Resultado de uma divisão*
- Medidas*
- Razão*
- Operador*

Chamamos a atenção para o fato de que, após a pergunta, se seguiam cinco alternativas de concepções de *fração* para que o professor escolhesse aquela(s) que ele identificasse como a(s) sua(s).

Quando mostrávamos as alternativas para que o professor dissesse qual era a sua concepção de fração, muitos deles diziam apenas uma das cinco concepções apresentadas. Era como se procurassem encontrar a resposta certa em um teste de múltipla escolha, embora tivesse ficado claro para o professor que ele poderia escolher mais de uma alternativa. Quando mostrávamos as sínteses das respostas anteriores, diziam se concordavam ou não com a concepção apresentada pelo colega que o antecedeu, mas mantinham a sua posição.

Apenas três professores disseram ter mais de uma concepção de fração: a) *relação parte/todo e certo número de partes de um todo dividido em partes iguais* (P4); esta concepção não estava relacionada (com esta redação) entre as apresentadas a eles no momento da entrevista, tendo sido acrescida pelos professores; b) *relação parte/todo, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão* (P8); e c) *resultado de uma divisão, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão*. (P10).

No dia da reunião do “*consenso*” do segundo grupo de professores, observamos no debate entre eles que a professora P9, quando dizia: “*é uma forma de dividir coisas que na teoria não se pode fazer*”, se referia à divisão de algo concreto para introduzir o conceito de fração.

Acreditamos que, nos momentos em que recebiam as sínteses das entrevistas anteriores para que dessem a sua contribuição, os professores eram levados a refletir sobre a sua concepção de fração e sobre como faziam a transposição didática desse conteúdo na sua prática de sala de aula. Muitos chegavam a comentar como trabalhavam e como achavam que os alunos aprendiam. Um deles disse:

Eu sempre procuro trabalhar com materiais concretos para chegar à concepção, lá da questão inicial; procuro levá-los (os alunos) a entender; só posso garantir que aprenderam quando eles são capazes de compreender no dia-a-dia, com o pai e a mãe. (P8).

Concluimos que esse professor acredita que o sujeito só aprende quando é capaz de aplicar o que aprendeu e demonstra uma preocupação em fazer com que o aluno aprenda. As suas atividades de sala de aula eram bem elaboradas, levando

os alunos a mobilizar os esquemas necessários à construção de novos conceitos.

Analisando o Quadro 4, podemos observar que, dentre as concepções de fração expressadas pelos professores pesquisados, não apareceu a fração como *operador* e surgiu a concepção de fração como *certo número de partes de um todo dividido em partes iguais*, explicitada pelos professores.

Quadro 4
Concepção de Fração dos Professores

1. CONCEPÇÃO DE FRAÇÃO	• Relação parte/todo (P2, P4, P5 e P8).
	• Resultado de uma divisão (P1, P3, P6, P7, P8, P9 e P10).
	• Certo número de partes de um todo dividido em partes iguais (P4 e P10)
	• Medida (P2, P8 e P10)
	• Razão (P8 e P10)

Durante as observações das aulas dos professores sobre a introdução do conceito de fração, constatamos que três deles (P2, P8 e P10) demonstraram mobilizar a concepção de fração como *medida* durante o seu trabalho de sala de aula, mas não disseram ter essa concepção quando foram perguntados na entrevista. Esses professores usaram como material didático garrafas de água mineral e copinhos descartáveis, vidrarias graduadas de laboratório, com água colorida com anilina, fazendo medições e comparando a água contida nos recipientes, um cubo de zinco cheio de água para mostrar a equivalência com o litro, bem como também fita métrica, dividindo-a em centímetros e trabalhando as frações correspondentes. Dois professores trabalharam também com moedas (P8 e P10). Cada aluno levou R\$ 1,00 em moedas de R\$ 0,05 e, obedecendo ao comando dos professores, retiravam $1/2$, $1/3$, $1/5$, etc.

Constatamos ainda que, nas suas aulas, muitos professores expressaram a concepção de fração como *certo número de partes de um todo* (numerador) *dividido em partes iguais* (denominador). Na introdução do conteúdo, eram apresentadas figuras geométricas divididas igualmente, com algumas partes pintadas, para os alunos identificarem o denominador (em quantas partes foi dividido o inteiro) e o numerador (quantas partes foram tomadas). Mesmo quando eram usados materiais concretos (frutas, chocolates, folhas de papel ofício), as perguntas eram as mesmas: “Em quantas partes foi dividido o inteiro?” “Quantas partes foram tomadas desse inteiro?” Como se fossem dois números distintos e um não tivesse nada a ver com o outro.

O que nos chamou a atenção também foi uma grande preocupação com a “formalização” de frações: próprias (quando o numerador é menor que o denominador); impróprias (quando o numerador é maior que o denominador); e aparentes (quando

o numerador e o denominador são iguais). Alguns professores não criavam sequer um pequeno problema para introduzir uma operação de somar ou subtrair frações, resultando na resolução de operações com frações isoladamente, sem a mínima contextualização.

As atividades descritas não motivam o aluno para a organização de esquemas que permitam mobilizar seus conhecimentos-em-ação, nem solicitam das crianças a mobilização de conceitos prévios que facilitem a construção de um novo conceito. Como vimos anteriormente na teoria dos Campos Conceituais, o comportamento cognitivo dos sujeitos em situação de aprendizagem é modelado por Vergnaud (1990) como *esquemas*, pois, segundo ele, é nos esquemas que devemos procurar os elementos cognitivos³ que permitam a ação operatória do aprendiz.

É importante o professor propor à sua turma situações que levem o aluno a criar estratégias de resolução que mobilizem os seus esquemas operatórios, e tentar descobrir os *teoremas-em-ação implícitos nessas estratégias que lhe permitam observar a formação do conceito pelos alunos*. Para isso, é necessária a proposição de atividades em que os alunos explorem o conceito de fração aplicado a *todos discretos e contínuos*, procurando ressaltar as semelhanças e diferenças existentes entre essas aplicações. No decorrer dessas atividades, as frações próprias, impróprias e aparentes aparecerão naturalmente, sem o uso da terminologia e sem memorização de definições.

O professor deve oportunizar atividades com materiais concretos diferenciados, até que os alunos compreendam o significado da notação do número fracionário, expressando a síntese de duas operações sucessivas sobre um todo. É importante que o aluno associe o símbolo usual das frações às duas ações exercidas sobre o todo, pois essa notação dá margem à ocorrência de vários tipos de conclusões ilusórias no trabalho com números fracionários.

Segundo Miguel e Miorim (1986), essas ilusões aparecem toda vez que se perde de vista o processo construtivo que a notação sugere e passa-se a trabalhar unicamente com a simbologia que a ele se refere. Uma dessas ilusões diz respeito à forma como o aluno aprende o número fracionário, não como um único número, resultante de duas operações sucessivas e ordenadas sobre um objeto, mas sim como dois números distintos e sem nenhuma ligação entre si. Esse tipo de ilusão é responsável pelo fato de muitas crianças não conseguirem entender o fenômeno da equivalência de frações.

Passaremos para a 3ª questão: *Descreva como foi a sua aprendizagem pessoal do conteúdo de frações*.

Observemos o Quadro 5 que retrata as categorias empíricas: como o professor (colaborador desta pesquisa) aprendeu o conteúdo de fração e como ele diz que ensina esse conteúdo a uma turma de 5ª série do ensino fundamental.

³ Esses elementos cognitivos são os invariantes operatórios, que podem ser implícitos, quando ligados aos esquemas de ação do aluno, ou explícitos, quando ligados a uma concepção e expressos por representações simbólicas (o significante).

Quadro 5
Como o Professor Aprendeu e Declara
que Ensina o Conteúdo de Fração

<p>1. Como o professor aprendeu o conteúdo de fração</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Basicamente de forma teórica • Estudando para ensinar. • Através de desenhos feitos no quadro de giz. • De forma tradicional • Só fazendo as operações, sem problemas. • No magistério, utilizando instrumentos e técnicas.
<p>2. Como o professor declara que ensina o conteúdo de fração na 5ª série do ensino fundamental</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Com material concreto • Através de desenhos • Através de exposição didática • Em atividades práticas • Resolvendo problemas.

Vejamos o que disse cada professor para responder à terceira questão:

Basicamente teórica, com pouca exemplificação; o professor não tinha muitos recursos pedagógicos. (P1).

Eu aprendi que fração era sempre um número sobre o outro. (P2).

Eu tive muitas dificuldades; só aprendi fração quando já estava estudando para ensinar a meus alunos. (P3).

Eu só tenho lembrança de ter estudado fração na 5ª série; de 1ª à 4ª não. Na 5ª série, a professora colocava no quadro os modelos matemáticos e a gente repetia. Não me lembro de ter estudado problemas, eram só operações mesmo, sem nenhuma contextualização. (P4).

Estudei que era um inteiro dividido em partes iguais. (P5). A professora desenhava no quadro uma figura, dividia-a em partes e ia ensinando... Numerador, denominador... (não completou o pensamento). (P6).

Como já faz muito tempo... A professora do primário ensinava a relação parte/todo, mas também já informava que era uma divisão. (P7).

Foi como as partes relacionadas com o inteiro. Quando a gente passa a trabalhar, garante uma compreensão melhor sobre fração. A gente passa a aprender mais quando está ensinando. (P8).

O que eu aprendi sobre fração foi no magistério, aquela fração para o primário, utilizando vários instrumentos e algumas técnicas que facilitam a aquisição do

conceito. Como aluna, no primário, aprendi de forma tradicional. (P9).

Na época, eu tenho a impressão de que era o resultado de uma divisão de um número por outro. Não me lembro como era, faz muitos anos. (P10).

Em suas falas, os professores dizem que aprenderam fração de forma teórica e descontextualizada, através da repetição de modelos que lhes eram ensinados pelos professores. As concepções de fração lhes foram passadas como *parte/todo* e *resultado de uma divisão*. Vieram a aprender melhor quando estudavam para dar as suas aulas como professores.

Passemos agora à quarta questão, que se relaciona à forma como ele ensina fração: *Como você faz a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série?*

Seguem-se as respostas dadas pelos professores:

Eu pretendo sempre fazer o oposto de quando eu era aluno, trazendo alguma atividade prática para que eles possam perceber e compreender a existência da fração na vida deles. (P1).

Eu procuro demonstrar que a fração é uma parte de um inteiro (P2).

Sempre dou uma idéia clara para que o aluno não tenha a dificuldade que eu tive; então a minha realidade já serve para o aluno (P3).

*Quando eu não estou com material concreto para explicar a divisão do **todo** em partes, eu faço um desenho no quadro e, a partir daí, explico, já dando o conceito de numerador e denominador (P4).*

*Eu levo material concreto: uma laranja, uma maçã, uma pizza... E mostro que é um **inteiro (o todo)**, depois divido-o em partes iguais: cada parte daquele inteiro é uma fração (P5).*

Eu levo uma coisa concreta para eles dividirem e juntarem o todo (P6).

Trabalho com o conceito que vem do primário, e vou melhorando a visão deles, vou apertando mais. É meio complicado, porque eles já carregam problemas lá do primário (P7).

Eu sempre procuro trabalhar com material concreto, uso sempre vidrarias do laboratório (P8).

Através da representação de desenhos e, às vezes, dependendo da turma, com divisão de frutas (P9).

Através de uma exposição didática e de materiais concretos mostrando o que é numerador e denominador para eles entenderem o conceito de fração, usando material concreto (P10).

Quase todos disseram na entrevista que iniciavam o conteúdo usando material concreto para facilitar a compreensão dos alunos. Nas nossas observações, porém, encontramos professores que: (a) davam poucas instruções aos discentes; (b) copiavam os passos encontrados nos livros didáticos adotados, os quais sempre começavam por uma definição que conferia às frações um entendimento limitado de partes de alguma coisa

(modelo parte-todo); e (c) apresentavam um exemplo quase sempre com uma figura que era dividida em certa quantidade de partes e algumas dessas partes eram pintadas.

Daí decorria a representação fracionária p/q , que era encontrada pelo procedimento de dupla contagem, em que q era o denominador e indicava o número de partes em que o todo foi dividido e p , o numerador, que representava o número de partes do todo que foram tomadas. Após essas explicações iniciais, os alunos eram levados a resolver vários exercícios de fixação, sem serem desafiados a raciocinar. Nessa mesma metodologia, eram trabalhadas as idéias de equivalência, conceitos de frações próprias, impróprias, aparentes, números mistos e operações com frações. Apenas os professores P2, P5 e P8 trouxeram para suas aulas situações-problema contextualizadas para serem resolvidas pelos alunos. Para melhor elucidar o que estamos dizendo, faremos a seguir uma síntese das seqüências didáticas de cada um dos professores pesquisados:

- O professor P1 iniciou a sua aula querendo obter da turma o significado da palavra *fração*. Usou folhas de papel ofício, fazendo dobraduras para representar as frações $1/2$, $1/4$, etc. Ele mesmo fazia as dobraduras e demonstrava para os alunos que apenas olhavam. Um aluno insistiu na leitura das frações até que ele explicou como se lia no final da aula; outro lia (décimo avos) e ele não o observou. Não deixava os alunos descobrirem o conceito, ele mesmo, na sua exposição, já o dizia. Por exemplo: dizia: *1/2 é equivalente a 1/4 porque os pedaços de 1/2 e de 1/4 são do mesmo tamanho*, não deixando o aluno dizer o porquê. Trabalhou a equivalência de frações apenas mostrando as dobraduras. Quando observou que os alunos não estavam entendendo, rasgou os pedaços e colocou $1/2$ sobre $1/4$; entretanto não ajudou muito, pois os alunos já estavam desatentos e a aula terminou.
- O professor P2 levou para a sala um litro cheio de água, cinco copos descartáveis, um funil, uma faca e uma laranja. Os alunos ficaram muito curiosos. Ele iniciou a aula dizendo: *Hoje vamos ter uma aula diferente, vamos estudar fração, por isso eu trouxe essas coisas*. E começou fazendo as demonstrações: dividiu a água do litro nos copos, explicando que cada copo tinha a capacidade de 200 ml, $1/5$ do litro, e que num litro cabiam os cinco copos. Em seguida, dividiu a laranja em quatro partes e tirou uma, explicando que o denominador era o 4 (número de partes em que a laranja foi dividida) e 1 era o numerador (número que ele tirou da laranja). Os alunos não pegavam no material, apenas olhavam. O professor mostrava as partes rapidamente. Quando ele perguntou: *Qual é a parte maior: 1/2 ou 1/4?*, os alunos responderam todos juntos: $1/4$, e ele apenas disse: *não, peguei vocês! 1/2 é maior do que 1/4*. Na reunião do consenso do primeiro grupo de professores, quando se falou nesse assunto, ele reconheceu que tinha deixado passar um bom momento para explicar melhor; se tivesse pegado o pedaço que representava $1/2$ e o pedaço que representava $1/4$ e tivesse colocado um sobre o outro, os alunos teriam compreendido com facilidade.
- A professora P3 começou a aula perguntando: *Quem já conhece fração?* Colocou o nome **fração** no quadro e afixou

um pedaço de cartolina dividido em quatro partes, sendo três delas pintadas, e escreveu ao lado $3/4$. Depois disse: *imaginem que isso seja um chocolate*, (mostrando a fração $3/4$); *4 seria o meu todo (o denominador) e 3 as partes que eu tomei (o numerador)*. Em seguida desenhou no quadro um círculo dividido em duas partes e perguntou: *Isso representa o quê?* Ela mesma respondeu: *Um círculo*. Depois da explanação, copiou o exercício do livro no quadro (todos os alunos tinham livros que estavam fechados embaixo das bancas). Logo após fez a correção no quadro, perguntando aos alunos oralmente, e ela mesma colocava no quadro as respostas. Só deu tempo de corrigir até a segunda questão (eram três). Na reunião do consenso, ela disse que durante a sua explicação os alunos não aprenderam bem, porém, quando fizeram muitos exercícios na classe e em casa eles chegaram a aprender direitinho.

- O P4 iniciou a aula perguntando se a turma achava fácil dividir por dois. Deu três folhas de papel para serem divididas com dois meninos. Os alunos discutiram durante uns dez minutos e não chegaram a uma conclusão possível. Então ele propôs dividir as três folhas ao meio e cada um ficar com um meio de cada folha, o que no total somaria uma folha e meia ($3/2$). Foi uma atividade interessante, e os alunos se decepcionaram por não terem pensado nessa possibilidade. Em seguida associou a história da invenção dos números naturais e a necessidade que fez surgirem as frações. Trabalhou numerador e denominador relacionando o número de partes em que foi dividido o inteiro e o número de partes tomadas desse inteiro. A sala já se encontrava organizada em grupos de quatro alunos e ele terminou a aula fazendo um jogo com frações.
- O P5 começou a aula dizendo: *Vejam como o meu dia hoje começou com a matemática: no meu café da manhã comi 1/2 de um mamão, 1/3 de um pão, 2/4 de uma maçã* (levou pão, mamão, maçã); e fez uma revisão dos conceitos de fração. A turma já os dominava, com exceção do conceito de fração imprópria. Trabalhou com material concreto, com a representação gráfica e numérica, explicou a origem da palavra do latim (*fractione = dividir*), mandou um aluno procurar a palavra *fração* no dicionário. Ele a encontrou rapidamente (*parte de um todo*). Em seguida, distribuiu folhas de ofício de cor rosa em duas filas de alunos e os mandou dobrá-las em duas partes iguais; folhas amarelas em outras duas e os mandou dobrá-las em quatro partes iguais; e, finalmente, folhas azuis com as duas últimas filas, mandando-os dobrá-las em oito partes iguais. Daí fez um trabalho muito bom, dando os comandos e os alunos executando as atividades solicitadas. Por exemplo: para recobrir a figura de um retângulo no quadro, uma aluna da turma rosa colocou uma parte de $1/2$; então a professora pedia para a turma do amarelo completar a figura e outra aluna colocava $2/4$.
- O P6 iniciou a aula perguntando à turma: *Qual a idéia que vocês têm de fração?* Os alunos responderam: *É um número e um traço embaixo, é uma conta de dividir para resolver*. A Professora criou uma situação na sala de aula: *Marcos*

se atrasou para o jantar; sua mãe, que tinha comprado uma pizza, dividiu-a em 4 pedaços e guardou um para ele. Desenhou no quadro uma pizza dividida em quatro partes e trabalhou numerador e denominador, fração própria, imprópria e aparente. Fez um exercício de fixação do livro, muito grande, que os alunos levaram o tempo todo para resolver e que, não havendo tempo de corrigir, ficou para o dia seguinte.

- O P7 colocou logo a palavra fração no quadro e perguntou se os alunos já tinham visto esse assunto na 3ª e 4ª séries. Eles responderam que sim, mas não lembravam mais. O professor fez um desenho no quadro e explicou de forma muito abstrata, escrevendo no quadro as definições e exemplos tirados do livro: de frações próprias, impróprias, aparentes e equivalentes, resolvendo adição e subtração (tirando o m.m.c) e simplificando as frações (fazendo o m.d.c). Citou também alguns exemplos de frações, como porcentagens, decimais e medidas.
- O P8 começou a aula dizendo: *O título da matéria de hoje vocês vão descobrir no decorrer da aula. Trouxeram as moedas que eu pedi? Coloquem-nas sobre a banca.* Os alunos, muito curiosos, colocaram as moedas e foram atendendo às solicitações do professor. Por exemplo: *Para formar um real, eu preciso de quantos centavos? Desse real, separem 30 centavos. Trinta centavos o que representam em relação a tudo o que você tem?* Eles disseram: 30%. *O que significam 30%?* Os alunos disseram: 30 em 100. Ele escreveu 30/100. Utilizou diversos exemplos com materiais concretos para fixar o conceito de fração. Solicitou conhecimentos prévios sobre unidades de medida, dias da semana, sistema monetário, meses do ano, divisão, países do grupo do Brasil na copa 2006. Depois da introdução prática, perguntou aos alunos o nome do assunto que estavam estudando e todos responderam: *fração*. No final da aula, colocou um pequeno exercício no quadro para os alunos responderem, o que eles fizeram com muita segurança e rapidez.
- O P9 inicialmente pediu que os alunos colocassem as frutas que trouxeram de casa sobre as bancas. Perguntou se alguém lembrava o que é fração. Eles disseram que já haviam estudado, mas não lembravam mais. A professora dispunha de material concreto suficiente e não soube explorá-lo; ficou o tempo todo fazendo desenhos no quadro, levando a turma a fazer abstrações. Passou para seus alunos a concepção de fração como resultado de uma divisão; por exemplo, quando falava sobre a fração aparente, escreveu $12/2$ e disse: *doze dividido por 2 é igual a 6*; depois, para explicar a fração própria, escreveu $1/5$ e disse: *um dividido por cinco pode, mas não é tão fácil de fazer*. Depois mandou os alunos dividirem as frutas em determinadas quantidades, e eles as dividiram em pedaços completamente diferentes uns dos outros. Ela não fez nenhum tipo de observação sobre isso. Terminou a aula fazendo um jogo de dominó sobre frações.
- O P10, coincidentemente, como P8, pediu aos seus alunos

que levassem moedas de 10 centavos para a aula. Inicialmente falou: *Se eu pedir 3 moedas das dez, que número eu tenho diferente dos que a gente escreve normalmente?* Os alunos não lhe responderam, e ele disse: *É um número... de...ci...mal*. Escreveu no quadro $3/10$ e perguntou: *Como se chama o número de cima?* Os alunos responderam: numerador. *E o de baixo?* Explicou o significado de numerador e denominador. O professor dizia muito: *Se eu... ou, então, isso já foi visto na 4ª série*. Trabalhou com fita métrica, vidraria graduada, deu exemplos com dias da semana, meses do ano e passou a concepção de fração como razão, e partes de um *tudo*. Apesar de ter uma maneira mais tradicional (rígida) de ensinar, oportunizou aos alunos atividades de reconstrução dos conceitos introdutórios de fração. No final da aula, também colocou um exercício curto, porém bem elaborado, ao qual os alunos responderam com rapidez e segurança.

Um caso que nos chamou a atenção foi que os dois professores (P8 e P10), de uma mesma escola participante de nossa pesquisa, planejaram juntos as aulas que iriam dar para a nossa observação: a seqüência foi a mesma, os recursos e materiais empregados foram os mesmos, entretanto as aulas saíram muito diferentes uma da outra. Isso só vem ratificar o nosso pensamento de que as atividades desenvolvidas em uma turma são diferentes em outra porque cada professor tem as suas concepções, que influenciam a sua maneira de ensinar.

A nossa constatação, relacionando as respostas dadas a esta questão nas entrevistas às observações realizadas em sala de aula, é que muitos dos professores observados estudaram fração de maneira tradicional, descontextualizada e, mesmo com as oportunidades de formação continuada e maior acesso aos livros que se têm nos dias de hoje, ainda ensinam como aprenderam.

Analisaremos a seguir as respostas dadas à 5ª questão: *Para você, como ocorre a aprendizagem das crianças nesse assunto?*

Para eu fazer uma avaliação de que eles (os alunos) aprenderam, tem de ser de uma forma bem sutil porque são muito novos ainda (9 e 10 anos). Bolando uma estratégia, eles vão conseguir entender um pouquinho o assunto. (P1).

É difícil para um aluno de 5ª série entender a fração como parte de um inteiro (P2).

É lenta, porque eu trabalho com um aluno que não tem uma boa base no seu primário (P3).

Eu acho que quando se faz algo que chame a atenção e ele se interessa, quando se parte do concreto, sempre tendo uma relação com alguma coisa, um chocolate, uma pizza, sem ser o desenho puro, vai ficando mais na imaginação deles e eles vão aprendendo melhor (P4).

Mostrando o concreto, dividindo o inteiro em partes iguais, mostrando todas as partes e mandando que eles mesmos dividam o inteiro para ver se eles compreenderam (P5).

As crianças demoram a entender porque não têm base (P6).

Quando eles estudam e conseguem dividir um desenho em partes, alguns deles sabem mesmo, eles sabem desenhar um todo e tirar uma fração, uma parte, ou, ao contrário, pegar aquele todo, observar e escrever a fração, é ida e volta (P7).

Eu só posso garantir que eles aprenderam quando posso perceber sua aplicação nas atividades que são feitas no cotidiano. Depois que eu ensino esse conteúdo, fico cobrando deles a sua utilização no dia-a-dia para garantirem a aprendizagem (P8).

Quando eles, a cada dia, vão diminuindo a dificuldade de resolver os problemas. Outra forma de avaliar é acompanhando a lógica deles; muitas vezes eles não respondem no caderno, mas usam raciocínios bem interessantes (P9).

É só uma continuação, eles já vêm com esse conceito da 4ª série, a gente só vai dar um aprofundamento, exercitar (P10).

Na sua fala, a professora P5 acredita que a aprendizagem se dá pela repetição, ela faz o modelo e os alunos repetem, enquanto o P4 considera que a melhor maneira de o aluno aprender é quando está motivado para isso, que o ensino precisa ser contextualizado, significativo, para o aluno se interessar. Já o P7 acredita ainda no ensino tradicional, o qual se dá de forma abstrata, e o P8 acha que o aluno só aprende quando é capaz de aplicar aquilo que aprendeu em outros contextos. Os professores P3 e P6 atribuem as dificuldades dos alunos para aprender o conceito de fração à falta de base, enquanto P10 diz que seus alunos já chegam à 5ª série dominando esse conceito.

Passaremos à análise das respostas dadas para a 6ª questão: *Você tem dificuldade de ensinar o conceito de fração?*

Todos os 10 professores pesquisados dos dois grupos disseram que não tinham dificuldades no ensino de frações, que era um conceito fácil de ensinar. Alguns disseram que os alunos é que tinham dificuldades de aprender o assunto. Vejamos:

Não, é meu primeiro ano com 5ª série, mas vou preparar uma boa atividade para essa 5ª série (P1).

Não, eu procuro sempre uma forma prática (P2).

Não, hoje não tenho, não (P3).

Não. Acho, inclusive, um dos conteúdos mais fáceis de ensinar (P4).

Não, não tenho nenhuma dificuldade, nem os meus alunos (P5).

Eu não tenho dificuldade de ensinar, mas as crianças têm dificuldade de aprender por falta de base (P6).

Não, eu não tenho dificuldade de passar para eles, eles é que não entendem. A dificuldade vem lá do primário (P7).

Não, eu considero fácil e os alunos aprendem com facilidade (P8).

Não, a dificuldade é dos alunos por conta da falta de base (P9).

Não tenho dificuldades, não. Na 4ª série eles usam muito material concreto; quando chegam à 5ª, a gente faz mais exercícios de livro e quadro (P10).

Um ponto interessante, que nos chamou a atenção, foi que P5, P8 e P10 foram os únicos que disseram que seus alunos não tinham dificuldades de aprender fração porque já vinham da 4ª série com esse conceito aprendido. Vale a pena lembrar que os três professores referidos sempre lecionaram apenas em escolas particulares.

A 7ª questão dizia: *Em caso afirmativo, quais as dificuldades?*

Nenhum professor citou dificuldades no ensino de frações. Entretanto, gostaríamos de citar alguns acontecimentos detectados durante a observação das aulas:

- Havia professores que não respeitavam o tempo dos alunos. Colocavam os exercícios no quadro e logo após queriam corrigi-los, sem esperar os alunos pensarem para responder.
- Referiam-se a “o número de baixo e o número de cima” correspondendo ao denominador e ao numerador, respectivamente.
- Um professor definiu fração para um aluno dizendo: *São partes de um todo que você pode retirar, podem ser partes iguais e não serem partes iguais.*
- Um professor (P9) tinha material concreto em cada banca e não soube explorá-lo, ficou representando os desenhos no quadro, valorizando a abstração o tempo todo.
- Na primeira aula, de introdução, eram dadas: frações próprias, impróprias e aparentes; equivalência; simplificação; adição e subtração (m.m.c e m.d.c).
- Já começavam a aula dizendo: *Hoje vamos estudar frações*, e colocavam a palavra *fração* no quadro e já começavam a discorrer sobre o assunto.
- Na aula de P3, o professor, segurando um desenho numa cartolina representando uma parte de um chocolate dividido em duas partes iguais, perguntou à turma: *O que representa esta parte?* Uma aluna, ao invés de dizer $\frac{1}{2}$, disse: *50%*; a professora não deu atenção à resposta dada. Depois de outras perguntas, quando mostrou $\frac{3}{4}$ do desenho, perguntou novamente: *O que representa esta parte?* A mesma aluna disse: *75%*! A professora parou e, olhando para a aluna, perguntou: *Por quê?* A menina respondeu: *porque tudo é 100%*. A professora não aproveitou o momento para explicar as noções de porcentagens surgidas aleatoriamente e mudou rapidamente de assunto, sem sequer comentar a resposta dada pela aluna.

Comparando as respostas dadas nas entrevistas e as observações feitas, notamos que os professores mostravam constrangimento ao dizerem que tinham dificuldades conceituais e pedagógicas para ensinar frações, mesmo utilizando o círculo hermenêutico-dialético como técnica de coleta dos dados, a qual favorece uma maior interação entre o grupo pesquisado e o pesquisador. Durante as reuniões de “consenso”, eles debateram sobre concepções de fração, sobre atividades que favorecem essa construção pelos alunos, como fazer a introdução desse conceito na 5ª série do ensino fundamental, porém em nenhum momento disseram que tinham dificulda-

des de ensinar esse conteúdo.

Na 8ª questão, perguntamos: *O que você sugere para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos?*

Todos os professores disseram que o ensino contextualizado, o uso de materiais concretos, jogos e brincadeiras são os recursos necessários e indispensáveis para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos.

Concordamos com os professores colaboradores desta pesquisa e acrescentamos a necessidade de o professor elaborar boas seqüências didáticas nas quais os alunos possam mobilizar satisfatoriamente seus esquemas e construir adequadamente seu conceito de fração.

CONCLUSÃO

Confrontando as respostas dadas pelos professores nas entrevistas e a observação das suas aulas, nas quais eles introduziam o conceito de fração, podemos dizer que há uma relação entre as concepções que os professores têm acerca desse conteúdo e os seus procedimentos de ensinar e avaliar.

A análise das respostas dos professores relativas às questões da entrevista em confronto com as aulas observadas nos leva a concluir que eles ensinam do jeito como aprenderam quando estavam na 3ª série do antigo primário. Hoje, a tendência da prática desses professores é imitar aqueles professores e não os últimos mestres da sua graduação. Daí a responsabilidade do professor das séries iniciais do ensino fundamental com o ensino de modo geral e, especificamente, com o ensino da matemática e das frações, porque é nesta etapa da vida que os alunos passam a gostar ou não da matéria.

Nas aulas dos professores que participaram desta pesquisa, a fração como o modelo *parte/todo* é o mais trabalhado e, quase sempre, é associado ao procedimento de contagem dupla, o que leva os alunos a considerar fração não como números, mas como partes de coisas.

Nas entrevistas, os professores, de forma unânime, afirmam que a melhor maneira de levar o aluno a construir o conceito de fração é utilizando material concreto de forma contextualizada, mas, na prática, isso não é observado. Os materiais concretos apareceram, mas na maior parte das vezes de uma forma tímida, sem contextualização, isso independentemente do tempo de serviço do professor, da formação ou da rede de atuação. Mesmo aqueles mais esforçados, que prepararam aulas "diferentes" para o dia da nossa visita, não conseguiram fazer uma transposição didática que desafiasse as crianças a mobilizar seus esquemas para a construção do conceito de fração.

De acordo com o debate que presenciamos nas reuniões de consenso, acreditamos que isso acontece porque, para a maioria dos professores pesquisados, o planejamento das aulas, a pesquisa e a utilização de materiais concretos não são uma constante no seu dia-a-dia; isso demanda tempo para

preparar com certa antecedência suas aulas, e tempo é o que muitos não têm devido ao grande número de aulas que ministram mensalmente.

Em algumas aulas observadas, os professores fizeram uma avaliação processual (durante as oficinas realizadas, davam os comandos e acompanhavam as respostas dos alunos. Se fossem acertadas, elogiavam-nos e, se fossem incorretas, solicitavam de alguns alunos a resposta certa ou eles próprios as corrigiam dizendo o porquê); em outras, apenas copiavam exercícios de fixação no quadro, mandavam os alunos responderem e faziam uma correção muito rápida, avaliando apenas a capacidade ou não de repetição. Em alguns casos, não deu tempo nem de responder aos exercícios propostos. Alguns professores fizeram a avaliação através de jogos, momentos em que os alunos ficavam mais descontraídos, se ajudavam e corrigiam os colegas quando não acertavam, enquanto os professores apenas circulavam pela sala e os orientavam, em alguns casos, quando eram solicitados.

Os debates nas reuniões de consenso, as observações em sala de aula e o referencial teórico estudado nos levaram a refletir que, mesmo tendo conhecimento de que a transposição didática que estão fazendo em suas salas está desarticulada da realidade dos alunos, a maior parte dos professores pesquisados não consegue se desvencilhar de antigas práticas. Reconhecemos as limitações do nosso trabalho e apontamos para a necessidade de se repensar a formação inicial e continuada dos professores, enfatizando a revisão do Currículo do ensino dos números racionais. Pesquisas futuras podem ser direcionadas nesse contexto para discutir questões tais como: a) Qual a importância do estágio supervisionado na formação dos professores? b) Há necessidade da formação continuada para a prática da sala de aula dos professores?

O que constatamos é que, realmente, nossos alunos têm dificuldades de compreender o conceito de fração e nossos professores, na prática, mostram ter dificuldades de ensiná-lo, ainda que, visivelmente, não o admitam.

Segundo Freire (2002 p. 46), "É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática". Nesta sua fala, o autor adverte o *educador* da necessidade do exercício de uma ação pedagógica permeável a mudanças e que o *professor* deve ter uma postura crítica que lhe permita, após identificar os erros, promover mudanças reais que levem à melhoria das condições de vida de cada um na sociedade.

Nesse sentido, nosso estudo pode contribuir para que os professores possam identificar os paradigmas de concepções sobre frações, revelados em suas práticas educativas, repensá-los e provocar rupturas, conscientizando-os de que sua profissão é um processo dinâmico de promoção da autonomia do ser do educando.

Referências Bibliográficas

AG ALMOULOU, S. *A didática da Matemática*. São Paulo, PUC, 1995.

ARTIGUE, M. Epistémologie et didactique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. vol 10, nº 23, Paris, 1990.

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*, Lisboa: Edições 70, 1979.

BEHR, M. et al. Order an equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323- 341, 1984.

- BERTONI, N. A construção do conceito de fração e de número fracionário numa abordagem sócio-construtivista In: **Solta a Voz**, Nº, Universidade Federal de Goiás, 1994.
- CHEVALLARD, I. **La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado**. Argentina: Aique S. A, 1991.
- CHEVALLARD, I. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: **Didática das Matemáticas** (Org) Jean Brun. Recife: Horizontes Pedagógicos, 2005.
- DAVIS, P. e HERSH, R. **A experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- DINIZ, R. Concepções e práticas pedagógicas do professor de ciências. In: **Questões atuais no ensino de Ciências**. São Paulo: Escrituras, 2002.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2002.
- GUBA, E. e LINCOLN, I. Fourth generation evaluation, 1989. In: OLIVEIRA, M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Recife: Bagaço, 2005.
- HENRY, M. **Didactique des mathématiques: une présentation de la didactique em vue de la formation des enseignants**. Besançon: IREM de Besançon, 1991.
- LIMA, J. M. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento de conservação de quantidade. In: **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação**. Petrópolis: Vozes, 1993.
- KIEREN, T. Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In J. Hiebert and M. Behr (eds): **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1988.
- MIGUEL, A. e MIDRIM, M. A. **O ensino da Matemática no primeiro grau** São Paulo: Atual, 1986.
- MINAYO, M. (org). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.
- MOREIRA, M. A. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a investigação nesta Área**. Porto Alegre: UFRS, 2004.
- OLIVEIRA, M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Recife: Bagaço, 2005.
- PAIS, L. C. **Didática da matemática, uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PIAGET, J.; INHELDER, B., & SZEMINSKA, A. **The Child's Conception of Geometry**. London: Routledge and Kegan Paul, 1960.
- TRIVIÑOS, Augusto. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Atlas, 1987.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. In **Recherches en Didactique des Mathématiques**. V 19 Nº 23 p 133, Grenoble, 1990.
- VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais In: **Didática das Matemáticas** (Org) Jean Brun. Recife: Horizontes Pedagógicos, 2005.
- VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society. The development of higher psychological processes**. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1978.

COM A PALAVRA O PROFESSOR



A partir do próximo número, a sua Educação Matemática em Revista será editada em um novo formato.

Visando uma maior aproximação com você, professor(a), o novo formato da Revista contemplará uma seção em que você poderá apresentar suas manifestações, demandas e comentários sobre assuntos ligados à sua prática docente.

Você pode enviar sua carta por:

Correios:

Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM
 Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
 Centro de Ciências Exatas e da Natureza - CCEN
 Departamento de Matemática - Sala 108
 Av. Prof. Luiz Freire, s/n - Cidade universitária
 Cep.: 50.740-540 - Recife - PE

Fax: (81) 3272.7563

E-mail: sbem@sbem.com.br

Sinal de fumaça, tambores, ou qualquer outro meio.

Contamos com a sua palavra.

COMPETÊNCIA COMUNICATIVA: UM SUPORTE TEÓRICO-PRÁTICO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Ângela Maria Liberalquino Ferreira¹ - Marlos Gomes de Albuquerque²

RESUMO: O objetivo deste artigo é ampliar as reflexões sobre a competência comunicativa na formação do professor de Matemática. Assim, pretende-se, num primeiro momento, justificar a importância dessa competência para o professor em questão, com base em textos oficiais e em estudos realizados em Educação Matemática. Depois, serão apresentadas as concepções de competência comunicativa e outras à luz das ciências da linguagem. Com essa fundamentação teórica, será feita uma análise de situações da vida pessoal e profissional do professor de Matemática em que várias competências são convocadas, entre as quais a comunicativa, que servirá de suporte às demais. Por fim, serão sugeridas algumas condições que contribuiriam para desenvolver a competência que mereceu esta investigação. **Palavras-chave:** Competência Comunicativa. Ciências da Linguagem. Formação de Professores. Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Neste novo milênio, vêm ocupando espaços cada vez mais amplos as discussões em torno da importância da competência comunicativa na formação do professor de Matemática.

Vários estudiosos, tanto de Educação Matemática quanto de outras áreas, têm partilhado da mesma preocupação: uma formação que qualifique melhor o professor de Matemática para enfrentar os desafios da educação que a sociedade atual impõe.

Alguns artigos publicados na *Educação Matemática em Revista*, que serão mencionados nos próximos tópicos deste trabalho, comprovam a importância da competência comunicativa na formação do professor de Matemática, considerando-se que alguns desses estudos enfatizam a importância de atividades de linguagem na aprendizagem da Matemática e outros, na formação do professor desta área.

Todos os trabalhos dos estudiosos da área de Educação Matemática, que serão citados no desenvolvimento deste artigo, auxiliam na compreensão de que as orientações de textos oficiais – Lei de Diretrizes e Bases nº 9394/96, Proposta de Diretrizes para a Formação Inicial de Professores de Educação Básica, formulada pelo MEC em maio/2000, doravante PRODI-FIPEB (MEC, 2000), e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Educação Matemática – precisam configurar-se em ações que possam melhorar a aprendizagem da Matemática e, portanto, a formação do professor.

A preocupação de estudiosos da Educação Matemática e as orientações dos textos oficiais contribuem para a construção de vários discursos sobre diversos temas, um dos quais é a comunicação, entendida aqui como a capacidade de expressar-se eficientemente tanto na oralidade quanto na escrita em diversas situações comunicativas, conforme será discutido ao longo deste trabalho. Vale esclarecer que os estudiosos da

Educação Matemática não utilizam a definição acima apresentada, mas deixam-na subentendida em seus argumentos em defesa das atividades lingüísticas como meios para a aprendizagem dessa disciplina e também para a formação do professor em questão, ao se referirem à leitura, à escrita e à oralidade.

Este artigo resulta do desejo de participar do discurso polifônico em defesa do desenvolvimento da competência comunicativa, mas não limitando tal capacidade a algumas atividades de linguagem e, sim, dentro das concepções apresentadas por estudiosos da linguagem, como Maingueneau (1996) e Travaglia (2003), principalmente, os quais serão citados no tópico 3. *Concepções de Competência Comunicativa*.

Assim sendo, pretende-se, com esta investigação, contribuir no sentido de informar os futuros professores de Matemática e formadores desses profissionais e, a partir dessas informações, motivar esse público a refletir sobre o assunto.

Para a realização deste estudo, utilizou-se a pesquisa bibliográfica em textos oficiais, artigos científicos na área de Educação Matemática e obras das ciências da linguagem e da educação. Tendo em vista tal objetivo, este artigo apresenta os seguintes tópicos: *A importância da Competência Comunicativa para a formação de professores de Matemática*, em que será justificada a necessidade de desenvolver a competência em destaque na formação – inicial e continuada – do professor de Matemática, tomando como referência alguns trabalhos de estudiosos da área de Educação Matemática e textos oficiais; *Uma concepção de Competência*, em que será lembrada a definição apresentada por Perrenoud (2000), a qual servirá de suporte teórico para uma melhor compreensão da competência comunicativa; *Concepções de Competência Comunicativa*, em que serão abordadas as concepções desta competência sob o

¹ Mestre em Lingüística Aplicada pela UFPA e professora de Língua Portuguesa e Metodologia Científica no Departamento de Ciências Exatas e da Natureza da UNIR, Campus de Ji-Paraná-RO.

² Mestre em Ciências da Computação pela UFSC, professor de Matemática no Departamento de Ciências Exatas e da Natureza da UNIR, Campus de Ji-Paraná-RO e Diretor Regional da SBEM em Rondônia.

ponto de vista dos estudiosos da linguagem já mencionados; *Competências Metalingüística e Metacognitiva*, em que serão definidas duas competências que implicam um nível mais elevado de reflexão e cognição; *Análise de situações da vida pessoal e profissional do professor de Matemática*, em que serão discutidas as competências que tais contextos demandam, com ênfase na competência comunicativa, que tanto pode ocupar posição central quanto servir de suporte às competências específicas do professor de Matemática, sendo estas as que foram propostas por Pires (2002); *Condições favoráveis ao desenvolvimento da Competência Comunicativa nos cursos de Matemática*, em que serão sugeridas algumas condições que, se fossem criadas nos cursos de formação, propiciariam o desenvolvimento da competência em discussão.

A IMPORTÂNCIA DA COMPETÊNCIA COMUNICATIVA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Nos Princípios Orientadores das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica, que visam atender ao que prescreve a LDB nº 9394/96 e ao que propõem os PCN, foram eleitos três eixos indispensáveis à formação do professor, quais sejam: a **concepção de competência (nuclear)**, a **coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor** (imprescindível) e a **pesquisa** (essencial).

No que se refere ao **primeiro eixo**, convém mencionar o que diz a proposta acima citada sobre o desenvolvimento de competências na formação inicial de professores:

O domínio da dimensão teórica do conhecimento para a atuação profissional é essencial, mas não é suficiente. É preciso mobilizar o conhecimento em situações concretas, qualquer que seja sua natureza. Essa perspectiva traz para a formação a concepção de competência, segundo a qual, a referência principal, o ponto de partida e o de chegada da formação é a atuação profissional do professor (PRODIFIPEB, MEC, 2000).

Nessa mesma proposta, uma das competências defendidas para a formação de professores é a competência comunicativa, como se pode ver neste fragmento: “*Ser competente no uso da língua portuguesa em todas as tarefas, atividades e situações sociais que forem relevantes para seu exercício profissional* (PRODIFIPEB, MEC, 2000).

Essas diretrizes também esclarecem que cabe aos cursos de formação tratar, com especial atenção, das eventuais dificuldades dos futuros professores relacionadas às atividades de ler e interpretar, escrever e falar, não somente porque são nucleares na atuação profissional, mas também “*porque lhes permitem buscar dados e informações referentes aos diversos assuntos dos quais terão de apropriar-se continuamente*” (PRODIFIPEB, MEC, 2000). Neste fragmento, percebe-se que a preocupação não deve ser apenas por causa da formação inicial, mas também porque o professor precisa estar preparado para dar continuidade à sua formação.

No artigo *Novos desafios para os cursos de Licenciatura em Matemática*, publicado em *Educação Matemática em Revista*, Pires propõe o desenvolvimento da competência em destaque para a formação do futuro professor de Matemática ao incluir, entre as outras competências, esta: “*Capacidade*

de expressar-se, escrita e oralmente, com clareza e precisão” (PIRES, 2000, p. 12).

Em outro artigo dessa mesma pesquisadora, *Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica*, são propostas as competências profissionais de um professor de Matemática. Dentre estas, encontram-se algumas competências específicas que compõem o conjunto de *Competências referentes ao domínio dos conteúdos a serem socializados, de seus significados em diferentes contextos e de sua articulação interdisciplinar*, das quais foi destacada a seguinte: ***Ser proficiente no uso da Língua Portuguesa e de conhecimentos matemáticos nas tarefas, atividades e situações sociais que forem relevantes para seu exercício profissional*** (grifo nosso) (PIRES, 2002, p.45). Vale esclarecer que, no tópico 8. *Análise de situações da vida pessoal e profissional do professor de Matemática*, serão discutidas muitas dessas competências propostas pela autora supracitada.

A estudiosa em questão também transcreve as competências defendidas por Paulo Abrantes e argumenta que estas podem servir de ponto de partida para a reflexão e para que sejam ampliadas e modificadas. Dentre as sugeridas pelo autor citado, também foram destacadas estas: ***Conceber que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação e Comunicar-se matematicamente por meio de diferentes linguagens***. (grifo nosso) (ABRANTES, apud PIREs, 2002, p.47). Essas duas competências subjazem à competência comunicativa, se forem consideradas as concepções de tal competência no tópico 4. *Concepções de Competência Comunicativa*, sob o ponto de vista dos estudiosos da linguagem.

Em relação ao **segundo eixo**, ou seja, **coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor**, convém evidenciar que, se a formação do professor deve ser compatível com o que prescreve a LDB e com as orientações dos PCN, é importante verificar o que há em tais textos que possa justificar a necessidade de desenvolver, na formação do professor de Matemática, a competência comunicativa.

A LDB considera como base pedagógica, para que a aprendizagem se efetive, dois pontos: a *contextualização* e a *interdisciplinaridade*. Esses pontos não se concretizam sem a mediação da linguagem verbal, uma vez que não se pode contextualizar algo sem que se estabeleçam relações entre um determinado conteúdo e a realidade em que os alunos estão inseridos e sem que se faça referência às origens e às aplicações do tópico abordado. Da mesma forma, não se pode fazer *interdisciplinaridade* sem diálogo entre especialistas de outras áreas para a necessária socialização de saberes, para a realização de projetos interdisciplinares e para todas as tarefas de linguagem que tais trabalhos demandam.

Na síntese dos princípios norteadores dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no ensino fundamental, encontra-se este excerto:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e con-

ceitos matemáticos. Nesse processo, **a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e “escrever” sobre Matemática** [...] (grifo nosso) (PCN, 2001, p. 56-57).

Dessa mesma proposta, foram destacados os seguintes objetivos da área da Matemática para o ensino fundamental, tendo em vista a construção da cidadania: *comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.* (grifo nosso). (PCN, 2001, p.47).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais destinados ao ensino médio, dentre as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas nos alunos, no item *Representação e Comunicação*, foram destacadas as seguintes: *Ler e interpretar textos de Matemática; Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna como na linguagem matemática, usando a terminologia correta; produzir textos matemáticos adequados.* Do mesmo texto, no item *Investigação e Compreensão*, foi extraída esta competência: *Discutir idéias e produzir argumentos convincentes* (PCN, 1999, p. 93).

Outros trechos desses documentos dariam mais consistência às idéias aqui defendidas sobre a importância de se desenvolver, nos cursos de formação, a competência comunicativa. Do contrário, como o professor poderia desenvolver a competência comunicativa em seus alunos se não a construiu em sua formação? Afinal, como argumenta Pires, “[...] ninguém promove o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de desenvolver em si mesmo” (PIRES, 2002, p.48).

No que concerne ao **terceiro eixo**, que se refere à pesquisa, se forem observadas as finalidades do ensino superior prescritas pela LDB nº 9394/96, em seu Artigo 43º, entre as quais se destacam pesquisa, formação continuada, extensão, produção e difusão de conhecimentos científicos, etc., a competência comunicativa também está implícita, visto que todas as finalidades deste artigo implicam atividades de linguagem. Logo, a competência em questão é indispensável a toda formação superior, inclusive à do professor de Matemática.

Convém destacar também alguns artigos publicados na *Educação Matemática em Revista*, que subsidiaram este estudo, tais como: *Aspectos Interativos e discursivos no ensino de Matemática em séries iniciais: uma interpretação* (RODIGUES FILHO e GURGEL, 2002); *A importância da linguagem no ensino da Matemática* (ZUCHI, 2004); *Aprendizagem cooperativa via internet* (GRIEBLER, 2003); *O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula* (MEDEIROS, 2001); *Um professor competente para o ensino médio proposto pelos PCNEM* (DINIZ e SMOLE, 2002); *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental* (PIETROPAOLO, 2002).

Caberia aqui mencionar também as contribuições de Malta (2004) que, em seu artigo *Linguagem, Leitura e Matemática*, faz referência a um trabalho que vem realizando na PUC (RS), com o intuito de desenvolver a linguagem e a leitura de alunos de Licenciatura em Matemática e de Engenharia aos quais ela ministra aulas de Matemática.

Todos os autores acima citados fazem referência – de modo implícito ou explícito – à linguagem como meio, ou para aprender matemática ou para melhorar a formação do professor de Matemática, embora focalizando aspectos distintos. Os que defendem a linguagem – leitura, escrita, oralidade – como elemento facilitador da aprendizagem, deixam subentendida a necessidade de o professor de Matemática dispor da competência comunicativa, haja vista que é a este que cabe tanto propor situações de aprendizagem que envolvam atividades lingüísticas quanto avaliar o desempenho de seus alunos em suas tarefas.

Pelo exposto, é indiscutível a importância da competência comunicativa, principalmente porque o simples fato de a PRODIPEB (MEC, 2000) ter sido elaborada com o objetivo de orientar uma formação de professores de Educação Básica compatível com o que prescreve a LDB e com o que propõem os PCN, já é suficiente. Além disso, o fato de muitos estudiosos da área de Educação Matemática terem desenvolvido pesquisas e analisado documentos oficiais que refletem as preocupações com a competência comunicativa para a formação do professor de Matemática ou para a aprendizagem da Matemática na educação básica ou no ensino superior, torna ainda mais evidente a necessidade de considerar o que orientam ou prescrevem os textos oficiais consultados nesta pesquisa.

Se a competência comunicativa precisa ser desenvolvida nos cursos de formação, seria conveniente entender o seu significado pela ótica das ciências da linguagem e também quais as condições mais propícias para o seu desenvolvimento segundo essas mesmas ciências. É o que se pretende mostrar nas próximas seções.

UMA CONCEPÇÃO DE COMPETÊNCIA

Para uma melhor compreensão do que seja a competência comunicativa, seria conveniente entender bem o que significa competência. Assim, pretende-se, neste tópico, trazer à luz a concepção defendida por Perrenoud (2000). Antes disso, seria oportuno enfatizar que o estudioso em questão não se referiu, em sua conhecida obra *Dez Novas Competências para Ensinar*, à competência comunicativa. No entanto, com base em observações e reflexões, inferiu-se que essa competência poderia ter sido colocada em primeiro lugar, funcionando como tronco de uma árvore cujos galhos maiores fossem as competências gerais e os menores, as competências específicas.

Em que pese a não referência desse grande estudioso a essa competência, acredita-se na idéia de que a concepção que ele apresenta é bem interessante para um melhor entendimento daquela que interessa mais de perto a este trabalho: a competência comunicativa.

De acordo com o pesquisador citado, competência é uma *capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação* (PERRENOUD, op cit, p.15). Os *recursos cognitivos* aos quais se refere esse autor são: “os saberes” (conhecimentos disponíveis na mente do sujeito ou os meios para encontrá-los); “o saber-fazer” (experiências acumuladas pelo sujeito, que lhe permitem fazer previsões, inferências, contextualizar e descontextualizar saberes, tomar decisões mais acertadas, entre outros); “esquemas de pen-

samento” (os que aparecem na mente dos sujeitos quando estes se defrontam com uma *situação-problema* e buscam caminhos para resolvê-la).

Vale esclarecer que os *esquemas de pensamento*, na opinião desse estudioso, são mais difíceis de explicar, porque dependem da inteligência dos sujeitos, ou seja, de sua capacidade de orquestrar todos os recursos cognitivos já disponíveis e dos demais que eles poderão construir naquela situação.

As competências, pelo que se pode inferir das explicações do autor mencionado, não caminham sozinhas, visto que são sempre assessoradas por outras que servem de suporte àquela que assume posição de comando em uma dada situação. Para o estudioso, existem as competências gerais e as específicas. Em outras palavras, cada competência geral conta com algumas competências específicas. Pelo que se tem observado, entretanto, dependendo do problema a ser enfrentado, às vezes uma competência específica ganha *status* de uma competência geral porque é a mais indicada para detectar um dado problema e apontar caminhos para resolvê-lo, podendo, inclusive, convocar alguma competência geral para auxiliá-la na tarefa a ser realizada, fazendo-a ocupar o lugar de competência específica.

A competência em si é um processo cujo início ocorre diante de uma *situação-problema*, a qual determina que recursos cognitivos podem ser mobilizados para a busca de solução. Se uma pessoa não dispuser de informações, experiências e capacidade de reflexão e decisão para saber orquestrar tudo isso e resolver o problema, com a máxima eficiência possível, não dispõe da competência que a tal situação demanda.

Com essas explicações, é possível definir, no próximo tópico, a Competência Comunicativa que, do ponto de vista da Linguística, não é tão fácil de ser desenvolvida. Sem as informações que se pretende oferecer adiante, seria oportuno refletir sobre esta questão: ***Como os futuros professores poderiam desenvolver a competência comunicativa e assim se preparar para auxiliar seus futuros alunos a construí-la se não tiverem informações sobre esta e não dispuserem das condições necessárias para desenvolvê-la durante a graduação?***

CONCEPÇÕES DE COMPETÊNCIA COMUNICATIVA

A competência *comunicativa* consiste em *saber utilizar a língua de maneira apropriada em uma grande variedade de situações* (MAINGUENEAU, 1986, p.19). De acordo com esse mesmo autor e outros citados por ele, esta competência é adquirida através de interações e inclui regras sobre aspectos variados: saber gerar os turnos da fala, saber de que falar em qual situação, saber sincronizar suas mímicas com suas falas e aquelas do co-enunciador e, ainda, saber preservar as faces do outro, controlando os comportamentos requisitados pelos diversos gêneros do discurso.

Considerando os diversos estudos da linguagem que vêm sendo desenvolvidos e que trazem subjacente uma concepção de **linguagem como forma de interação**, o principal objetivo do ensino da língua deveria ser o desenvolvimento da competência comunicativa, como afirma Travaglia: (...) *propomos que o ensino de Língua Materna se justifica prioritariamente pelo objetivo de desenvolver a competência comunica-*

tiva dos usuários da língua (falante, escritor/ouvinte, leitor), isto é, a capacidade do usuário de empregar adequadamente a língua nas diversas situações de comunicação (TRAVAGLIA, 2003, p. 17). (grifo nosso)

De modo geral, a *competência comunicativa* é a capacidade de saber utilizar a língua, de modo eficiente, tanto na oralidade quanto na escrita, em diversas situações comunicativas, incluindo atividades de leitura, análise, produção e exposição de textos orais e escritos, levando em conta os objetivos da comunicação, os interlocutores e as regras sociais que orientam os níveis de linguagem em cada situação.

A competência comunicativa, definida nos moldes da concepção defendida por Perrenoud (op cit.), implica muitos *saberes* e algumas *competências* mais específicas, conforme será mostrado a seguir.

Saberes que a Competência Comunicativa implica

Os saberes dizem respeito aos conhecimentos sobre a língua e sobre as regras sociais que determinam as escolhas linguísticas. Assim, é preciso levar em conta que a competência comunicativa inclui não apenas o domínio das regras do Dialeto Padrão e o conhecimento de outras variantes linguísticas, mas também o domínio das regras sociais que vão determinar o que dizer em determinada situação, como dizer, por que dizer e a quem dizer.

Os saberes mais relevantes são os defendidos por Maingueneau, os quais já foram mencionados na seção anterior e serão explicados a seguir.

Saber gerar turnos de fala. Diz respeito à capacidade que o usuário da língua deveria ter de criar condições para o interlocutor também participar de seu discurso, fazendo-lhe perguntas e sabendo aguardar as respostas, sem interrompê-lo, quer fazendo novas perguntas, quer mudando de tópico, sem que o outro tenha começado a falar ou concluído a resposta. Somente em casos de grande urgência seria aceitável a violação deste princípio.

Saber de que falar, para quem falar, como falar e por que falar em determinada situação. Diz respeito à capacidade de refletir sobre o tema do discurso, o tipo de interlocutor e o tipo de linguagem a ser utilizada em uma dada situação comunicativa. É importante **evitar** certas atitudes, como: desviar-se dos tópicos discursivos, dizer mais do que o necessário, usar uma linguagem inadequada para determinado(s) interlocutor(es) em certa(s) situação(ões) e ainda dizer algo que não seja verdadeiro. Por exemplo, uma pessoa que esteja subordinada a outra no que se refere ao papel social que desempenha, não deveria querer dar ordem a esta, visto que não dispõe das “condições de felicidade” para tal comportamento linguístico.

Saber preservar a própria face e a do outro. Consiste na capacidade de saber evitar comentários sobre si mesmo que possam prejudicar a própria imagem e emitir juízos sobre outras pessoas com a intenção de constrangê-las, principalmente diante de terceiros. Este saber se encontra na *Teoria das Faces*, proveniente de estudos dos sociólogos americanos Brown e Levinson (1978) sobre os comportamentos humanos nas interações sociais. O princípio geral dessa teoria é considerado, por Kerbrat-Orecchioni, uma lei do discurso e consis-

te no seguinte: “Convém normalmente, sempre que possível, proteger suas próprias faces e **poupar as dos outros**” (grifo nosso) (KERBRAT-ORECCHIONI apud CUNHA, 1991, p. 33).

Nesse contexto, incluem-se os subentendidos e os comportamentos de indiferença, silêncio ou outros, com a intenção de manifestar alguma rejeição ou ofensa a quem se quer atingir. No que se refere aos subentendidos, às vezes as ofensas aparecem nos não-ditos do falante/escritor, mas compreendidos pelos ouvintes/leitores. Em relação à sinceridade, embora esta devesse ser preservada, em certas ocasiões, seria conveniente violar este princípio, tendo em vista a preservação da face do outro. Isto se aplica aos casos em que, por exemplo, alguém pede a outrem um parecer sobre si aguardando um elogio. No entanto, se a pessoa questionada emitir um juízo sincero, poderá desapontar o interlocutor. Assim, seria mais conveniente saber o que dizer e como dizê-lo para não ofender e nem se desviar muito da verdade.

Saber sincronizar suas mímicas com suas falas e aquelas do co-enunciador. Consiste na capacidade de saber quais os gestos que são mais convenientes a determinadas situações, para que estes não sejam exagerados ou discrepantes em relação ao que está sendo dito ou, simplesmente, inexistem, quando poderiam dar mais expressividade a um discurso.

Saber respeitar a diversidade lingüística dos falantes. Consiste na capacidade de saber respeitar a variante lingüística das pessoas de regiões diferentes ou de comunidades lingüísticas que utilizam as regras do dialeto não-padrão. É importante não subestimar as pessoas que não dominam a Norma Culta, sobretudo porque geralmente estão implícitos, na variante lingüística que utilizam, o nível de escolaridade, a profissão e outros fatores regionais, socioculturais e até econômicos.

Saber adequar a linguagem às situações comunicativas. Consiste na capacidade de saber que existem linguagens diferentes (registros) para cada situação, para cada texto, para cada objetivo, para cada profissão. É também saber quando se deve utilizar uma linguagem formal ou informal, por exemplo.

Saber adequar a altura da voz, a entonação e o vocabulário aos objetivos da comunicação oral. Concerne à capacidade de saber que, em situação de conversação ou comunicação oral, é necessário refletir sobre estas questões: a situação é formal ou informal? Qual é o nível de conhecimento do público sobre o assunto? Qual é a finalidade da comunicação? Se a situação for formal, devem ser evitadas expressões lingüísticas como gírias, jargões e outras do gênero, porque seriam inadequadas a tais situações. Essas expressões não ficariam bem em situações como entrevistas para seleção de algum curso de pós-graduação, para conseguir um contrato de trabalho e em outras situações similares. Essa linguagem também seria inadequada a palestras, defesas de trabalhos científicos, comunicações em eventos culturais, discursos em eventos sociais, etc. Em caso de palestras ou situações semelhantes, dependendo do nível de formalidade e do nível de conhecimento do público, a linguagem pode oscilar entre o formal e o informal. Às vezes, para animar o público a interagir,

é necessário fazer algumas adaptações buscando a linguagem que mais convém à ocasião e que mantém o público motivado a interagir com o palestrante. A altura da voz também é fundamental, porque nem pode ser muito alta, a ponto de incomodar, nem muito baixa, a ponto de não ser ouvida. E a entonação é também um aspecto a destacar, porque esta é responsável, em grande parte, pelos efeitos de sentido que se quer produzir. Além disso, um discurso com a entonação igual do início ao fim ficaria monótono, cansativo, desmotivador.

Competências específicas da Competência Comunicativa

A Competência Comunicativa implica duas outras competências: a gramatical ou lingüística e a textual (TRAVAGLIA, 2003, p.17).

A *competência gramatical* ou *lingüística* é a capacidade que o usuário da língua possui para gerar seqüências lingüísticas (sentenças) que são próprias da língua, como também compreender as que ouve ou lê, reconhecendo quando são ou não bem formadas.

Por exemplo, será que algum aluno ou professor de Matemática consideraria bem formada uma seqüência como esta: “Os conceitos de quadrado, retângulo e triângulo pertencem a uma área da Matemática denominada Aritmética”? Embora a seqüência lingüística esteja dentro de uma estrutura sintática conhecida por qualquer usuário da Língua Portuguesa, tal sentença não seria aceitável, visto que não conta com o componente semântico, o qual daria sentido ao enunciado. Poderia ser considerada bem formada se, no lugar de Aritmética, estivesse a palavra Geometria. Da mesma forma, não seria considerada gramatical uma frase como “*Geometria quadrado pertencem triângulo retângulo e área conceitos os uma de a Matemática denominada*”, já que em nossa língua não existe nenhuma estrutura de frase semelhante a esta, ou seja, com as palavras nessa ordem. Nesse caso, faltou o componente sintático. A competência gramatical implica o conhecimento do Dialeto Padrão em todos os níveis (do fonético ao sintático) e das demais variantes lingüísticas que, no conjunto, representam a língua.

A **competência textual** diz respeito à capacidade que o usuário da língua deveria ter para, em situações de interação social, produzir e compreender textos considerados bem formados.

De acordo com o estudioso mencionado antes, esta competência implica três capacidades, quais sejam:

1^a) **Capacidade formativa**, que permite ao usuário da língua produzir e compreender um número ilimitado de textos e avaliar se estes são ou não bem formados.

2^a) **Capacidade transformativa**, que permite ao usuário da língua não somente modificar um texto de diversos modos e com diferentes objetivos, mas também julgar se o produto dessas modificações é adequado ao texto sobre o qual foi realizada a reformulação. Por exemplo, produzir o resumo de um texto e reconhecer se o texto reformulado corresponde ao original.

3^a) **Capacidade qualitativa**, que possibilita ao usuário da língua não apenas dizer a que tipo de texto pertence um dado gênero (se é um romance, uma anedota, um artigo científico, um relatório, um memorial descritivo, etc.), mas também ser

capaz de produzir diversos tipos de texto, tendo em vista os objetivos comunicativos. Esta capacidade, portanto, requer um conhecimento de tipologia textual, ou seja, saber que os textos que circulam na sociedade se agrupam em categorias. Kaufman e Rodriguez subdividem os textos, consoante as características lingüísticas destes, em sete tipos: *literários, jornalísticos, de informação científica, instrucionais, epistolares, humorísticos e publicitários* (KAUFMAN e RODRIGUEZ, 1995, p.20-43). Esta não é, contudo, a única proposta. Há muitos autores que apresentam outras tipologias baseadas em critérios diferentes dos utilizados pelas autoras acima citadas.

As três capacidades que integram a *competência textual* implicam leitura, visto que, através dessa atividade, o leitor se apropria de conhecimentos que tanto o ajudam a tornar-se um leitor proficiente quanto um bom redator.

Para tornar-se um bom leitor, consoante Solé (1998), Kleiman (1996), Smith (1999) e Foucambert (1994), é importante saber utilizar adequadamente estratégias de leitura, procedimentos cognitivos ou metacognitivos adotados pelo leitor para que este possa atingir os objetivos da leitura.

As estratégias cognitivas são *operações inconscientes do leitor, no sentido de não ter chegado ao nível consciente, que ele realiza para atingir algum objetivo de leitura*. Já as metacognitivas são *aquelas operações (não regras), realizadas com algum objetivo em mente, sobre as quais temos controle consciente, no sentido de sermos capazes de dizer e explicar a nossa ação* (KLEIMAN, 1996, p. 50). Essas estratégias permitem ao leitor se auto-avaliar constantemente e determinar um objetivo para a leitura. Na opinião dessa pesquisadora, *o leitor que tem controle consciente sobre essas duas operações saberá dizer quando ele não está entendendo um texto e saberá dizer para que ele está lendo um texto* (KLEIMAN, op cit, p.50).

Em síntese, as estratégias cognitivas independem de uma reflexão, por serem intuitivas; já as metacognitivas demandam reflexão e controle consciente dos procedimentos adotados para atingir um objetivo de leitura, permitindo ao leitor fazer uma opção mais segura pela melhor estratégia para atingir um objetivo de leitura.

Na opinião de Solé, *o ensino de estratégias de compreensão contribui para dotar os alunos dos recursos necessários para aprender a aprender*. (SOLÉ, 1998, p.72),

Seria interessante, portanto, que os alunos fossem treinados para utilizar, no mínimo, quatro estratégias que os estudiosos da leitura supracitados recomendam: 1ª) **Seleção**. Trata-se de um procedimento cognitivo que consiste em uma leitura rápida e objetiva, desprezando informações que não interessam. Esta estratégia serve para atingir objetivos como selecionar material bibliográfico para uma pesquisa, buscar o significado de um verbete no dicionário, etc.:2ª) **Previsão**. Esta estratégia leva o leitor a construir hipóteses sobre o conteúdo do texto que está lendo ou que vai ler. Suas previsões podem começar com o título, mas devem continuar no decorrer da leitura, a partir de certas pistas percebidas pelo leitor. Esse procedimento é fundamental para acionar os conhecimentos prévios do leitor, ajudando-o a construir o sentido do texto de modo global, sem ler palavra por palavra; 3ª) **Verificação**. É o procedimento adotado para verificar se as previsões feitas

anteriormente se confirmam. O leitor proficiente sempre deve utilizar esta estratégia, para não se tornar um adivinhador, ou seja, aquele que fica satisfeito apenas com suas previsões e não se dá ao trabalho de ler o texto até o final; 4ª) **Identificação**. Este é um procedimento que o leitor adota para detectar informações novas, palavras-chave, idéias principais de um texto, etc. Um leitor que saiba utilizar esta estratégia certamente terá mais facilidade para resumir e produzir textos.

Saber ler com rapidez e objetividade significa economizar tempo e ampliar as possibilidades de atender aos objetivos da leitura. E a leitura proporciona ao leitor ampliar o vocabulário, apropriar-se de conhecimentos sobre a língua, sobre temas diversos e sobre estruturas textuais. Enfim, um bom leitor dispõe dos recursos necessários para se tornar um bom redator. Afinal, produzir um texto não é juntar palavras ou frases desconexas, mas construir *“uma unidade de sentido de um contínuo comunicativo contextual que se caracteriza por um conjunto de relações responsáveis pela tessitura do texto – os critérios ou padrões de textualidade, entre os quais merecem destaque especial a coesão e a coerência* (FÁVERO e KOCH, 1988, p.25).

COMPETÊNCIAS METALINGÜÍSTICA E METACOGNITIVA

Com os estudos na área da psicolingüística e psicologia cognitiva, surgiram duas novas competências que deveriam merecer atenção especial no ensino-aprendizagem de línguas e de outras disciplinas. Essas competências estão relacionadas com a Competência Comunicativa, situando-se em um nível mais elevado de cognição, uma vez que se posicionam no nível da reflexão. Trata-se das competências *metalingüística e metacognitiva*.

A *competência metalingüística* permite ao usuário da língua refletir sobre as diversas atividades lingüísticas que ele realiza para fazer escolhas conscientes e adequadas sobre vocabulário, objetivos da comunicação, estruturas sintáticas e textuais, estratégias de leitura, etc. Para tais escolhas, é necessário ativar os conhecimentos teóricos e estruturas cognitivas construídas nas práticas de leitura e escrita.

Além disso, esta competência diz respeito à capacidade que o usuário da língua possui para abstrair fatos da língua, a partir de observações e com base em conhecimentos teóricos, ser capaz de explicitar, descrever e até classificar tais fatos lingüísticos. É, portanto, uma competência que faz com que um usuário da língua venha a se tornar um lingüista.

É pelo desenvolvimento desta competência que uma pessoa chega ao nível de autocorreção, o mais elevado, visto que, neste estágio, o usuário da língua é capaz de detectar em si mesmo problemas de leitura ou de escrita, identificar seus erros, refletir sobre estes e buscar as estratégias mais adequadas para corrigi-los. Assim, torna-se autônomo na busca de conhecimentos lingüísticos.

A *competência metacognitiva* implica algumas capacidades, tais como: refletir sobre os processos de aprendizagem (auto-avaliação); detectar dificuldades de aprendizagem em um determinado assunto; desenvolver estratégias para superar as próprias limitações; sistematizar os caminhos utilizados para realizar com êxito uma tarefa, saber descrevê-los e reaplicá-los sempre que tiver dificuldades em suas aprendizagens. Em

síntese, a *competência metacognitiva* é que permite ao sujeito “aprender a aprender”. Esta competência, quando integrada à *competência metalingüística*, auxiliará aqueles que dela se apropriarem a superar dificuldades relacionadas não somente às atividades de *linguagem*, mas também à aprendizagem de conteúdos de outras áreas. A *competência metacognitiva* é imprescindível a todo estudante, professor ou pesquisador, porque propicia autonomia na busca do conhecimento. Além disso, todo curso, de qualquer nível, deveria auxiliar o aluno a desenvolver esta competência.

Para exemplificar como a competência metacognitiva é importante, seria interessante supor uma situação em que uma pessoa precisa enfrentar um público para expor um trabalho, mas tem dificuldades para se expressar oralmente em tais circunstâncias.

Se essa pessoa dispuser da competência metacognitiva, poderá pensar nas causas dessas dificuldades e buscar recursos para superá-las. Como a insegurança sempre pode decorrer de um receio de não apresentar bem o trabalho, a pessoa poderá preparar um plano de apresentação, aprofundar bem os conhecimentos sobre o assunto, refletir sobre as possíveis perguntas que o público poderá dirigir-lhe e preparar as possíveis respostas. Poderá, ainda, selecionar o material de ilustração e refletir sobre o que vai dizer além do que está escrito no seu plano de apresentação. Por fim, poderá ensaiar a exposição diante de algumas pessoas mais próximas, a fim de perder um pouco a timidez e para que estas possam apontar-lhe alguma falha que possa ser corrigida. Com toda essa preparação, ficam bastante minimizadas as chances de fracasso.

Dispor da competência *metacognitiva* é poder se auto-avaliar, ser capaz de detectar os próprios erros ou limitações, refletir sobre estes e buscar soluções. Todavia, para monitorar processos de aprendizagem, o sujeito precisa saber ler e escrever, razão pela qual, para chegar à autonomia intelectual, ou seja, ser capaz de “aprender a aprender”, o sujeito precisaria desenvolver as três competências: a comunicativa, a metalingüística e a metacognitiva.

ANÁLISE DE SITUAÇÕES DA VIDA PESSOAL E PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

De acordo com as concepções de competência já discutidas anteriormente, uma condição indispensável ao seu desenvolvimento é a **situação**. Com base nisso, pretende-se mostrar aqui algumas situações da vida do professor de Matemática (e que um professor em formação também deveria saber) em que a competência comunicativa poderá ser convocada para duas finalidades: para realizar atividades de linguagem e para servir de suporte a outras competências específicas do professor de Matemática, as quais foram mencionadas por PIRES (2002, p.45-47). Vale ressaltar que nem sempre a competência comunicativa será convocada para atender aos dois objetivos acima. Haverá casos em que ela só terá uma função. Convém esclarecer que não serão mostradas aqui todas as situações da vida pessoal e profissional do professor em questão, e, sim, as mais comuns.

1ª) Situação: em reuniões. Nesse contexto, a competência comunicativa é indispensável, porque todo professor

deveria saber presidir uma reunião ou secretariá-la. Para presidir, ele deveria saber: elaborar uma pauta de reunião, distribuir turnos de fala, verificar desvios do tema e retomar o tópico em discussão quando os conflitos e digressões ultrapassassem o nível de aceitação da maioria; manter a liderança sem ser autoritário; preservar a própria face e a dos outros participantes, respeitando opiniões contrárias às suas, evitando constranger os membros da reunião e atenuando conflitos. Para secretariar, seria bom que ele soubesse redigir uma ata, estruturar bem o texto, identificar as informações mais relevantes para registrá-las, cuidar da linguagem para não acentuar certos conflitos que poderiam ser amenizados ou dissipados pelo uso adequado da linguagem.

2ª Situação: na interação com outras pessoas. Não só na vida pessoal, mas também na profissional, o professor sempre precisará interagir com muitas pessoas.

Na vida pessoal, com amigos, parentes e outras pessoas com as quais terá que dialogar, seria proveitoso que o professor dispusesse dos saberes elencados no tópico 4.1. Vale ressaltar que um professor deveria estar consciente de que, mesmo fora do ambiente profissional, a sua linguagem pode contribuir para uma boa ou má imagem. Logo, seria interessante ele refletir sobre os comportamentos lingüísticos adequados a um educador.

3ª Situação: na vida profissional. Nesse contexto, terá contato com colegas, funcionários, superiores, autoridades, alunos e também pais de alunos. Nesse ponto, a competência comunicativa serve de suporte a uma das competências específicas do professor de Matemática - *Estabelecer relações de parceria e colaboração com os pais dos alunos, de modo a promover sua participação na comunidade escolar e a comunicação entre eles e a escola* – que integra o conjunto das *Competências referentes à compreensão do papel social da escola*, proposta por Pires (2002, p. 46). Se o professor não dispuser de um bom nível de comunicação, poderá criar problemas, uma vez que os pais comumente pensam diferente dos professores. Logo, o professor necessita saber lidar com esse público, o que implica dominar os saberes elencados em 4.1.

Além desses contatos profissionais, o professor tem a **sala de aula**. Entretanto, antes de chegar a essa situação, ele precisará planejar sua aula a fim de criar as condições para atender às demandas de suas práticas docentes. A competência comunicativa, assim, é convocada para dar suporte a outra competência específica do professor de Matemática, a qual se encontra no conjunto das *Competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico - Criar, planejar, realizar, gerir e avaliar situações didáticas eficazes para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos alunos, utilizando o conhecimento das áreas ou disciplinas a serem ensinadas, das temáticas sociais transversais ao currículo escolar, dos contextos sociais considerados relevantes para a aprendizagem escolar, bem como as especificidades didáticas envolvidas* (PIRES, op. cit. p.46)

Em sala de aula, as interações entre professor e alunos ocorrem em uma situação assimétrica, por isso conflitante: de

um lado, o professor, na posição de poder; do outro, os alunos, em posição inferior. É indispensável que o professor saiba lidar com os diferentes comportamentos, idéias, culturas e outras características de seus alunos, para não exercer sua autoridade de modo a abusar do seu poder, nem tampouco negligenciar seu papel social e, em conseqüência, perder o controle da classe. Também precisa saber utilizar bem a linguagem para não incentivar qualquer tipo de discriminação. Nesse ponto, a competência comunicativa, além de poder colaborar para dissipar conflitos, assessora duas outras competências do professor de Matemática: a primeira, é **Gerir a classe, a organização do trabalho, estabelecendo uma relação de autoridade e confiança com seus alunos**, constitui uma das competências específicas do quadro de *Competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico* (id., p.46)); a segunda, **Reconhecer e respeitar a diversidade manifesta por seus alunos, em seus aspectos sociais, culturais e físicos, detectando e combatendo todas as formas de discriminação**, integra o elenco de *Competências referentes ao comprometimento com os valores inspiradores da sociedade democrática* (id., p.46) (grifo nosso).

Na sala de aula, o professor desenvolve diversas atividades de linguagem, como para introduzir um tópico discursivo, abordar um conteúdo, desenvolvê-lo, defini-lo de várias formas, exemplificá-lo, contextualizá-lo, estabelecer diálogo com os alunos, questioná-los, motivá-los a buscar seus conhecimentos prévios, orientá-los a ler o enunciado de um problema, discutir estratégias de resolução, observar e descrever procedimentos adotados para resolver um determinado problema, construir uma fórmula matemática, entre outras atividades que seria até exaustivo enumerar.

Além disso, também se servirá da linguagem para contextualizar conteúdos e relacioná-los com outras áreas do saber, enfatizando dois pontos defendidos pela LDB para que a aprendizagem aconteça: a *contextualização* e a *interdisciplinaridade*. Com isso, a competência comunicativa serve de suporte a duas competências específicas do professor de Matemática que integram as *Competências referentes ao domínio dos conteúdos a serem socializados, de seus significados em diferentes contextos e de sua articulação interdisciplinar*, quais sejam: a primeira é **Ser capaz de relacionar os conteúdos básicos referentes às áreas/disciplinas de conhecimento com: (a) os fatos, as tendências, os fenômenos ou movimentos da atualidade; (b) os fatos significativos da vida pessoal, social e profissional dos alunos**; a segunda é **Compartilhar saberes com docentes de diferentes áreas/disciplinas de conhecimento; e articular em seu trabalho as contribuições dessas áreas** (id., p.46).

No que se refere mais especificamente à exposição de conteúdos, a competência comunicativa é convocada para servir de suporte a mais uma das competências específicas do professor de Matemática proposta por Pires (id., p.46): **Manejar diferentes estratégias de comunicação dos conteúdos, sabendo eleger as mais adequadas, considerando a diversidade dos alunos, os objetivos das atividades propostas e as características dos próprios conteúdos**. Esta competência também integra o conjunto

das *Competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico*.

As práticas da linguagem sintetizam-se em fala/escuta, leitura/escrita e, na sala de aula, dependendo da disciplina e dos procedimentos didáticos adotados pelo professor, estas práticas podem tender mais para fala/escuta ou para leitura/escrita, ou todas, cada uma a seu momento, no decorrer de uma aula. Em todas essas modalidades, o aluno estará exercitando a competência comunicativa sob as orientações do docente em evidência.

4ª Situação: na formação continuada. Nessa perspectiva, a competência comunicativa desempenha um papel mais importante ainda, visto que o professor precisará aprender a realizar o necessário vai-e-vem entre a teoria e a prática, ou seja, a reflexão-ação-reflexão a partir da qual poderá detectar problemas não só nas aprendizagens dos alunos, mas também em relação ao seu desempenho profissional. Após a detecção de problemas, esse profissional precisaria buscar soluções que, por sua vez, demandariam atualização. Para este objetivo, a pesquisa seria indispensável. Para dar continuidade à formação, muitos caminhos poderiam ser trilhados: troca de informações com colegas mais experientes, busca de explicações com especialistas no assunto, leituras específicas, participação em grupos de estudo, em eventos culturais e em cursos de pós-graduação.

Todos os caminhos convergem para a pesquisa, não necessariamente científica. Portanto, a prática da investigação é imprescindível à profissão de professor, ainda mais porque não seria aceitável pensar em um educador incapaz de produzir conhecimento. Aliás, não há como discordar de Pires, especialista em formação de professor de Matemática, quando esta afirma: “[...] a postura da investigação e as formas de efetivá-la em práticas que revertam em conhecimento significativo precisam ser desenvolvidas nos processos de formação (PIRES, 2000, p.14). Entretanto, para que o fim almejado pela pesquisadora citada pudesse efetivar-se, seria necessário que o professor gostasse de ler e de escrever, visto que uma pesquisa implica atividades lingüísticas que vão das mais simples (interações informais, leitura para seleção de material bibliográfico, entrevistas, anotações em fichas) até as mais complexas (produção, difusão e aplicação de novos conhecimentos).

A pesquisa também requer o uso de novas tecnologias, o que demanda atividades de linguagem. Logo, as três competências da área da linguagem (Comunicativa, Metalingüística e Metacognitiva), estando aliadas aos recursos tecnológicos, contribuem significativamente para o professor aprender de modo mais rápido, mais organizado e mais seguro. Com tais competências, o professor ou futuro professor poderia aprender não apenas sobre linguagem e outros assuntos, mas também sobre as tecnologias digitais, podendo realizar muitas atividades, tais como: explorar recursos didáticos de muitos programas; comunicar-se a distância com especialistas em alguma área por meio da telemática; trabalhar com editores de textos; utilizar ferramentas multimídia no ensino; adquirir informações sobre temas diversos via *Internet*; elaborar projetos de aprendizagem cooperativa; e produzir e difundir conhecimentos.

Em síntese, o professor ou futuro professor estaria desenvolvendo mais duas competências específicas do professor de Matemática, propostas por Pires (id. p. 47), que integram as *Competências referentes ao gerenciamento do próprio desenvolvimento profissional*, quais sejam: **Utilizar as diferentes fontes de informação, adotando uma atitude de disponibilidade e flexibilidade para mudanças, gosto pela leitura e empenho no uso da escrita como instrumento de desenvolvimento profissional** e **Elaborar e desenvolver projetos pessoais de estudo e trabalho, empenhando-se em compartilhar a prática e produzir coletivamente.**

Como a produção de conhecimento implica a difusão deste, o professor necessitaria participar de eventos, e estes requerem comunicação oral e escrita. A competência comunicativa, mais uma vez, é fundamental, visto que, para expor oralmente um trabalho, o expositor precisaria, entre outras coisas, saber: 1º) elaborar um plano do trabalho a ser apresentado, com seleção de informações relevantes, tais como objetivos, metodologia, resultados, contribuições a outras áreas de conhecimento, etc.; 2º) dividir bem os tópicos do tema e ordená-los numa seqüência lógica que favorecesse a compreensão do público; 3º) selecionar tipos de letras e tamanhos adequados, em caso de utilização de cartazes, transparências ou *slides*, para permitir uma boa leitura àqueles que estivessem posicionados em lugares mais distantes do recinto em relação ao expositor; 4º) selecionar ilustrações interessantes e outros recursos audiovisuais; 5º) adequar a linguagem ao público e aos objetivos do trabalho, desde a altura da voz até a escolha do vocabulário específico, considerando a distância espacial entre expositor e interlocutores e o nível de conhecimento destes; 6º) utilizar argumentos consistentes nos quais o conhecimento aprofundado do tema e o domínio do Dialeto Padrão seriam fundamentais; 7º) saber respeitar os pontos de vista daqueles que o questionassem em sua exposição, levando em conta a necessária preservação das faces dos envolvidos (cf. 4.1.).

Pela análise realizada, infere-se que a competência comunicativa, juntamente com as competências metalingüística e metacognitiva, colaboram, além do que foi mostrado nesta seção, para que sejam cumpridas todas as finalidades do ensino superior, consoante Art. 43º da LDB, sobretudo nos Incisos transcritos abaixo:

I – Estimular a criação cultural e o desenvolvimento do espírito científico e do pensamento reflexivo;

II – Formar diplomados nas diferentes áreas de conhecimento, aptos para inserção em setores profissionais e para a participação no desenvolvimento da sociedade brasileira, e colaborar na sua formação contínua ;

III – Incentivar o trabalho de pesquisa e investigação científica, visando ao desenvolvimento da ciência e da tecnologia e da criação e difusão da cultura, e, desse modo, desenvolver o entendimento do homem e do meio em que vive;

IV – Promover a divulgação de conhecimentos culturais, científicos e técnicos que constituem

patrimônio da humanidade e comunicar o saber através do ensino, de publicações ou de outras formas de comunicação;

V – Suscitar o desejo permanente de aperfeiçoamento cultural e profissional e possibilitar a correspondente concretização, integrando os conhecimentos que vão sendo adquiridos numa estrutura intelectual sistematizadora do conhecimento de cada geração;

VII – Promover a extensão, aberta à participação da população, visando à difusão das conquistas e benefícios resultantes da criação cultural e da pesquisa científica e tecnológica geradas na instituição. (grifos nossos).

Em síntese, a competência comunicativa contribui para o desenvolvimento de todas as **Competências do Professor de Matemática**, tanto as que foram citadas neste tópico quanto as demais propostas por Pires (2002, 45-47), visto que todas implicam atividades de linguagem e interações sociais.

Convém destacar que o não-desenvolvimento da competência em relevo neste estudo acarretaria problemas para esse profissional, uma vez que ele ficaria impedido de: planejar bem suas aulas; expor conteúdos de formas variadas e adequadas ao nível de compreensão de seus alunos; interagir melhor com os discentes, criando um ambiente mais propício às discussões que o processo de ensino-aprendizagem supõe; propor atividades lingüísticas, sabendo orientar e avaliar seus alunos de modo que estes pudessem desenvolver a linguagem e, simultaneamente, o pensamento; servir de modelo para seus alunos e, mais grave ainda, investir em sua formação contínua. Logo, o não-desenvolvimento dessa competência significa um obstáculo à formação inicial e, principalmente, à formação continuada.

CONDIÇÕES FAVORÁVEIS AO DESENVOLVIMENTO DA COMPETÊNCIA COMUNICATIVA NOS CURSOS DE MATEMÁTICA

De acordo com a PRODIFEPEB (MEC, 2000), as competências *tratam sempre de alguma forma de atuação, e só existem 'em situação'*. Logo, *não podem ser aprendidas apenas pela comunicação de idéias (...)*. É importante lembrar também que os estudiosos de leitura e escrita, como Foucambert (1994), Smith (1999) e Solé (1998), defendem que só se aprende a ler, escrever e falar lendo, escrevendo e falando. Com base nesses autores, nos textos oficiais, em pesquisas de estudiosos de Educação Matemática e em experiências de sala de aula com graduandos e pós-graduandos da área em questão, pretende-se partilhar com formadores de professores e outros interessados na formação de docentes da área de exatas algumas condições que, se fossem criadas nos cursos de graduação, contribuiriam para desenvolver a competência comunicativa dos futuros professores de Matemática, quais sejam:

1ª) ensinar uma reflexão junto aos futuros professores de Matemática a respeito da importância da competência comunicativa para a conquista da cidadania, ajudando-os a pensar que é através da linguagem que as pessoas podem organizar melhor as idéias, expressar sentimentos e emoções,

construir argumentos consistentes, relacionar-se melhor com seus semelhantes, usufruir dos bens culturais produzidos pela humanidade, desempenhar bem seus papéis sociais, defender seus direitos, respeitar os direitos dos outros, enfim, exercer plenamente sua cidadania;

2ª) fornecer aos futuros professores informações sobre o que é competência comunicativa em toda a sua complexidade, a fim de que eles possam pensar nos pontos em que precisariam investir mais durante a sua formação e viabilizar recursos para superar suas limitações, quer seja na leitura, na escrita ou na oralidade;

3ª) motivar os alunos a refletir sobre suas atividades de linguagem, orientando-os a fazer a releitura em, pelo menos, duas situações: na primeira, para detectar possíveis erros em um texto produzido por eles e assim poderem reescrevê-lo; na segunda, para atender a objetivos como reler para aprender, para resumir, para esquematizar, para extrair alguma informação relevante e outras finalidades. Assim, o professor estaria auxiliando-os a desenvolver as estratégias de leitura adequadas a cada objetivo e a cada tipo de texto;

4ª) criar situações nas quais os futuros professores possam praticar os saberes e desenvolver as competências comunicativa, metalingüística e metacognitiva, conscientizando-os de que terão que desenvolvê-las ao longo da vida acadêmica e na formação continuada;

5ª) oferecer aos alunos oportunidades para que eles possam: expor idéias e conhecimentos prévios; discutir caminhos para a resolução de problemas; descrever processos desenvolvidos para chegar à solução de um problema; relatar a construção de uma fórmula matemática; justificar os procedimentos adotados para a resolução de um problema; elaborar problemas matemáticos; corrigir erros em enunciados de problemas matemáticos; ler e analisar criticamente textos científicos da área em questão; descobrir relações entre a Matemática e outras áreas; enfim, dar oportunidade para que os futuros professores pratiquem a linguagem nas suas modalidades e em vários tipos de textos;

6ª) propor, em avaliações de todas as áreas, algumas questões discursivas, mesmo em disciplinas como Cálculo ou em outras em que a linguagem dos símbolos possa ocupar maior espaço. E, em disciplinas didático-pedagógicas, atividades de linguagem e modelos dos textos específicos de tais áreas. Com isto, os professores poderiam mostrar a estrutura textual desses modelos, chamar a atenção para o tipo de linguagem utilizada, para a organização do texto na página, etc.;

7ª) orientar os futuros professores a realizar projetos de pesquisa sobre a matemática do dia-a-dia das pessoas e a aplicação desta disciplina em outras áreas, visto que um projeto sempre inclui muitas atividades de linguagem e muita lógica;

8ª) propor atividades que incluam conhecimentos de Língua Portuguesa, Metodologia Científica e Informática, para que os alunos possam aplicar os conhecimentos que adquiriram nessas três áreas em trabalhos de todas as disciplinas;

9ª) criar espaço para eventos culturais e estimular a participação dos futuros professores, uma vez que, da recepção à comunicação de trabalhos, a competência comunicativa é convocada para: **atividades de escrita** (elaboração de *folders*, convites, cartazes, faixas, *slogans*, painéis, resumos, esquemas de apresentação de trabalhos – em fichas, *slides* ou retroprojeções –, produção de artigos, preparação de oficinas, relatório de trabalhos); **atividades de oralidade** (apresentação do evento, na função de mestre de cerimônia; recepção e atendimento dos participantes do evento; exposição oral de trabalhos; condução de debates; discussões e outras) e **atividades de leitura** (ler para aprender, para se informar, para se orientar, para corrigir os próprios textos, para ser ouvido pelo público, para atender os participantes, etc.)³.

Estas sugestões não se esgotam aqui, mas, para a ampliação desta proposta, ficará aberto um espaço a todas as contribuições que provierem de pesquisadores e formadores de professores de Matemática que estiverem envolvidos na causa defendida neste estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como se mostrou neste trabalho, desenvolver a competência comunicativa dos futuros professores de Matemática requer o esforço de todos os professores do curso e também dos próprios alunos. Logo, seria pretensioso e utópico esperar que a disciplina Língua Portuguesa, com uma carga horária limitada a um semestre, assumisse sozinha tamanha responsabilidade. A essa disciplina caberá a tarefa de oferecer informações sobre a língua, propor atividades lingüísticas que demandam conhecimentos específicos da área da linguagem e também conscientizar os alunos sobre a necessidade de investirem na construção da competência que constituiu a preocupação central deste trabalho.

Aos professores de Matemática, qualquer que seja a disciplina, cabe partilhar de uma reflexão que possa se reverter em ações que venham ampliar as possibilidades de melhorar a formação dos futuros professores e fornecer-lhes os instrumentos necessários à formação continuada destes. O desenvolvimento da competência comunicativa constitui um dos grandes desafios.

Criar as condições para o desenvolvimento da competência em questão significa trabalhar no sentido de atender aos três eixos apontados nos Princípios Orientadores dos cursos de formação de professores de Educação Básica: **competência, coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor e pesquisa.**

³ No DMAT do Campus UNIR de Ji-Paraná, foi criada “A Semana da Matemática”, um evento cultural cuja idéia se deve à Profª Dra. Aparecida Augusta da Silva. Desse evento, que será realizado este ano pela 8ª vez e do qual o prof. Ms. Marlos Gomes de Albuquerque (co-autor deste artigo) já foi coordenador geral várias vezes, participam tanto alunos da graduação e da pós-graduação em Educação Matemática quanto os de outros cursos, além de educadores do município, de outras cidades e de outros estados. Nesse espaço, os acadêmicos de Matemática e os demais podem desenvolver a competência comunicativa em diversos papéis, ou seja, como recepcionistas, comunicadores, ouvintes, produtores de conhecimentos (artigos, pôsteres, etc.), e ainda aprendem muito com os palestrantes convidados. O evento, portanto, é uma ótima oportunidade para os futuros professores de matemática desenvolverem a competência comunicativa em todos os seus aspectos.

Referências Bibliográficas

- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº. 9.394**, de 20 de dez. 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria da Educação Média Tecnológica, 1999.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino de quinta a oitava séries**. Brasília: MEC/SEF, 2001.
- BROWN, P.; LEVINSON, S. Universals in language usage: politeness phenomena. Questions and politeness. In: GOODY, E. **Strategies in social interaction**. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.
- CUNHA, José Carlos da. **Pragmática Lingüística e Didática das Línguas**. Belém: UFPA, 1991.
- DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Stocco. Um professor competente para o ensino médio proposto pelos PCNEM. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 9-, n.II-A, Edição Especial, p.39-43, abr. 2002.
- FÁVERO, Leonor Lopes; KOCH, Ingedore G. Villaça. **Lingüística Textual: introdução**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1988.
- FOUCAMBERT, Jean. **A leitura em questão**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.
- GOMBERT, Jean-Emile. **Le développement métalinguistique**. Paris: PUF, 1990.
- GRIEBLER, Vilson Renato. Aprendizagem cooperativa via *internet*. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 10, n.13, p.28-35, mar. 2002.
- KAUFMAN, Ana Maria; RODRIGUEZ, Maria Elena. **Escola, leitura e produção de textos**. Porto Alegre: Artmed, 1995.
- KLEIMAN, Ângela. **Oficina de Leitura: teoria e prática**. 4. ed. Campinas (SP): Pontes: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1996.
- MAINGUENEAU, Dominique. **Les termes clés de l'analyse du discours**. Paris: Seuil, 1996.
- MALTA, Iaci. Linguagem, Leitura e Matemática. In: **Disciplinas Matemáticas em cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.
- MEC/SEC. **Proposta de Diretrizes para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica em Cursos de Nível Superior**. Brasília: MEC, maio/2000.
- MEDEIROS, Kátia Maria de. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 8, n.9, p.31-39, abr. 2001
- RODRIGUES FILHO, Claudino; GURGEL, Célia Margutti do Amaral. Aspectos interativos e discursivos no ensino de Matemática em séries iniciais: uma interpretação. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 9, n.12, p.46-54, jun. 2002.
- PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.
- PIETROPAOLO, Ruy César. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 9, n.II-A, Edição Especial, p.34-38, abr. 2002.
- PIRES, Célia Maria Carolino. Novos desafios para os cursos de licenciatura em Matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 7, n.8, p.10-15, jun. 2000.
- _____. Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores de Educação Básica. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 9, n.II-A, p.44-56, jun. 2002.
- SMITH, Frank. **Leitura Significativa**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.
- SOLÉ, Isabel. **Estratégias de Leitura**. 6 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- TRAVAGLIA, Luiz Carlos. **Gramática e Interação: uma proposta para o ensino da gramática**. 9 ed. rev. São Paulo: Cortez, 2003.
- ZUCHI, Ivanete. A importância da linguagem no ensino da Matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, Ano 11, n.16, p.49-55, mai. 2004.

A SAGA DO SINAL DE IGUALDADE: MAIS DE 450 ANOS DE HISTÓRIA¹

José Dilson Beserra Cavalcanti² - Marcelo Câmara dos Santos³

RESUMO: O símbolo "=" é um dos mais utilizados na Matemática e no ensino de Matemática, sendo também muito empregado em diversas outras Ciências, como, por exemplo, nas fórmulas estudadas em Física e nas próprias situações do cotidiano. O significado mais comum e popular desse símbolo é afirmar que uma coisa *é igual* a outra, daí o nome sinal de igualdade. O símbolo "=" foi utilizado pela primeira vez, para denotar igualdade, em 1557, pelo inglês Robert Recorde, perfazendo, em 2008, a união entre o símbolo "=" e o conceito de igualdade mais de 450 anos. Contudo, a história nos mostra que nem sempre o conceito de igualdade foi representado pelo "="; pode-se dizer também que este símbolo já teve outros significados não relacionados com a igualdade. Nosso objetivo neste artigo é apresentar alguns aspectos históricos relacionados ao sinal de igualdade. **Palavras-chave:** Matemática, símbolos, sinal de igualdade, história.


HISTÓRIA DO SINAL DE IGUALDADE



É difícil pensarmos em Matemática sem o símbolo "=" representando a igualdade. Contudo, a história nos mostra fatos interessantes de encontros e desencontros entre o símbolo "=" e o conceito de igualdade. Se, por um lado, a igualdade nem sempre foi representada pelo "=", por outro, o símbolo "=" já teve diversos outros significados.

Antes de iniciarmos nosso estudo sobre a história do sinal de igualdade, esclarecemos que, no desenvolvimento histórico da Álgebra, notam-se as seguintes periodizações: Álgebra Retórica, Álgebra Sincopada e Álgebra Simbólica. A primeira referente à utilização da linguagem vernácula da época paleobabilônica (entre 2000 e 1600 a.C.); a segunda, representada também por esse tipo de linguagem, porém com alguns termos técnicos escritos na forma de abreviaturas; a terceira, relativa à substituição das palavras e abreviaturas por sinais simbólicos e pela introdução do uso sistemático de letras para representar valores desconhecidos (PUIG, 1998).

Em relação à maneira como a igualdade foi expressa ao longo dos tempos, podemos dizer que aconteceu algo semelhante. A igualdade já foi expressa retoricamente por palavras, tais como: *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *fera egale*, *phalam*, *ghelijck*, ou *gleich* (CAJORI, 1993; BOYER, 1974; CONTADOR, 2006); por abreviações como *aeq* para *aequales* ou *aequantur* e, *pha*, para *phalam*; e por diferentes símbolos.

Cajori (1993) indica que podemos encontrar no papiro de

Rhind⁴ um símbolo semelhante a este  significando "it gives" (dá), classificando-o praticamente como uma marca para igualdade em uma equação linear. Na aritmética do manuscrito Bakhshālī⁵, encontra-se a contração *pha* (para *phala*) para indicar o resultado de uma operação: assim, "pha serve como um sinal de igualdade" (CAJORI, 1993, p. 79).

Conforme Cajori (ibid), vários matemáticos utilizaram regularmente símbolos como sinais de igualdade. Diofanto⁶ utilizou um símbolo semelhante a este ; já o símbolo  foi utilizado por al-Qalasâdī⁷; Regiomontanus⁸ utilizou um travessão horizontal —, assim como foi utilizado, posteriormente, na Itália, por Luca Pacioli⁹, Ghaligai¹⁰ e outros. Entretanto, Pacioli utiliza o travessão para vários propósitos, além do de expressar igualdade, e Ghaligai expressava a igualdade por travessões (— — —); um único travessão (—) era utilizado também para separar fatores.

A repetição de um símbolo, simplesmente para preencher um intervalo, é encontrada muito tempo depois em conexão com o sinal de igualdade (=). "Assim, John Wallis¹¹, em sua *Mathesis universalis* ([Oxford, 1657], p. 104), escreve: $1 + 2 - 3 = = = 0$ " (CAJORI, 1993, p. 113). Já Gerolamo Cardano¹², por sua vez, deixava, algumas vezes, um espaço em branco no lugar onde colocamos, comumente, o sinal de igualdade (CAJORI, 1993).

O sinal de igualdade, como o conhecemos atualmente pelo símbolo "=", só foi introduzido, em 1557, pelo inglês Robert

¹ Este artigo é um recorte do quadro teórico de nossa dissertação de mestrado.

² Universidade Federal do Recôncavo da Bahia-UFRB. dilsoncavalcanti.ufrb@gmail.com

³ Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Pernambuco. marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

⁴ Papiro egípcio datado de aproximadamente 1620 a.C., conhecido também como papiro de Ahmes.

⁵ Manuscrito datado aproximadamente de 400 d.C., encontrado por um agricultor próximo da aldeia Bakhshālī, na Índia. *The Bakhshālī Manuscript*, Indian Antiquary, Vol. XVII (Bombay, 1988). (nota de CAJORI, 1993).

⁶ Matemático grego que viveu, segundo alguns autores, em torno de 250 d.C

⁷ Matemático árabe (1412-1486).

⁸ Johannes Müller von Königsberg, matemático e astrônomo alemão (1436-1476), comumente chamado de Regiomontanus.

⁹ Monge franciscano e célebre matemático italiano (1445-1517)

¹⁰ Matemático italiano (?-1536), conforme Heffer (2004)

¹¹ Matemático inglês (1616-1703)

¹² Matemático, físico e médico italiano (1501-1576)

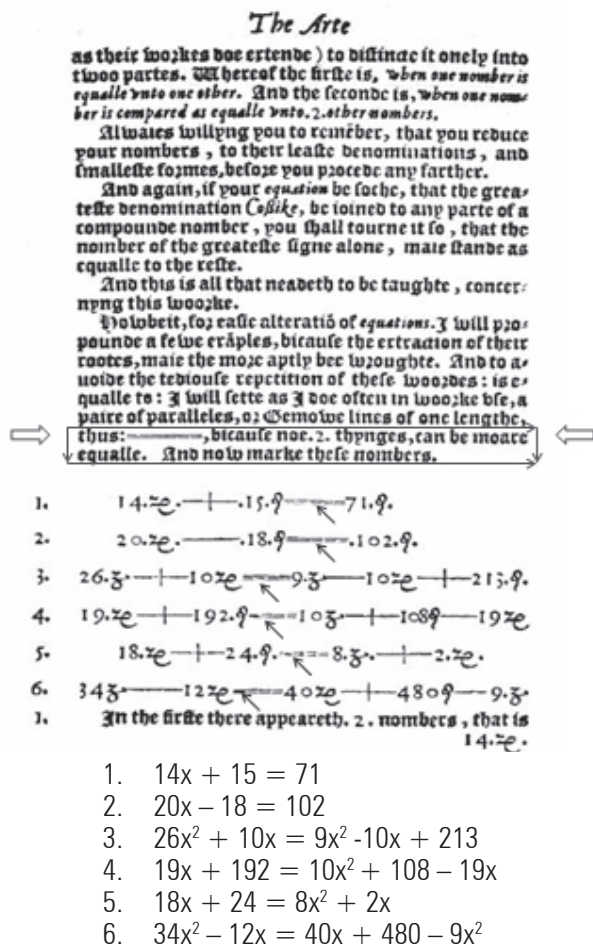
Recorde¹³ em seu livro *The Whetstone of Witte*¹⁴, que é considerado o primeiro tratado inglês sobre Álgebra.

A figura 04, abaixo, corresponde à página do livro de Recorde na qual aparece, pela primeira vez, o símbolo moderno de igualdade. Observe-se que o símbolo “=” que utilizamos atualmente é uma versão ligeiramente menos longa do símbolo inventado por Recorde.

Cajori (1993) explica que nos livros impressos antes da introdução do símbolo de Recorde, a igualdade era expressa por algumas das palavras citadas anteriormente ou pela forma abreviada *aeq.* Segundo Contador (2006), Recorde utilizou o símbolo “=” com o objetivo de substituir *aequales* (empregada desde 1500) ou sua forma abreviada *aequ* (empregada a partir de 1550).

Observando a figura acima, as setas indicam o símbolo “=”, e o trecho em destaque corresponde à justificativa de Recorde ao escolher esse símbolo para igualdade: “*bicause noe .2. thynges, can be moare equalle* (Porque duas coisas não podem ser mais iguais).

As expressões que aparecem na figura 04, conforme Meavilla (2001), são traduzidas para o simbolismo moderno da seguinte maneira:



Recorde introduziu o símbolo “=” como sinal de igualdade no capítulo dedicado à resolução de equações algébricas com a finalidade de facilitar a manipulação que ocorre no processo de resolução das equações, evitando, assim, a repetição tediosa da expressão “*is equalle to*”¹⁵.

O sinal de igualdade está associado, de certo modo, com a manipulação das equações, possibilitando assim trabalhar com a combinação de operações no decorrer do processo de resolução. Essas operações correspondem à adição e subtração dos termos homogêneos em ambos os lados da equação, à divisão e multiplicação de uma equação por uma incógnita (introduzidas por Cardano) e à adição e subtração de duas equações (introduzidas por Cardano e aperfeiçoada por Peletier e Buteo) (HEEFFER, 2004; 2007). Heeffer (2004) afirma, então, que “o sinal de igualdade simboliza a equação algébrica” (p. 17).

Em outro estudo, Heeffer (2007) argumenta que o conceito de equação emergiu totalmente em 1560, aproximadamente. Este autor também afirma que os símbolos são introduzidos em consequência do pensamento simbólico. Dessa maneira, a invenção e utilização do símbolo de igualdade fornecem evidência histórica da introdução de um símbolo representando um conceito matemático recentemente emerso (HEEFFER, 2007).

A introdução do sinal de igualdade como símbolo de equação conclui o estágio básico do desenvolvimento em direção à Álgebra Simbólica, como iniciado na Alemanha até o fim do décimo quinto século (HEEFFER, 2007). Heeffer (ibid.) realça ainda que “o tempo da introdução do sinal de igualdade, em 1557, coincide perfeitamente com as nossas análises conceituais dos manuais de Álgebra do décimo sexto século” (p. 18). Assim, este autor referiu-se ao sinal de igualdade como a jóia da coroa da Álgebra Simbólica.

Um fato curioso é que a propagação da utilização do símbolo “=” como sinal de igualdade não aconteceu de maneira imediata, nem tampouco, sem complicações. Foi apenas no século XVII, especificamente em 1631, que o símbolo de Recorde recebeu o reconhecimento mais geral na Inglaterra, sendo adotado como símbolo para igualdade em três importantes trabalhos: *Artis Analyticae Praxis*, de Thomas Harriot¹⁶; *Clavis Mathematicae*, de William Oughtred¹⁷; e *Trigonometria*, de Richard Norwood¹⁸ (CAJORI, 1993). Em relação ao período entre o aparecimento do símbolo “=” para igualdade (por Recorde) e seu reconhecimento por meio dos trabalhos supracitados, é importante ressaltar que alguns matemáticos não usaram nenhum símbolo, em particular, para expressar igualdade. Pelo que discutimos até o momento, podemos destacar que nem sempre a igualdade foi representada pelo símbolo “=”.

Por outro lado, o símbolo “=” foi utilizado por outros matemáticos do continente europeu para outras finalidades que não correspondiam a um sentido compatível com o de sinal de igualdade. Em 1951, François Viète¹⁹ utilizou o “=” para

¹³ Robert Recorde (1510-1558) foi um dos mais importantes matemáticos do século XVI. Também foi jurista e médico do rei Edward VI e da rainha Mary.

¹⁴ A pedra de afiar o conhecimento.

¹⁵ É igual a.

¹⁶ Matemático e astrônomo inglês (1560-1621)

¹⁷ Matemático inglês (1574-1660)

¹⁸ Matemático inglês (1590-1675)

¹⁹ Matemático e advogado francês (1540-1603)

designar uma diferença aritmética. Já Descartes²⁰, em 1638, utilizou-o para designar o sentido de *mais ou menos*, hoje representado pelo símbolo “±”. Juan Caramuel²¹ empregou o símbolo “=” como sinal de separação em frações decimais. Por exemplo, o que, para nós, hoje em dia se expressa como 102,857, ele expressava como 102=857. Georg Heinrich Paricius²², em 1706, fez uso dos símbolos “=”, “:” e “-” como símbolos gerais para separar números que ocorrem num processo de resolver problemas aritméticos. Samuel Reyher²³, em 1698, usou o “=” para designar linhas paralelas. Dessa maneira, o símbolo “=” adquiriu cinco utilizações diferentes entre os escritores do continente europeu (CAJORI, 1993).

Uma possível razão para o símbolo “=” não se popularizar imediatamente como sinal de igualdade foi o fato de ele ter assumido essas diferentes utilizações. Nesse sentido, Cajori (op. cit.) esclarece que o símbolo “=” esteve ameaçado de ser descartado completamente como sinal de igualdade em favorecimento de algum outro símbolo que não apresentasse tal desvantagem.

Voltando ao primeiro aspecto, diversidade de símbolos para igualdade, observamos que, mesmo depois de Recorde utilizar o símbolo “=” para igualdade, durante os séculos XVI e XVII não houve um consenso a propósito da utilização de um único símbolo para igualdade. Isto é, paralelamente, os matemáticos europeus utilizavam diferentes símbolos para igualdade (CAJORI, 1993).

Apresentamos, em seguida, um resumo no qual aparecem alguns dos símbolos utilizados por distintos matemáticos europeus no decorrer dos séculos XVI e XVII. Na França, em 1559, Buteo²⁴ utilizou o símbolo “[” como sinal de igualdade. Na Alemanha, em 1571, Willhelm Holzmann²⁵ utilizou linhas paralelas “||” verticais para representar igualdade na versão da aritmética da obra de Diofanto. Já Leonard e Thomas Digges²⁶, em 1579, na Inglaterra, inventaram um novo símbolo para igualdade “≠”, que parece ser uma variação do símbolo de Recorde.

No decorrer do século XVII, os matemáticos também inventaram diferentes símbolos para igualdade. Hérigone²⁷ inventou, em 1634, o símbolo “2|2”, empregando-o em sua obra *Cursus mathematicus*. Hérigone também utilizou “3|2” e “2|3” no sentido de “maior que” e “menor que”, respectivamente. Apesar de esses símbolos apresentarem uma lógica atraente, Hérigone, ciente do potencial das possíveis confusões que estes ocasionariam, em outra parte do *Cursus mathematicus* acaba utilizando o símbolo “L” para expressar igualdade.

O símbolo “∞”, inventado por René Descartes em 1637, aparece em seu célebre trabalho *Géométrie* como sinal de igualdade. Ressaltamos que este símbolo teve uma grande repercussão em sua época. O símbolo “L”, que parece uma

inversão do símbolo utilizado por Hérigone, foi utilizado por F. Dulaurens, em 1667, na obra *Specimina mathematica*. Na obra *Mathesis biceps vetus et nova*, escrita por Juan Caramuel em 1670, a igualdade aparece representada pelo símbolo “Æ”, que indica uma possível associação das duas primeiras letras da palavra latina *æqualis*, que designa igualdade.

Na edição de 1679 do trabalho de Fermat²⁸, *Varia opera mathematica*, o símbolo “∞” parece sugerir o sentido de igualdade, contudo, ele não o utiliza em seus manuscritos, sendo que nas margens dessa obra surge o símbolo “{” parecendo também denotar igualdade (CAJORI, 1993).

Como vimos, diversos símbolos concorreram com o símbolo “=” para representar igualdade. Mas, a grande rivalidade pela popularização de um símbolo para o posto de sinal de igualdade foi, na verdade, entre o símbolo “=”, proposto por Recorde, e o símbolo “∞”, utilizado por Descartes em 1637. Sobre o símbolo de igualdade de Descartes, alguns especulam que ele é uma inversão e alteração da combinação das primeiras letras da palavra *æqualis*. Uns mais pragmáticos sugerem que, em uma publicação astronômica, esse símbolo foi utilizado para representar a palavra Taurus (CAJORI, 1993).

Em Cajori (ibid, pp. 299-307), discutem-se, de maneira pormenorizada, os aspectos sobre a competitividade dos símbolos para igualdade. Dessa maneira, adiantamos que “a vitória final do = sobre ∞ parece dever-se, principalmente, à influência de Leibniz²⁹ durante o período crítico no fim do século XVII” (CAJORI, 1993, p. 306). O símbolo de Recorde é, assim, adotado universalmente. A situação que acabamos de discutir durou aproximadamente 150 anos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sintetizando, ressaltamos que os aspectos históricos que discutimos sobre o sinal de igualdade nos mostram fatos interessantes de encontros e desencontros entre o símbolo “=” e a igualdade. Se, por um lado, a igualdade nem sempre foi representada pelo “=”, por outro, o símbolo “=” já foi utilizado por diversos matemáticos europeus com finalidades diferentes das comumente associadas ao sinal de igualdade. Outro aspecto que destacamos diz respeito ao fato de que, mesmo quando o sinal de igualdade foi representado por outros símbolos, até antes do “=” de Recorde, ele já era utilizado para indicar o resultado, além de indicar igualdade. Isto quer dizer que, historicamente, o sinal de igualdade, independente do símbolo que o representava, já serviu tanto num sentido relacional, designando igualdade, quanto num sentido operacional, indicando o resultado de uma operação.

Por último, realçamos a relevância que o símbolo “=”, como sinal de igualdade, proposto inicialmente por Recorde, adquiriu no desenvolvimento da Matemática ao longo dos anos. Hoje em dia, é praticamente estranho pensarmos em

²⁰ Filósofo cientista e matemático francês (1596 –1650)

²¹ Filósofo, matemático, lógico e lingüista espanhol (1606-1682)

²² Matemático alemão (1675-1725)

²³ Matemático e astrônomo alemão (1635-1714)

²⁴ Matemático francês, conforme alguns autores (nasceu em 1492 e faleceu entre 1564 e 1572)

²⁵ Também conhecido como Xylander (1532-1576), primeiro a traduzir a obra *Arithmética*, de Diofanto

²⁶ Matemáticos e cientistas ingleses. Pai e filho, (1520-1559) e (1546-1596), respectivamente.

²⁷ Matemático e astrônomo francês (1580-1643)

²⁸ Matemático francês (1601-1665)

²⁹ Filósofo, cientista, matemático e diplomata alemão (1646-1716)

Matemática sem o símbolo “=” representando a igualdade. Nesse sentido, lembramos que, em 2007, o símbolo “=” completou 450 anos de história como sinal de igualdade, sendo importante ressaltar que nesse período o “=” adquiriu status de um símbolo que é indispensável, quer seja para a Matemática, ou para o ensino de Matemática, quer seja para outras Ciências. Nesses termos, o símbolo “=” pode ser considerado como um dos principais símbolos matemáticos já inventados.

Referências Bibliográficas

BOYER, C. B. (1974). **História da matemática**. Tradução: Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda.

CAJORI, F. A. (1993). **History of mathematical notations: Two volumes bound into one**. Originally published: Chicago: Open Court Pub. Co., 1928-1929. New York: Dover Books.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006. Vol. 01.

GARBI, G. G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006.

HEEFFER, A. (2004). *Récréations Mathématiques (1624) A Study on its Authorship, Sources and Influence*, **History of Science Society Annual Meeting**, Austin, Texas, 18-21 November, 2004.

HEEFFER, A. (2004). The emergence of symbolic algebra as a shift in predominant models. *International Conference - Model-Based Reasoning in Science and Engineering Abduction, Visualization, Simulation*. University of Pavia, Italy. <http://logica.ugent.be/albrecht/thesis/MBR2004.pdf> (acessado em outubro de 2007).

_____, A. (2007). On the Nature and Origin of Algebraic Symbolism. *Perspectives on Mathematical Practices - International Conference*. Vrije Universiteit Brussel, Belgium. <http://logica.ugent.be/albrecht/thesis/PMP2007Heffer.pdf> (acessado em outubro de 2007).

MEAVILLA, S. V. **Aspectos históricos de las matemáticas elementales**. Zaragoza. Prensas Universitarias de Zaragoza, 2001.

PUIG, L. (1998). Componentes de una historia del álgebra. El texto de al-Khwarizmi restaurado. Componentes de una historia del álgebra. El texto de al-Khwarizmi restaurado. In: **Investigaciones en Matemática Educativa II**. México, DF: Grupo Editorial Iberoamérica, págs.109-131.

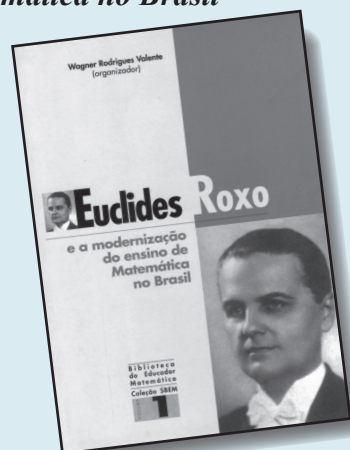
RECORDE, R. (1557). **The whetstone of witte [...]**. By I. Kyngston, London.

BIBLIOTECA DO EDUCADOR MATEMÁTICO

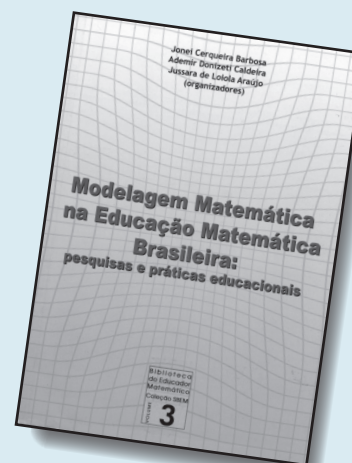
*Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:
A pesquisa e a sala de aula*



Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil



Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisa e práticas educacionais



Adquira
já o seu!



www.sbem.com.br

Percepções sobre a História da Matemática num Curso de Formação Inicial de Professores

Edna Maura Zuffi¹ - Patrícia de Souza²

RESUMO: Neste artigo, apresentamos uma pesquisa qualitativa realizada com dez alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, que frequentaram a disciplina *História da Matemática* e nela foram aprovados. Nosso objetivo é compreender como esta dimensão é por eles concebida em sua formação, como futuros professores, e quais reflexões ela lhes provoca sobre a aplicação desses conhecimentos em sua prática, no Ensino Básico. Como resultados, apresentamos importantes considerações que os investigados fizeram sobre o uso pedagógico da História da Matemática, as quais coincidem com propostas e tendências já apontadas por outros pesquisadores e que enfatizam possíveis mudanças no *design* curricular dos cursos de formação, inicial ou continuada, desses professores.

Palavras-chave: História da Matemática, formação de professores, ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

A partir de um estudo geral de alguns aspectos históricos do desenvolvimento da atividade matemática e de suas relações com a Educação Matemática, esta pesquisa tem como objetivo compreender como esta dimensão é concebida por alunos de licenciatura, que cursaram a disciplina *História da Matemática*, e se ela provoca, nesses alunos, reflexões sobre a aplicação desses conhecimentos ao ensino dos níveis Fundamental e Médio.

Dentro da dimensão que aqui destacamos, podemos fazer as seguintes perguntas: *A História da Matemática tem um papel relevante na Educação Matemática? Como isso se reflete na formação de professores de Matemática?* Tais questionamentos vêm sendo objeto de pesquisa de várias pessoas ao redor do mundo, as quais acreditam que a primeira questão tenha uma resposta positiva.

Particularmente, a obra de Fauvel e Maanen (2000) apresenta uma visão geral destas pesquisas e, a partir delas, procuramos compreender quais concepções emergem da formação de alunos de licenciatura em Matemática, a respeito da História da Matemática, e como eles percebem a importância desta dimensão em sua formação. Para isso, realizamos um estudo qualitativo (ANDRÉ, 1995) com dez licenciandos que já cursaram a disciplina "História da Matemática", que é optativa no atual currículo do curso investigado. Traçamos evidências de como esses futuros professores percebem informações sobre a História da Matemática em outras disciplinas de sua grade curricular (por exemplo, a *Filosofia da Matemática e a Análise Crítica de Livros Didáticos*), buscando contribuir para um aprofundamento acerca das reflexões sobre esta dimensão na formação do futuro professor e com possíveis sugestões para o currículo e o *design* dessas disciplinas.

REFERENCIAL TEÓRICO

A História da Matemática está estreitamente ligada à história da humanidade, e suas relações com aspectos filosóficos, multiculturais e interdisciplinares são marcantes

quando nos dispomos a utilizá-la pedagogicamente. Uma particular exploração da História, que vá além do conhecimento de eventos isolados, poderá fornecer auxílio para a compreensão de "como" e "por que" fatos acontecem hoje, na História e na sala de aula, e também para melhor compreendermos a natureza da Matemática.

O estudo de aspectos filosóficos, em suas relações com a História, pode ajudar na compreensão dos processos de desenvolvimento da Matemática no passado e, assim, contribuir para evidenciar tendências e posturas a serem adotadas no planejamento do ensino desta disciplina. Uma das vertentes em que isso pode contribuir é com o problema da interpretação, por se tratar de uma questão difícil na História da Matemática, uma vez que o que identificamos como "Matemática" tem sido diferente em períodos e culturas variados. Conflitos na interpretação histórica ilustram a necessidade de um cuidado com a análise filosófica de hipóteses. Mais recentemente, a História pós-moderna é vista como um conjunto de processos e relações de poder, ligando o passado ao presente, em que as interpretações de eventos e fatos são criticamente interrogadas, as hipóteses subjacentes são reveladas, o *status* dos textos é posto em questão e em que grupos de pessoas e suas condições são definidos e redefinidos por aqueles que ocupam o poder (GRUGNETTI & ROGERS, 2000, p. 40). Ainda, segundo esses autores, do ponto de vista filosófico, "a Matemática deve ser vista como uma atividade humana, com seus aspectos culturais e criativos" (Ibidem, p.61).

E mais ainda, o pensamento e as aplicações matemáticas desenvolvidas em diferentes culturas, em resposta às suas necessidades, possibilitam-nos um maior entendimento dos conceitos dessa área. (GRUGNETTI & ROGERS, 2000). A Matemática tem sido desenvolvida em lugares particulares, por razões particulares, e alguns autores acreditam que um melhor entendimento dessas razões pode ajudar os estudantes a relacionar as idéias matemáticas de maneira mais eficaz do que se tomassem em conta somente o seu próprio ambiente. Ao usar a História da Matemática, por exemplo, fazendo

¹ Departamento de Matemática, do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, da Universidade de São Paulo, em São Carlos. edna@icmc.usp.br.

² Licenciada em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, da Universidade de São Paulo, em São Carlos. patriciasouza@gmail.com.

pesquisas em fontes históricas, ou levantando conjecturas sobre evidências históricas, os estudantes poderiam integrar as idéias matemáticas e conhecer ferramentas de outras culturas, expandindo, assim, suas habilidades.

Com relação à interdisciplinaridade, a História da Matemática pode atuar não só como um fator que conecte diferentes tópicos dentro da Matemática, mas também que a aproxime de outras disciplinas, como, por exemplo, da própria História e de várias outras áreas do conhecimento, como a Física, a Química e a Filosofia.

Podemos usar a História da Matemática de forma implícita ou explícita, sempre como oportunidade de mostrar aos alunos que a Matemática é uma ciência em movimento. Um exemplo do uso implícito se dá quando o professor, tendo conhecimento da História da Matemática, entende melhor as dificuldades que seus alunos poderão apresentar, ao olhar para os processos históricos do assunto a ser desenvolvido, e, a partir disso, pode propor melhores alternativas didáticas para o tratamento do mesmo, sem, necessariamente, desenvolver um estudo de fatos e contextos históricos com os seus alunos.

Como exemplo do uso explícito, a proposta de problemas antigos em sala de aula pode ser uma boa solução para ampliar a aprendizagem dos alunos. Segundo Grugnetti (GRUGNETTI, 2000, p.78), “quando problemas antigos são usados, professor e alunos podem comparar suas estratégias com a original”.

Outra potencialidade que os autores destacam para o uso da História da Matemática, do ponto de vista pedagógico, além da oportunidade de conectar e comparar assuntos, seria a motivação do aluno.

Mas o uso da dimensão histórica pode apresentar alguns limites e riscos, e, talvez, o mais relevante se refira à demanda de uma certa competência histórica do professor. Também, no caso de uso explícito, as dificuldades de acesso a fontes primárias da História da Matemática e a questão do tempo disponível para o ensino aparecem como fortes limitantes. Há, ainda, os riscos de se realçarem mais os aspectos históricos do que os matemáticos, nas salas de aula, e de uma interpretação pedagógica inadequada por parte do professor, pois é preciso que ele use fatos da História da Matemática com uma linguagem mais acessível à compreensão do.

Assim, para se usar a História da Matemática, pedagogicamente, Radford (2000, p. 144) destaca que, para o professor, é preciso ter sólidos conhecimentos matemáticos, estudos teóricos sobre a história e também sobre alguns outros domínios, como o psicológico e o metodológico.

No entanto, a ligação entre o desenvolvimento histórico do pensamento matemático e a aprendizagem matemática dos alunos, freqüentemente, tem sido feita em termos de uma versão psicológica simplista do recapitulacionismo biológico, uma idéia introduzida no fim do último século. Ela propõe que o desenvolvimento do indivíduo (ontogênese) recapitula o desenvolvimento humano (filogênese). Desse modo, alguns autores defendem a tese de que a aprendizagem matemática do indivíduo passaria pelos estágios de desenvolvimento encontrados na História da Matemática.

Alguns pesquisadores que se preocuparam com esta questão foram Piaget, juntamente com Rolando Garcia, e Vygotsky.

Apesar de controvérsias levantadas sobre esta versão psicológica do recapitulacionismo, segundo Radford (2000), é possível utilizar fatos encontrados na História da Matemática para dar mais sentido ao ensino e, a partir deles, compreender os processos de aprendizagem dos alunos (indivíduos), mesmo que estes não reproduzam exatamente os processos históricos em seu desenvolvimento. Reconhecem que há alteração no tempo, em diferentes culturas, de como um fato da história é interpretado, e que um indivíduo não recapitularia algum conceito matemático, em todas as suas fases, exatamente como ocorreu em seu desenvolvimento histórico. Porém, pode haver explicações sobre como os indivíduos aprendem, sobre suas dificuldades e obstáculos, se olharmos como um dado conceito ou campo do saber matemático se construiu historicamente. Por outro lado, ao recapitularmos com os alunos alguns fatos da História da Matemática, principalmente aqueles que trazem mudanças estruturais importantes, poderíamos auxiliá-los a ter uma visão mais ampla sobre a própria compreensão individual dos conceitos, enfatizando seus processos metacognitivos.

Desse modo, podemos concluir, pelos estudos levantados por Menghini (2000, p. 86-90), que a História da Matemática traz novas potencialidades (e riscos) para a sala de aula e que se faz relevante incluir esta dimensão na formação do professor de Matemática, bem como questionamentos e reflexões sobre as reais possibilidades de usá-la no ensino, dentro dos contextos culturais da escola brasileira.

Brito (2007, p.11) já destacara esta problemática salientando que os professores “possuem crenças e produzem saberes sobre a prática docente, que necessitam ser considerados” em sua formação, e que “é necessário superar o fosso existente entre formação específica, formação pedagógica e prática docente”.

Também os PCN’s trazem algumas recomendações acerca do uso da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Segundo estes documentos oficiais, através dessa utilização, devemos compreender o conhecimento científico e o tecnológico como resultados de uma construção humana, inseridos em um processo histórico e social:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações em diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural.

Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender

que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. (...)

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1998, p.42-43)

Nossa pesquisa busca, então, levantar reflexões junto a um grupo de futuros professores de Matemática sobre como conhecimentos específicos adquiridos numa disciplina como *História da Matemática* lhes suscitam crenças e saberes sobre o uso desse conhecimento em sua futura prática pedagógica.

OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Foram entrevistados dez alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, os quais já haviam cursado a disciplina optativa *História da Matemática*. Dentre eles, três tiveram aulas com o professor 1 e outros sete, com o professor 2, todos durante o primeiro semestre do quarto ano de sua formação.

Embora a referida disciplina tenha também a participação de alunos do bacharelado, decidimos fazer a pesquisa somente com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, pois desejávamos saber qual a importância que eles atribuem à dimensão “História da Matemática” para o ensino de nível básico (Fundamental e Médio).

Compreendemos que a pesquisa sobre o *ensinar* deve provocar questionamentos no futuro professor sobre a própria formação, desde a etapa inicial, como aluno de um curso de Licenciatura. Investigar o seu desenvolvimento profissional inicial, sob múltiplos aspectos, poderá auxiliá-lo a incorporar uma cultura de refletir sobre a própria prática, que pode começar a germinar desde o início de sua preparação, em cursos universitários, ampliando seu campo de conhecimentos da pedagogia universitária e, a nosso ver, dando-lhe subsídios para a construção de uma postura mais autônoma como futuro profissional da educação.

COLETA DOS DADOS

Os dados foram coletados através de entrevista semi-estruturada, com as seguintes questões:

- 1) Você acha que a disciplina “História da Matemática” contribuiu para sua formação de professor de matemática? Por quê? Como?
- 2) Esta é uma disciplina ainda optativa no currículo da Licenciatura. Que importância você atribui a ela? Para você, o que significou cursar esta disciplina?
- 3) Que conteúdos considera relevantes dentro desta disciplina? Quais as formas de tratamento que teve para os mesmos? Que formas alternativas sugeriu?
- 4) Você vê alguma relação entre a “História da Matemática” e outras disciplinas de sua formação? E em relação às disciplinas específicas para a formação do professor?
- 5) Como acha que o estudo de fatos da História da Matemática pode contribuir para a sua prática docente?
- 6) Que reflexos você acha que o fato de o professor conhecer um pouco da História da Matemática tem no Ensino Básico?

A entrevista foi registrada em gravador de áudio, com posterior transcrição dos dados para iniciar a fase de análise.

ANÁLISE DOS DADOS

Aproximando as convergências nas respostas dos entrevistados, montamos alguns quadros de interpretação dos dados coletados. A seguir, ilustramos com categorias de interpretação construídas, destacando apenas algumas falas para caracterizar cada unidade de análise, a fim de não estendermos em demasia este artigo. (¹*KT* ilustra a fala do aluno *KT* que cursou com o *professor 1*; ²*FAR* ilustra a fala do aluno *FAR* que cursou com o *professor 2*).

QUADRO 0: ASSUNTOS RELEVANTES PARA OS FUTUROS PROFESSORES	
Assuntos	Comentários
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Surgimento dos números e medidas; ▪ Surgimento do zero; ▪ Número “Pi”; ▪ Civilizações antigas, por exemplo, Incas e Maias. 	Estes foram os assuntos que os alunos, que cursaram a disciplina com o <i>professor 1</i> , citaram espontaneamente como sendo os mais relevantes e os que mais chamaram a atenção durante o desenvolvimento da disciplina.
Assuntos	Comentários
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sistema de numeração ▪ Processo de aritmetização da análise e desenvolvimento do cálculo; ▪ Matemática antiga, por exemplo, babilônica, egípcia, pré-colombiana. 	Estes foram os assuntos citados pelos alunos que cursaram a disciplina com o <i>professor 2</i> .

QUADRO 1: METODOLOGIA

Metodologia	Comentários
<p>¹KT: “Essa matéria foi quase toda exposta em seminários, assim: o professor deu as três primeiras aulas, eu acho, e o resto foi tudo em seminário”. [I]</p> <p>¹KT: “Ele dividiu a matemática em épocas ou em povos e cada grupo estudou aquilo e deu a sua parte”. [II]</p> <p>²FAR: “Acho que, como ela só leu texto (...) esse negócio de ler texto, para mim, não funciona”. [III]</p> <p>²AR: “A melhor parte da matéria foi o seminário mesmo, (...) não houve uma colaboração entre os grupos”. [IV]</p> <p>²MIR: “(...) ficou uma coisa pra gente fazer (...) Era um grupo grande que pesquisava e compartilhava as pesquisas. Matérias que vinham realmente da professora, teve muito pouco”. [refere-se ao preparo dos seminários e à exposição na sala de aula pelos grupos] [V]</p> <p>²FOR: “A professora priorizou mais a parte filosófica do que a parte histórica, e isso faltou muito”. [VI]</p> <p>²FOR: “Apresentou a disciplina numa tentativa de seguir as correntes mais atuais do pensamento pedagógico, (...), mas, na realidade, isso não foi obtido”. [VII]</p>	<p>De acordo com a fala [I], a disciplina foi constituída basicamente de seminários realizados pelos alunos com algumas interferências do professor 1.</p> <p>Percebemos também, em [II], a idéia de que a disciplina foi segmentada, dividida em fases, em etapas da história.</p> <p>Observamos nos excertos [III] que os alunos consideram que houve leitura excessiva e que não havia uma posição, por parte do professor 2, sobre o que estava sendo lido.</p> <p>No excerto [IV], observa-se que foram realizados seminários durante a disciplina, mas o que ficou bem claro para cada um foi apenas o tema trabalhado pelo seu próprio grupo, e que os trabalhos de outros não foram compartilhados mais profundamente entre os grupos, foi somente uma exposição.</p> <p>Em [V] e [VI], os alunos consideram que, no caso dos seminários, não houve muito conteúdo vindo da professora, e que isso seria importante, e também faltou discussão por parte da mesma sobre os temas apresentados pelos grupos. Sentiram falta de uma posição da docente em relação a outros conteúdos históricos que deveriam ser preparados por ela, já que os que foram tratados tinham uma visão mais filosófica. A professora tentou ministrar a disciplina de modo não tradicional, mas, segundo as falas dos alunos, isso não foi obtido com muito sucesso para seu aproveitamento [VII].</p>

QUADRO 2: RELAÇÕES ENTRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E OUTRAS DISCIPLINAS

Relações	Comentários
<p>¹AT: “é mesmo relacionado com as disciplinas de Licenciatura, principalmente Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação”. [I]</p> <p>¹BT: “Com a Didática mesmo, de como você passar o conhecimento para o outro, sabendo como ele foi desenvolvido, fica mais fácil de você transmitir”. [I]</p> <p>²FOR: “(...) outro exemplo seria com relação à didática; saber como as pessoas chegaram à matemática como é hoje pode ser um tipo de método, de motivação, um tipo de desenvolvimento do conteúdo em sala de aula, (...), então existe uma ligação entre a história da matemática indo da história da matemática para a didática”. [I]</p> <p>¹KT: “No caso da história, quando a gente teve foi legal, porque ele explorava bastante e esse mesmo professor que deu Cálculo II pra gente, ele sempre falava [sobre história]”. [II]</p> <p>²FOR: “nas disciplinas de matemática pura você não vê nenhum vestígio de história da matemática”. [III]</p> <p>²AR: “(...) eu vejo relação na exposição dos conteúdos, na ordem com que os conteúdos são dados, a história influenciou a ordem em que a gente vê o cálculo, álgebra (...)”. [IV]</p> <p>²MR: “posso citar a relação com o Cálculo, em que sempre a professora estava tentando mostrar de onde veio, fazer uma abordagem histórica meio que para motivar mesmo o aluno. O professor, em Análise, às vezes tentava fazer isso, contava algumas coisas”. [V]</p> <p>²RR: “Teve parte da aritmetização da análise, achei que tem um pouco a ver com cálculo, análise”. [VI]</p> <p>²FOR: “Existe uma relação, mas não foi explorada na sala de aula, não houve essa ligação entre a história da matemática e as disciplinas pedagógicas”. [VII]</p> <p>²RR: “Da maneira como foi abordada, teve bastante a ver com filosofia”. [VIII]</p>	<p>Os alunos fazem mais ligação com as disciplinas pedagógicas, como Análise Crítica de Livros Didáticos, Filosofia da Matemática, Didática, e afirmam que, sabendo o desenvolvimento da matemática, é possível transmitir os conhecimentos e se fazer entender mais facilmente pelo seu aluno. Colocam a História da Matemática como ferramenta didática para o ensino.</p> <p>O aluno cita, em [II], o exemplo de Cálculo II, em que o professor tentava fazer a ligação com a história da matemática.</p> <p>Um aluno cita [IV] a questão de que a ordem com que vemos os conteúdos tem uma ligação com a História.</p> <p>Por outro lado, um outro aluno, [III], acha que as disciplinas da matemática pura não têm relação com a história.</p> <p>Em [V], são citados exemplos de professores que ele teve, que tentavam relacionar a história da matemática com a matemática pura.</p> <p>Outro [VI] já viu dentro da história da matemática assuntos que relacionou com a matemática pura, por exemplo, o conteúdo aritmetização da Análise com a disciplina <i>Análise</i>. Citam, em [VII], que há relações com as disciplinas pedagógicas, mas que essas relações não foram exploradas durante a disciplina.</p> <p>A relação mais citada pelos alunos é com a Filosofia da Matemática [VIII], mas eles dizem que isso se deve à maneira como foi abordada a disciplina.</p>

QUADRO 3: RELAÇÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COM A FORMAÇÃO DE PROFESSOR

Relações	Comentários
<p>¹KT: “(...) ter a noção muitas vezes de que a matemática não é aquela coisa pronta e acabada”. [I]</p> <p>²WR: “mostrar ao aluno que não é uma disciplina acabada, que existem várias formas de desenvolver a matemática, e a sua utilização no decorrer da história, o que pode facilitar o desenvolvimento e a visão do aluno sobre a matemática”. [I]</p> <p>¹KT: “(...) o aluno saber que não foi tão fácil, que não é simples, que, da mesma forma que ele tem dificuldade, outras pessoas também já tiveram pensando naquilo”. [I]</p> <p>²AR: “acho que é importante para que o aluno veja que não é ele que tem dificuldade, que aquele conteúdo passou por essa dificuldade naquele tempo”. [I]</p> <p>¹AT: “Eu acho que é interessante você saber de onde surgiram as coisas que a gente utiliza em sala de aula, principalmente porque você acaba dando uma aula mais interessante pro aluno”. [II]</p> <p>¹BT: “Você, conseguindo contextualizar melhor o que está acontecendo (...), o aluno desperta mais interesse sobre o assunto e, assim, acaba estudando mais e tendo um melhor aproveitamento”. [III]</p> <p>²AR: “(...) acho que tem reflexos na forma como o professor dá a aula, que ele vai estar ciente da história, então ele vai dar a aula de forma diferente, de forma contextualizada”. [III]</p> <p>¹KT: “Eu acho que é bom, porque o aluno percebe quando o professor tem um conhecimento a mais, e ele admira isso no professor, e eu acho que ele se interessa mais quando isso acontece”. [IV]</p> <p>²FOR: “saber como as pessoas chegaram à matemática como é hoje pode ser um tipo de método, de motivação, um tipo de desenvolvimento do conteúdo em sala de aula”. [IV]</p> <p>²MR: “De posse de tal conhecimento, o professor vai passar a ensinar de uma forma mais rica, porque ele vai tentar relacionar aquele conteúdo com a história que ele conhece, e até mesmo ele [professor] vai passar a (...) compreender melhor até a matemática”. [V]</p> <p>²FOR: “Como professor, eu aprendi a valorizar mais o conceito de etnomatemática e também de interdisciplinaridade, que é importante para a matemática”. [VI]</p> <p>²FOR: “(...) o estudo de fatos da história da matemática, por exemplo, pode oferecer facilidades no sentido de você considerar o nível socioeconômico-cultural dos seus alunos para desenvolver o conteúdo matemático”. [VII]</p> <p>²MIR: “acho que sim, o professor conhecendo, ele é um melhor profissional (...), vai ter um aparato melhor de coisas. Quanto maior o seu conhecimento em diversas áreas, melhor professor você vai ser, principalmente nessa área que ajuda tanto na hora de dar aula”. [VIII]</p>	<p>Os futuros professores comentam, em [I], sobre a questão de deixar claro para o aluno que a matemática não é algo pronto e acabado, que houve um grande trabalho para que fosse desenvolvida essa ciência e, também, que é normal que ele tenha certas dificuldades, pois outras pessoas também as tiveram durante o desenvolvimento histórico da Matemática.</p> <p>Colocam como importante saber como foram desenvolvidas as coisas que eles ensinam, pois, assim, segundo eles, a aula fica mais interessante. [II].</p> <p>Falam também, em [III], que o fato de saber mais da História da Matemática pode ajudar na sua didática, e o professor pode dar sua aula de forma mais contextualizada, o que leva o aluno a ter mais interesse.</p> <p>Segundo os excertos [IV], outro ponto positivo é a motivação dos alunos.</p> <p>Usar a História da Matemática, segundo os futuros professores, pode motivar os alunos a querer conhecer mais os assuntos trabalhados em sala.</p> <p>No excerto [V], o futuro professor deixa claro que conhecer a história da matemática pode contribuir na forma como dá as aulas, que pode ajudar os alunos a compreender melhor os conteúdos, através de relações que o professor pode fazer entre o conteúdo ensinado e a história da matemática.</p> <p>Os futuros professores falam também da contribuição que a história da matemática pode dar no sentido de se conseguir fazer uma maior interdisciplinaridade, [VI]. Dizem que saber mais da história fez com que eles dessem mais valor à interdisciplinaridade e mostrou formas de como utilizar aspectos socioeconômico-culturais no processo de ensino-aprendizagem, [VII].</p> <p>A história pode ser um fator diferencial na cultura geral do professor. [VIII]</p>

ATUALIZE SEU CADASTRO



SOCIEDADE BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

VISITE REGULARMENTE
NOSSA PÁGINA

www.sbem.com.br

QUADRO 4: LIGAÇÃO ENTRE OS DADOS COLETADOS E A TEORIA ESTUDADA

Possibilidades de Uso Pedagógico da História da Matemática Apontadas pelos alunos	Possibilidades de Uso Pedagógico da História da Matemática Apresentados na Literatura
<p>¹KT: “(...) ter a noção muitas vezes de que a matemática não é aquela coisa pronta e acabada”. [I]</p> <p>²AR: “Mostrar pro aluno que a matemática não é algo pronto, determinado, ele vai construir a matemática, a história é importante para que o aluno construa a matemática, para que ele desenvolva o conteúdo”. [I]</p> <p>²MR: “vai passar a ver que a matemática não é um negócio que estava lá pronto e acabado, veio alguém e descobriu; que houve todo um processo de desenvolvimento e, talvez, até esse processo de desenvolvimento possa ajudá-lo em sala de aula”. [I]</p> <p>¹KT: “(...) o aluno saber que não foi tão fácil, que não é simples, que, da mesma forma que ele tem dificuldade, outras pessoas também já tiveram, pensando naquilo”. [II]</p> <p>²AR: “acho que é importante para que o aluno veja que não é ele que tem dificuldade, que aquele conteúdo passou por essa dificuldade naquele tempo”. [III]</p> <p>²AR: “(...) acho que tem reflexos na forma como o professor dá a aula, que ele vai estar ciente da história, então ele vai dar a aula de forma diferente, de forma contextualizada (...), os alunos não vão só aprender fórmulas, eles vão aprender um contexto, mesmo que o professor não se aprofunde nessa parte”. [III]</p> <p>²MIR: “A gente podia ter tido mais material para pesquisa”. [IV]</p> <p>²MIR: “Seria interessante a gente falar com alguém que trabalha com história da matemática (...), visitar lugares, não sei se tem museus de história da matemática ou alguma coisa assim, mais isso: ficar mais perto de pessoas especializadas nisso”. [IV]</p> <p>²FOR: “Como professor, eu aprendi a valorizar mais o conceito de etnomatemática e também de interdisciplinaridade, que é importante para a matemática”. [V]</p> <p>²FOR: “o estudo de fatos da história da matemática, por exemplo, pode oferecer facilidades no sentido de você considerar o nível socioeconômico-cultural dos seus alunos para desenvolver o conteúdo matemático”. [VI]</p> <p>²AR: “Acharia muito interessante trabalhar com um jogo em que os alunos se inserissem na época, um jogo histórico, e aí, naquela época, naquele contexto, fazer o aluno vivenciar aquilo e ele tentar seguir aqueles passos, pra ele, de fato, se envolver com a matemática”. [VII]</p> <p>²WR: “(...) que isso [desenvolvimento matemático] foram várias épocas, várias pessoas em vários países”. [VIII]</p> <p>²MR: “De posse de tal conhecimento, o professor vai passar a ensinar de uma forma mais rica, porque ele vai tentar relacionar aquele conteúdo com a história que ele conhece e até mesmo ele [professor] vai passar a (...) compreender melhor até a matemática”. [IX]</p>	<p>Nos excertos [I], observa-se a preocupação dos futuros professores em deixar bem claro para os alunos que a matemática não é algo que foi descoberto, pronto e acabado. Esta preocupação se aproxima da teoria, pois, segundo Grugnetti e Rogers (2000), “a aproximação histórica incentiva e nos habilita a considerar a matemática não como um produto estático, com uma existência <i>a priori</i>, mas como um processo intelectual, não como uma estrutura completa dissociada do mundo, mas como uma atividade em andamento (<i>on-going</i>) dos indivíduos”. (p.45)</p> <p>Em [II], fica clara a importância que dão à questão dos obstáculos epistemológicos, que é um dos usos pedagógicos apontados por Radford, Boero e Vasco (2000, p.162-167), entender limitações que foram estabelecidas durante o percurso histórico.</p> <p>Relatada no excerto [III], está a contextualização que o uso da história pode proporcionar. Alguns programas citados por (Barbin, 2000, p.67) baseiam-se na “seleção de trabalhos e paradigmas da História da Matemática, explorando o ambiente cultural da origem desses trabalhos e idéias”. Estes autores também destacam que, ao encontrarem fontes primárias, formulando conjecturas das evidências históricas, os estudantes podem aprender a usar ferramentas de outras culturas e assim expandir suas habilidades. (Grugnetti e Rogers, 2000, p.47).</p> <p>O uso de diversos materiais, que é apontado nos excertos [IV], também é um tipo de uso defendido por Schubring et al (2000, p. 110-142). Além de incentivar viagens e trabalhos em grupo, de cunho histórico, trabalhar eventos chave da História da Matemática e também textos históricos pode contribuir para o enriquecimento do conhecimento dos alunos sobre história.</p> <p>A interdisciplinaridade, que foi citada no excerto [V], é mais uma possibilidade de uso pedagógico da História da Matemática. Segundo Grugnetti e Rogers (2000, p.53), “a História da Matemática pode atuar não só como o fator ligando tópicos matemáticos, para o total entendimento destes, mas também entre a matemática e outras disciplinas e como parte da sua própria história”. Esses autores também defendem o uso da História da Matemática inspirado na etnomatemática.</p> <p>Nos excertos [VI], os futuros professores falam em relação à questão socioeconômico-cultural, também abordada por Grugnetti e Rogers (2000, p.46): “Os estudos históricos permitem um estudo das aplicações práticas e das idéias em que se apoiaram”.</p> <p>Em [VII], os alunos [futuros professores] falam sobre o uso da História da Matemática através de jogos. Na fala de AR, é muito forte a relação com um dos usos pedagógicos sugeridos por Boero et al (1997, 1998, apud Fauvel e Maanen, 2000, p. 155-156), que é o “Jogo de Vozes e Ecos”, em que os alunos são inseridos num contexto histórico, com falas, materiais e todas as situações possíveis para que fiquem o mais próximo possível do contexto histórico estudado. No excerto [VIII], WR fala sobre o uso que Grugnetti e Rogers chamam de multiculturalismo, o que também mostra, por um lado, as ligações existentes em diferentes tempos entre os conteúdos e objetivos da matemática como uma ciência e, por outro lado, o cenário social, econômico e cultural no qual eles foram definidos (Grugnetti e Rogers, 2000). Usar a História da Matemática para mostrar ao aluno o grande processo de desenvolvimento que foi necessário para que pudéssemos ter a matemática estruturada como a vemos hoje.</p> <p>Em [IX], observa-se a questão do uso indireto da história da Matemática, em que o professor, tendo estes conhecimentos, mesmo que não trabalhando com fatos da história diretamente com os alunos, poderia melhorar suas propostas didáticas e facilitar a compreensão do aluno. Segundo Bussi e Sierpiska (2000, p.156-157), é possível utilizar elementos da história de maneira indireta e implícita nas seqüências de ensino.</p>

Voltemos às perguntas iniciais de nosso projeto:

1) ***Como o licenciando percebe a disciplina História da Matemática na formação do professor? Quais significados ela assume nesse momento inicial de sua formação?***

Pelo *Quadro 3*, concluímos que todos os entrevistados atribuem um valor pedagógico importante ao conhecimento sobre a História da Matemática. Segundo os depoimentos, se o professor tiver algum domínio sobre estes conhecimentos, poderá utilizá-los para mostrar que a Matemática evolui e que envolve a superação de dificuldades, humanizando-a, e também poderá contextualizar o ensino, motivando mais os alunos.

Outros (FOR, FAR, MR) mencionaram explicitamente que os conhecimentos da História da Matemática, por parte do professor, podem ajudar os alunos a compreender melhor os conteúdos ensinados e também lhes propiciar momentos de interdisciplinaridade e de utilização de aspectos sociohistórico-culturais no processo de ensino-aprendizagem.

2) ***Quais assuntos consideraram relevantes dentro da disciplina?***

Segundo observamos no *Quadro 0*, houve uma convergência, para ambos os professores, nos assuntos espontaneamente citados como relevantes, que foram: o surgimento do sistema de numeração e medidas e a Matemática em civilizações antigas, como a babilônica e a egípcia, e as pré-colombianas, dos Incas e Maias.

Especificamente para o caso do professor 2, houve o destaque adicional para o processo de aritmetização da Análise e o desenvolvimento do Cálculo.

Aparentemente, outros assuntos foram tratados na disciplina, porém aqueles acima mencionados mostraram-se mais relevantes aos olhos dos entrevistados.

Uma das entrevistadas (MIR), em suas sugestões, ressaltou a necessidade de se estudar mais sobre o desenvolvimento histórico da matemática contemporânea, o que ela considera que seria relevante para a sua formação como professora.

3) ***Que formas de tratamento metodológico teve a disciplina e que sugestões alternativas os entrevistados propõem?***

Ainda pelo *Quadro 1*, podemos concluir que o professor 1 utilizou-se de algumas aulas expositivas, no início da disciplina, e as demais foram desenvolvidas na forma de seminários, apresentados por pequenos grupos de alunos, com algumas interferências do professor. Houve a divisão da disciplina em etapas cronológicas da história e cada grupo ficou encarregado de uma delas.

Com relação ao professor 2, os alunos consideraram que houve um número excessivo de leituras, para as quais não havia muita contribuição adicional por parte desse professor. Também houve a apresentação de seminários em grupo e, segundo os entrevistados, nesses momentos, ele também poderia ter contribuído com mais comentários e conteúdos adicionais sobre a História. Os entrevistados, neste caso, consideraram que o aproveitamento nos assuntos abordados pelos outros grupos, que não o seu próprio, foi precário, já que não havia uma complementação por parte do professor.

Uma sugestão metodológica, para ambos, foi que a disciplina incluísse também discussões sobre formas de se aplicar a História da Matemática no ensino (6 entrevistados citaram essa sugestão).

Com relação aos alunos do professor 2, também houve sugestões de se estudarem obstáculos epistemológicos e se levarem em conta as dificuldades encontradas pelos matemáticos, nos respectivos períodos históricos. Propuseram, também, o uso de mais materiais para pesquisa histórica indicados pelo professor da disciplina e, ainda, que ele contribuísse mais para promover a interligação entre os conteúdos tratados e um fechamento das idéias apresentadas nos seminários.

4) ***Como a dimensão "História da Matemática" está contida em outras disciplinas de sua formação?***

A partir do *Quadro 2*, vimos que há uma convergência entre os entrevistados em relação às interconexões com outras disciplinas de sua formação inicial.

As relações mais frequentemente citadas se dão com as disciplinas pedagógicas, como, por exemplo, "Análise Crítica de Livros Didáticos" e "Didática". Alguns alunos citaram também a relação com "Filosofia da Matemática", com "Cálculo" e "Análise", porém outros deixaram explícito que a ligação com estas duas últimas disciplinas citadas ocorreu porque os dois professores que as ministraram, trataram de alguns aspectos históricos específicos de seu desenvolvimento.

Parece-nos que houve tentativas, por parte dos respectivos professores, em outras disciplinas específicas de conteúdos matemáticos, de alusão à História da Matemática. Porém isso foi destacado apenas por dois alunos.

Os entrevistados não destacaram, espontaneamente, nenhuma relação da História com as disciplinas de Prática de Ensino (o que equivaleria, nesse curso, às de *Metodologias de Ensino*) e não fizeram nenhuma alusão a disciplinas mais abstratas, como *Álgebra*, ou de cunho mais teórico-aplicado, como *Equações Diferenciais Ordinárias*.

5) ***Que reflexos acham que o estudo de fatos da História da Matemática propiciou no ensino de Matemática de nível básico?***

Segundo os *Quadros 3 e 4*, com sua bagagem de História da Matemática, o professor poderia propor atividades didáticas no Ensino Básico, de modo a aumentar o interesse e a motivação de seus alunos (citações de FAR, MIR, FOR, MR, AT, KT). Tais atividades poderiam envolver a contextualização (citações de BT, AR, MIR, FOR) que o uso da História da Matemática pode proporcionar, mostrando que a Matemática não é algo que se descobre (citações de KT, AR, WR, RR, MR), mas que foi construída por seres humanos, ao longo de todo o seu desenvolvimento. Também favorece maior abertura para explorar aspectos interdisciplinares no ensino de Matemática (citações de FAR, FOR).

Numa outra linha, o uso de diversos materiais históricos (citações de MR, MIR) e jogos (AR, FAR) envolvendo a História da Matemática também permitiria uma aproximação maior dos alunos com os processos de construção do conhecimento, dando-lhes maior possibilidade de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos nestes processos.

ANÁLISE DOS DADOS EM FACE DO REFERENCIAL TEÓRICO ESTUDADO

Como observamos no *Quadro 4*, vários aspectos estudados por pesquisadores (Fauvel e Maanen, 2000; Brito, 2007), sobre o uso da História da Matemática no ensino, foram destacados também, espontaneamente, pelos nossos entrevistados (eles *não* conheciam estas obras). Como já mencionado anteriormente, houve destaque quanto às possibilidades do uso da História da Matemática no que se refere a auxiliar os alunos e professores a:

- Compreender que a construção do conhecimento matemático é um empreendimento humano que envolve diversas culturas, em diversos momentos e contextos sociohistóricos, e que ainda continua em andamento;
- Compreender que, nesse processo, houve a necessidade de superação de dificuldades por parte dos matemáticos e que isso pode ter reflexos sobre os modos de aprendizagem dos alunos, hoje (noção de obstáculos epistemológicos);
- Facilitar a exploração de aspectos interdisciplinares no ensino de Matemática;
- Usar diferentes materiais didáticos (por exemplo, textos históricos, proposta de problemas com inspiração histórica) e de diferentes metodologias (jogos) envolvendo a História da Matemática;
- Usar indiretamente a História da Matemática, melhorando a formação do professor e seus conhecimentos gerais, para que este proponha alternativas didáticas para o ensino de Matemática.

De algum modo, os futuros professores entrevistados mencionaram um ou outro destes aspectos encontrados na literatura. Porém, o primeiro deles foi o mais destacado por estes sujeitos (KT, WR, AR, RR, MR, FOR e BT). Não houve muita ênfase, dentre os entrevistados, sobre exatamente como o uso da História da Matemática poderia promover uma maior compreensão dos conceitos matemáticos. Apenas a aluna MR deu destaque a isto, conforme observamos em sua fala [IX], no *Quadro 4*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseando-nos no referencial teórico e nos dados obtidos nesta pesquisa com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, resta-nos reforçar a importância que o estudo da História da Matemática tem na formação do professor e como estes futuros professores percebem essa importância e têm necessidade de explorar melhor os reflexos que isso pode acarretar no Ensino Básico.

Pudemos ver que, na visão dos entrevistados, a História da Matemática pode estar em estreita relação com a Educação Matemática e a Didática como uma alternativa metodológica de ensino. Segundo eles, enfatizá-la como elemento didático na formação de professores lhes possibilitaria mostrar aos seus alunos a evolução das idéias e conceitos matemáticos, contextualizar o ensino e criar momentos de interdisciplinaridade, o que poderia contribuir significativamente com todo o processo de ensino-aprendizagem.

Os futuros professores fizeram algumas reflexões relevantes sobre o uso da História da Matemática como alternativa metodológica no ensino: por exemplo, para aumentar o

interesse e a motivação dos alunos por essa área do saber. Alguns dos entrevistados também relacionaram a História da Matemática com outros recursos metodológicos, como os jogos. Outros fizeram ligação com a disciplina "Análise Crítica de Livros Didáticos", a qual, nesse curso, aborda questões da História da Educação Matemática. Isso evidencia que eles também têm uma preocupação com o processo histórico de ensino e aprendizagem de Matemática nas instituições escolares, a partir da análise dos livros-textos utilizados em diferentes momentos históricos (BRITO, 2007, p.12).

Porém, poucos deles fizeram menção explícita à relação da História da Matemática com as disciplinas de "Prática de Ensino de Matemática", em que a análise de currículos e de propostas metodológicas específicas para o ensino da Matemática é discutida, no caso do curso investigado.

E, também, os entrevistados não citaram em suas falas, voluntariamente, detalhes de conhecimentos específicos que adquiriram na disciplina cursada e nem apresentaram propostas concretas de uso desses conhecimentos para o ensino de conteúdos específicos em sua atuação profissional. Apenas se referiram genericamente a alguns fatos e argumentos já levantados por pesquisadores sobre o uso da História da Matemática no ensino, porém sem reflexões maiores sobre seus limites e riscos para a sala de aula. Isso nos leva a concluir que, realmente, fazem sentido suas solicitações de que isso fosse mais explorado, dentro desta ou de outra disciplina, pois nos parece, pela análise de suas respostas, que eles não se sentiam à vontade para falar sobre detalhes de como estabelecer esse uso em sua prática pedagógica no Ensino Básico, mesmo já estando em um momento próximo da conclusão de seu curso de licenciatura.

Esta pesquisa deixa evidente, então, que os entrevistados desejam que a História da Matemática não seja parte de suas aulas apenas como coadjuvante (BRITO, 2007, p.15) e que cursar uma única disciplina de História da Matemática não é suficiente para lhes dar autonomia para gerar propostas concretas de ensino que incorporem essa sua preocupação. Os dados apontam, explicitamente, suas rogativas de trabalhar com um orientador mais experiente e com propostas metodológicas que incorporem a História da Matemática no Ensino Básico. Isso nos aponta a necessidade de repensarmos seriamente os cursos de formação de professores de Matemática em suas diversas dimensões e, particularmente, no que se refere à inserção de elementos da História da Matemática em momentos distintos dessa formação, e não isoladamente, em uma única disciplina, como tem sido praticado em alguns cursos. Obviamente, isso conduz também à necessidade de maior número de formadores de professores com conhecimentos e experiências no uso pedagógico da História da Matemática.

Referências Bibliográficas

AANDRÉ, M.E.D.A. *Etnografia da Prática Escolar*. Campinas: Papirus, 1995.

BARBIN, E. Integrating history: research perspectives. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) *History in Mathematics Education - the ICMI Study* Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 63-70.

BOERO, P.; PEDEMONTE, B.; ROBOTTI, E. Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: a Vygotskian perspective. *Proceedings of the 21st International Conference on the PME*, Lahti, Finland, vol.2, 1997, p.81-88.

BOERO, P.; PEDEMONTE, B.; ROBOTTI, E.; Chiappini, G. The 'voices and echoes game' and the interiorization of crucial aspects of theoretical knowledge in a Vygotskian perspective: ongoing research. *Proceedings of the 22nd International Conference on the PME*, South Africa, vol.2, 1998, p. 120-127.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3o e 4o ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, A. J. A História da Matemática e da Educação Matemática na Formação de Professores. **Educação Matemática em Revista**. Nº 22, Ano 13, p.11-15. SBEM 2007

BUSSI, M.G.B. e SIERPINSKA, A. The relevance of historical studies in designing and analysing classroom activities. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 154-161.

FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000.

GRUGNETTI, L. Relations Between History and Didactics of Mathematics. **Proceedings of PME XVIII**, Lisbon, 1994, p.121-124.

GRUGNETTI, L. Ancient problems for the development of strategic thinking. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 78-81.

GRUGNETTI, L. e ROGERS, L. Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 39-62.

MENGHINI, M. On potentialities, limits and risks. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 86-90.

RADFORD, L. Historical formation and student understanding of mathematics. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 143-148.

RADFORD, L.; BOERO, P. e VASCO, C. Epistemological assumptions framing interpretation of students understanding of mathematics. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 162-167.

SCHUBRING, G. History of mathematics for trainee teachers. In FAUVEL, J.; MAANEN, J.Van. (eds.) **History in Mathematics Education – the ICMI Study**, Dordrecht: Kluwer Ac. Publ., 2000, p. 91-142.

MEMÓRIA

Encontros Nacionais de Educação Matemática

I ENEM	1987	São Paulo/SP PUC-SP
II ENEM	1988	Maringá/SP Universidade Estadual de Maringá
III ENEM	1990	Natal/RN Universidade Federal do Rio Grande do Norte
IV ENEM	1993	Blumenau/SC Fund. Univ. Regional de Blumenau
V ENEM	1995	Aracajú/SE Universidade Federal de Sergipe
VI ENEM	1998	São Leopoldo/RS UNISINOS
VII ENEM	2001	Rio de Janeiro/RJ Universidade Federal do Rio de Janeiro
VIII ENEM	2004	Recife/PE Universidade Federal de Pernambuco
IX ENEM	2007	Belo Horizonte/MG UNIBH

Biblioteca do Educador Matemático

A coleção, pretende constituir um espaço a mais para divulgar as pesquisas e reflexões sobre elas, em especial, as que interagem os diferentes grupos de pesquisa da SBEM

Ano	Volume	Título
2003	1	<i>Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil</i>
2004	2	<i>Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula</i>
2007	3	<i>Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisa e práticas educacionais.</i>



**SOCIEDADE BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

CONHECIMENTOS DE ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA SOBRE A SIMETRIA DE REFLEXÃO

CONHECIMENTOS DE ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Iranete Lima¹

Resumo: Este artigo tem origem em uma pesquisa² desenvolvida no âmbito da Didática da Matemática. Nele abordamos a problemática da criação de um modelo que represente a forma como o aluno entende uma determinada noção estudada, o que a literatura vem denominando de *modelização de conhecimentos* de alunos (BALACHEFF 1995, GAUDIN 2005, MIYAKAWA 2005).

A *modelização* de conhecimentos é reconhecidamente objeto de estudo tanto das Ciências Cognitivas quanto da Informática. No entanto, a pertinência dessa modelização no campo da Didática da Matemática ainda é uma interrogação; interrogação que foi uma das temáticas da *XII^e École d'Été de Didactique des Mathématiques en France* em 2003 (MERCIER & MARGOLINAS 2005), o que mostra a força dessa preocupação para os estudiosos da área. Para Balacheff e Margolinas, "modelizar é dar uma forma que permite o raciocínio, o cálculo, para compreender e decidir". (BALACHEFF & MARGOLINAS 2005, p. 104). É, portanto, nesta problemática que se insere a pesquisa que ora apresentamos.

A principal motivação para a realização da modelização de conhecimentos neste quadro foi subsidiar o estudo posterior sobre as *decisões didáticas* tomadas pelos professores. "Chamamos de *decisões didáticas* aquelas decisões tomadas pelos professores com a intenção de levar o aluno a aprender um determinado conhecimento" (LIMA, 2006, p.29). Nesse caso, o conhecimento visado é a noção de simetria de reflexão. Ressaltamos, porém, que neste artigo focalizamos a problemática da modelização de conhecimentos dos alunos³.

Apresentamos, inicialmente, as razões pelas quais escolhemos a simetria de reflexão como noção matemática a ser estudada e o quadro teórico-metodológico de referência. Em seguida, apresentamos em linhas gerais o estudo teórico, privilegiando os resultados de pesquisas precedentes e simetria de reflexão do ponto de vista dos livros didáticos. O estudo experimental será apresentado a partir da análise da produção de um dos alunos participantes da pesquisa e, em seguida, trazemos uma síntese dos resultados da pesquisa, tomando como base esta produção.

Palavras-chave: Modelização de conhecimentos, Modelo cK Φ , Concepção, Procedimentos de resolução, Simetria de reflexão.

SIMETRIA DE REFLEXÃO: CONTEXTO DA PESQUISA

A escolha da simetria de reflexão como noção matemática foi motivada, em primeiro lugar, pelo papel importante que a geometria ocupa nos estudos de modelização de conhecimentos do aluno, em particular, na França, onde foi realizada a pesquisa. Em segundo, as transformações têm um lugar privilegiado no ensino secundário naquele país. Conforme as orientações encontradas nos programas escolares em vigor⁴, o aluno deve começar a estudar as primeiras noções de simetria de reflexão⁵ a partir do segundo ciclo da escola primária⁶. A aprendizagem das transformações deve evoluir de maneira tal que, no fim do ensino secundário, ele seja capaz de reconhecer a transformação de uma figura por uma simetria, uma translação, uma rotação ou uma composição dessas transformações.

Outra motivação dessa escolha é certa homogeneidade encontrada nos resultados das pesquisas anteriores com relação às concepções dos alunos sobre a simetria de reflexão. De fato, as concepções dos alunos foram amplamente estudadas nas pesquisas; os resultados obtidos se caracterizam como um dos pontos de partida para a realização da modelização. Dentre os estudos realizados destacamos Hart (1981) na Inglaterra; Grenier & Laborde (1987), Grenier (1988), Tahri (1993) e Miyakawa (2005), na França.

Como exemplo de concepção identificada pelas pes-

quisas, citamos a *concepção paralelismo*. Segundo esta, os alunos constroem a imagem de um segmento com relação a um eixo de simetria dado, paralelo a este segmento, independentemente da orientação do eixo na folha de papel. Uma explicação dos pesquisadores para esse comportamento do aluno é o amplo domínio de validade desta concepção. Com efeito, a mobilização desta mesma concepção pode conduzir o aluno a dar uma resposta correta, dependendo dos valores das variáveis do problema proposto.

No Brasil, o ensino das transformações geométricas, em particular da simetria de reflexão, ainda se constitui em um domínio de preocupações relativamente novas, tendo sido impulsionado a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL 1997, 1998). Ressaltamos, porém, que várias pesquisas vêm sendo desenvolvidas neste domínio. Entre elas, podemos citar as pesquisas de Araújo & Gitirana (2002, 2000) e Lima et al. (1999). Os resultados das pesquisas respondem a várias questões abertas sobre as dificuldades dos alunos em relação a esta noção. No entanto, ainda se faz necessário aprofundar estes estudos, principalmente sobre os conhecimentos que os alunos mobilizam quando resolvem problemas envolvendo a simetria e os procedimentos que utilizam na resolução destes problemas.

¹ Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Centro Acadêmico do Agreste – CAA.

² Esta pesquisa foi desenvolvida no Laboratório Leibniz – IMAG, em Grenoble, na França, no quadro da tese de doutoramento de Iranete Lima (LIMA, 2006) e financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.

³ O texto completo pode ser acessado no seguinte endereço: <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00208015/fr/>.

⁴ Programa em vigor na época do desenvolvimento da pesquisa: *Programmes Scolaires* (1996).

⁵ Symétrie orthogonale.

⁶ Este ciclo de ensino compreende a Educação Infantil e os dois primeiros anos do Ensino Fundamental, no sistema de ensino brasileiro.

MODELO CK ϕ E QUESTÕES DE PESQUISA

Para realizar a modelização de conhecimentos do aluno, utilizamos o Modelo cK ϕ "Concepção, Conhecimento e Conceito", desenvolvido por Balacheff (1995). Nesse modelo, uma concepção é definida como uma estrutura mental atribuída a um sujeito por um observador do seu comportamento, e a aprendizagem é a passagem de uma concepção a outra. Na formalização proposta pelo modelo, uma concepção C é caracterizada pelo quádruplo (P, R, L, Σ), em que P é um conjunto de problemas sobre o qual a concepção C é operatória, R é um conjunto de operadores que permitem o tratamento do problema, L é um sistema de representação que permite a expressão dos problemas (P) e dos operadores (R) e Σ é uma estrutura de controle que assegura a não-contradição da concepção. Esta estrutura permite atestar a legitimidade e a validade de uma ação do sujeito.

O modelo cK ϕ pressupõe que um sujeito, diante de um problema a resolver, pode dispor de várias concepções sobre uma mesma noção e mobilizar uma ou outra em função do problema proposto. Estas concepções podem ser incompletas, errôneas ou, ainda, local ou globalmente verdadeiras, tendo em vista que cada uma delas tem um domínio de validade. Balacheff (ibid.) destaca o paradoxo da coabitação em um mesmo sujeito, observado em diferentes situações, de conhecimentos contraditórios. Para ele, a ação racional de um sujeito resolvendo um problema é localmente coerente. Assim, não há transferência natural de um conhecimento por ele mobilizado, de uma situação para outra, por mais evidente que pareça o isomorfismo dessas situações aos olhos de um observador. Dessa forma, uma concepção C é legítima numa esfera da prática, mas existem problemas que podem revelar sua falsidade ou seus limites e problemas que permitem, melhor que outros, reforçá-la ou desestabilizá-la.

No processo experimental, estudamos, em particular, as concepções de alunos de classes equivalentes ao oitavo ano do Ensino Fundamental, como também os procedimentos que esses alunos utilizam para resolver problemas de identificação e de construção da imagem de figuras por simetria de reflexão. Porém, antes desta etapa, realizamos o estudo teórico que subsidiou a modelização.

Apoiada sobre a formalização proposta pelo modelo cK ϕ , fizemos a escolha de entrar na modelização de conhecimentos a partir das estruturas de controle (Σ) de concepções sobre a simetria de reflexão. Considerando o caráter *a priori* do estudo, essa escolha foi baseada na hipótese de que, dentre os elementos de uma concepção, estas estruturas têm um papel de destaque no estudo de comportamentos dos sujeitos, tendo em vista que explicitam o seu funcionamento na condução da ação por eles realizada (GAUDIN, 2005). Dessa escolha, originaram-se algumas questões de pesquisa, dentre as quais citamos as seguintes:

- Como caracterizar o conjunto de controles de concepções suscetíveis de serem mobilizadas por um aluno na resolução de um problema relativo à simetria de reflexão?
- Que procedimentos os alunos utilizam para resolver determinados tipos de problemas de simetria de reflexão?

Em seguida, apresentamos em linhas gerais o estudo teórico realizado.

ESTUDO TEÓRICO

Levando em consideração a característica *a priori* do estudo, optamos por *modelizar* conhecimentos de um aluno genérico.

Em um primeiro momento, delimitamos as classes de problemas de simetria de reflexão, as variáveis didáticas e os valores destas variáveis que foram considerados na modelização. Como exemplo destas variáveis e valores, citamos: *natureza da figura F* (geométrica usual ou não, simples, complexa); *especificidade da figura F* (possui segmentos paralelos ou não, possui eixos de simetria ou não); *orientação do eixo de simetria na folha de papel* (horizontal, vertical, oblíquo). Para tanto, tomamos como ponto de partida os resultados de pesquisas sobre a construção da imagem de um segmento por simetria de reflexão, as orientações dos programas oficiais em vigor na França e o resultado da análise de livros didáticos adotados nas escolas francesas.

Em um segundo momento, partindo da hipótese de que as estruturas de controle (Σ) explicitam os critérios responsáveis pela escolha, decisão, adequação e validade de uma ação do sujeito que resolve um problema (GAUDIN, 2005), realizamos estudos do ponto de vista matemático e didático das classes de problemas escolhidas, em função da análise dos livros didáticos.

Apresentamos, a seguir, alguns resultados das pesquisas levados em conta neste estudo e alguns aspectos da análise dos livros didáticos.

RESULTADOS DE PESQUISAS

Ancorada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), Grenier (1987, 1988) estudou amplamente as concepções de alunos do ensino secundário sobre a simetria de reflexão. Nesses estudos, identificou as concepções a partir dos procedimentos utilizados pelos alunos na resolução de problemas.

Um aspecto questionado pela pesquisadora concerne à transferência natural, ou não, de um conhecimento já mobilizado pelo aluno na resolução de outro problema. Na busca de respostas a esta questão, ela propôs aos alunos uma atividade de construção à mão livre de imagens de figuras formadas por segmentos (um ou dois) e de figuras constituídas de pontos isolados (um ou dois). A finalidade dessa atividade foi verificar se um aluno que constrói o simétrico de um ou de dois pontos isolados, com relação a um eixo de simetria dado, seria capaz de construir o simétrico de um segmento ou de uma figura formada por dois segmentos. Os resultados da pesquisa mostram que os alunos não tiveram dificuldades para construir a imagem de figuras formadas por pontos isolados, porém eles não reinvestiram esses conhecimentos para construir a imagem de figuras formadas por segmentos.

Os resultados desses estudos mostram também que a conservação da natureza do objeto (imagem de um ponto é um ponto e a imagem de um segmento é um segmento) é um conhecimento estável nos alunos, em revanche da conservação do comprimento dos segmentos que se revelou um conhecimento menos estável.

Tomando como referência os resultados das experimentações, Grenier & Laborde (1987) propuseram uma tipologia de procedimentos suscetíveis de serem mobilizados pelos

alunos na resolução de problemas de construção da imagem de uma figura por uma simetria de reflexão:

Direção ortogonal: a determinação de um ponto da figura-imagem se faz em função de uma direção ortogonal ao eixo de simetria;

Direção por prolongamento: esse procedimento dá por imagem de um ponto um ponto situado no prolongamento de uma direção materializada pela figura objeto;

“Direção horizontal” ou “direção vertical”: dão por ponto-imagem um ponto situado sobre uma mesma reta horizontal ou uma mesma reta vertical que o ponto objeto (GRENIER & LABORDE 1987, p. 71-72).

Nessa mesma direção, Tahri (1993) estudou as concepções dos alunos sobre a simetria de reflexão. Seu estudo comporta, por um lado, a elaboração de um estudo teórico de concepções dos alunos e, por outro, a elaboração de um dispositivo experimental para modelizar as decisões didáticas tomadas por professores no contexto de aprendizagem em um ambiente computacional. Para construir tanto o modelo teórico quanto o dispositivo experimental, apoiou-se fortemente sobre os resultados das pesquisas de Grenier e Laborde (ibid.). Assim, a atividade proposta aos alunos de uma classe equivalente ao sexto na do Ensino Fundamental consistiu na construção da imagem de um segmento por uma simetria de reflexão. Segundo a autora, a construção dessa imagem poderia se realizada por um dos três tipos de procedimentos seguintes:

Procedimento global: dizemos que o procedimento de construção da imagem do segmento é global se nesta imagem não intervêm outros objetos senão o segmento construído.

Procedimento semi-analítico: dizemos que o procedimento de construção da imagem do segmento é semi-analítico ou semiglobal se somente uma das extremidades do segmento é construída. O segmento em seguida é construído “globalmente” apoiando-se nesta extremidade;

Procedimento analítico: dizemos que o procedimento de construção da imagem do segmento é analítico se esta imagem é obtida depois da construção das duas extremidades. O aluno constrói a imagem da primeira extremidade, depois, da segunda extremidade e, em seguida, define o segmento imagem juntando estas duas extremidades. (TAHRI, 1993, p. 49-50).

Em função dos procedimentos de resolução que podem ser eventualmente utilizados pelos alunos, Tahri (ibid.) propôs uma classificação de concepções, dentre as quais citamos as seguintes:

Concepção simetria ortogonal (cf. Figura 1): a imagem do segmento é obtida por simetria ortogonal com relação ao eixo.

Concepção paralelismo (cf. Figura 2): o segmento e sua imagem são paralelos e de mesmo comprimento.

Concepção simetria central (cf. Figura 3): o segmento imagem é obtido por simetria central, seja no prolongamento do segmento objeto, seja paralelo e de sentido inverso (TAHRI, 1993, p. 68-69).

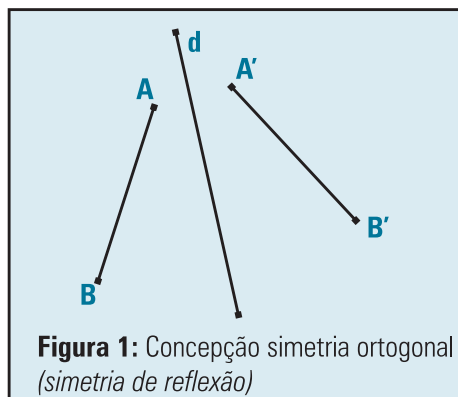


Figura 1: Concepção simetria ortogonal (simetria de reflexão)

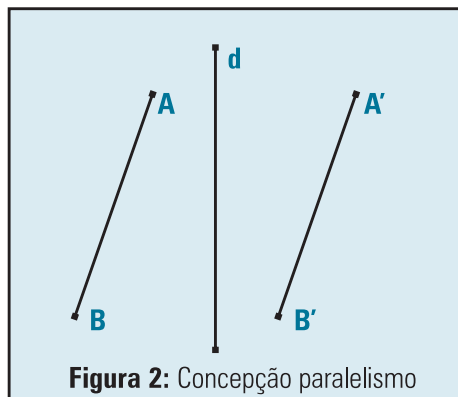


Figura 2: Concepção paralelismo

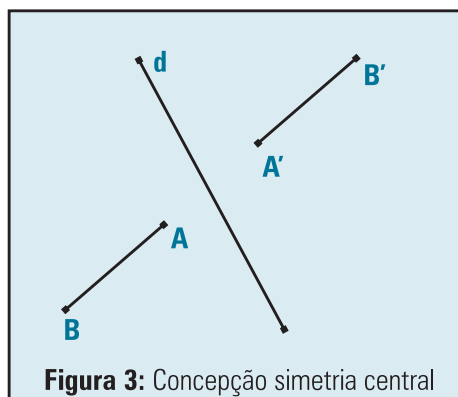


Figura 3: Concepção simetria central

Vale ressaltar que essa tipologia de procedimentos baseia-se apenas na direção da reta suporte dos pontos objeto e imagem, e a “distância” ao eixo de simetria é tratada como sendo implícita aos procedimentos de construção.

Os resultados do estudo experimental mostram que os alunos tiveram as mesmas dificuldades e mobilizaram as mesmas concepções (corretas, ou não, do ponto de vista da matemática) identificadas nas pesquisas precedentes, mesmo utilizando um ambiente computacional. Mostram também que a distância considerada pelos alunos é sempre sob a forma de uma “distância” ao longo de direções privilegiadas, como o prolongamento de um segmento, por exemplo. Outras vezes, essa “distância” é percebida globalmente como uma posição de equilíbrio entre as duas figuras (inicial e imagem) e o eixo de simetria.

Os resultados obtidos e a tipologia de procedimentos e de concepções acima apresentados se constituíram em elemen-

tos fundamentais para a realização da modelização no quadro do nosso estudo. Salientamos, porém, que estas pesquisas estudaram, em particular, as concepções dos alunos concernentes à construção da imagem de segmentos dados, com relação a um eixo de simetria. Dessa forma, as variáveis didáticas consideradas nestes estudos são intrínsecas a esta problemática. Na nossa pesquisa, além de trabalharmos com a construção da imagem de segmentos por simetria de reflexão, interessamos-nos também pelos problemas de identificação e de construção da imagem de figuras mais complexas (formadas por segmentos, polígonos, etc.). Uma vez trabalhando com estas figuras, questionamos-nos sobre as classes de problemas que devíamos considerar no estudo e sobre as variáveis didáticas e seus valores. A hipótese subjacente é que outras variáveis inerentes a estas figuras poderiam fazer emergir novos procedimentos de resolução no processo de modelização. Questionamo-nos também quanto à generalização (ou não) das concepções identificadas no contexto da construção do simétrico do segmento, para o caso das figuras complexas. Dessa forma, o estudo objetivou a aquisição de elementos de respostas a estes questionamentos.

A SIMETRIA DE REFLEXÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Esta etapa do estudo teve como objetivo compreender como a simetria de reflexão é introduzida nas classes de *sixième au collège*⁷. Assim, interessamo-nos particularmente pelas definições e propriedades tratadas no ensino, pelos métodos de construção ensinados, pelos tipos de problemas propostos, assim como pelas variáveis didáticas presentes nestes problemas.

Os resultados mostraram que, em consonância com os programas oficiais, todos os livros analisados introduzem a simetria de reflexão (como transformação de figuras) a partir de atividades preliminares, privilegiando a caracterização dessa noção por dobradura e sobreposição de figuras. Entretanto, na parte de sistematização, encontramos, em todas as obras, definições de *figuras simétricas* e de *simétrico de um ponto*. As definições mais adotadas nestas obras são:

Figuras simétricas: duas figuras simétricas com relação a uma reta se sobrepõem por dobradura ao longo desta reta.

Simétrico de um ponto: dois pontos distintos A e A' são simétricos com relação a uma reta d quando a reta d corta o segmento AA' perpendicularmente no seu ponto médio (LIMA, 2006, p. 56)

Com relação às propriedades, a *perpendicularidade* (ortogonalidade) e a *conservação de distâncias de pontos ao eixo* são abordadas na maioria das obras analisadas de forma implícita, pela construção de pontos simétricos e da mediatriz. Em contrapartida, as propriedades de *conservação* são abordadas explicitamente em todos os livros. São elas: *conservação de comprimento*, *conservação da medida dos ângulos*, *conservação do alinhamento dos pontos*, *conservação de dimensões*, *conservação das áreas e dos perímetros das figuras*. Vale salientar ainda que a propriedade de *invariância dos pontos*

do eixo pela simetria é abordada nesses livros didáticos. No entanto, a propriedade de *mudança da orientação dos ângulos* pela simetria de reflexão não é tratada explicitamente na maioria das obras analisadas.

Observou-se também que, independentemente da definição de simetria de reflexão adotada, a construção de um ponto simétrico é o primeiro método ensinado em todos os livros. Seguido pelos métodos de construção de um segmento, uma reta, um círculo, simétricos de eixos de simetria, da mediatriz de um segmento e da bissetriz de um ângulo. Estes métodos são geralmente ensinados através da utilização dos instrumentos de desenho (régua graduada, esquadros e compasso).

Os métodos de construção do simétrico de um ponto propostos nestas obras são os clássicos:

1) Construção do simétrico de um ponto utilizando o esquadro e o compasso: traçar a reta perpendicular ao eixo com a ajuda do esquadro e, depois, transferir a distância do ponto ao eixo do outro lado deste com o auxílio da régua graduada ou do compasso (cf. Figura 4). As propriedades subjacentes a este procedimento são *perpendicularidade* e *igualdade de distâncias ao eixo*.

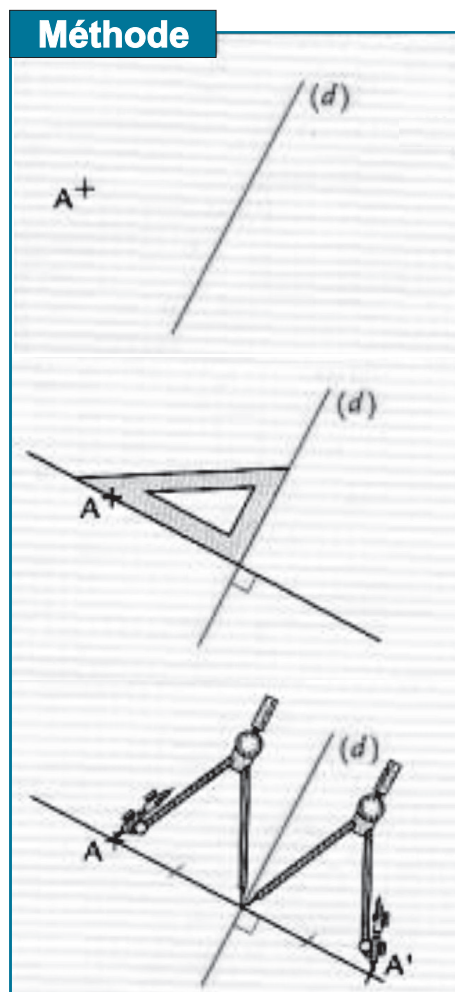


Figura 4. Construção do simétrico de um ponto com esquadro e compasso⁸

⁷ Série equivalente ao sexto ano do Ensino Fundamental. No sistema escolar francês, o ensino da simetria de reflexão é sistematizado nesta série. Analisamos seis obras adotadas frequentemente pelas escolas francesas nesta série.

⁸ MALAVAL, J. et al. Collection Transmath Math 6e, Ed. 2000, Paris : Nathan Coleção Transmath, 6e, 2000, p. 198.

2) Construção do simétrico de um ponto utilizando o compasso unicamente: este método de construção se apóia sobre a propriedade de *equidistância*.

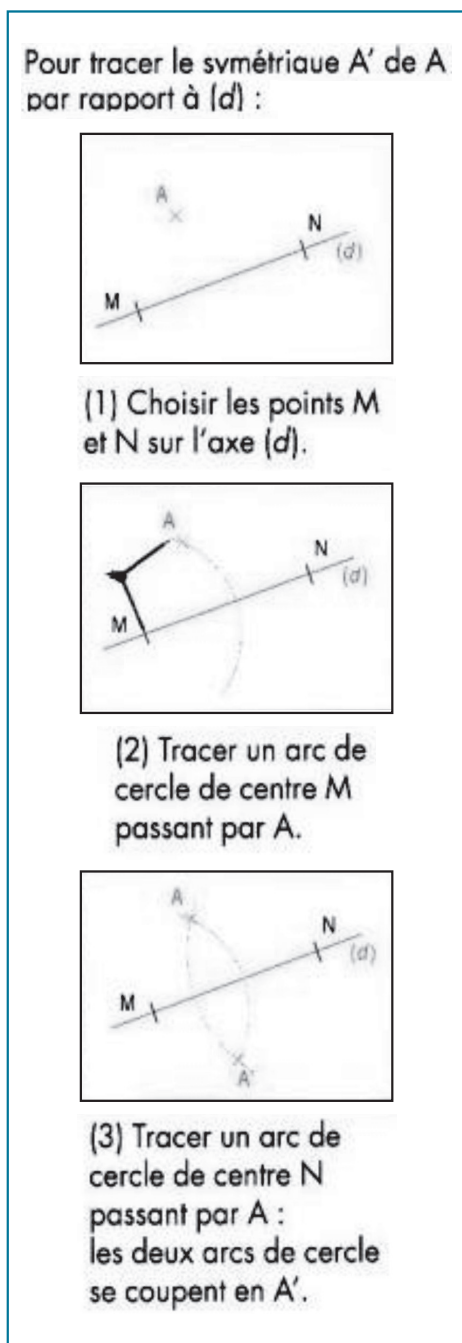


Figura 5. Construção do simétrico de um ponto com compasso⁹

Os métodos de construção de figuras simétricas (segmento, reta, círculo, triângulo) são comumente ensinados em todos os livros analisados. Isto se faz a partir da construção dos simétricos de pontos característicos da figura (extremidades de um segmento, vértices de um triângulo...) e se apoiando sobre as propriedades de conservação da simetria (alinhamen-

to, comprimento...), como mostra o exemplo a seguir:

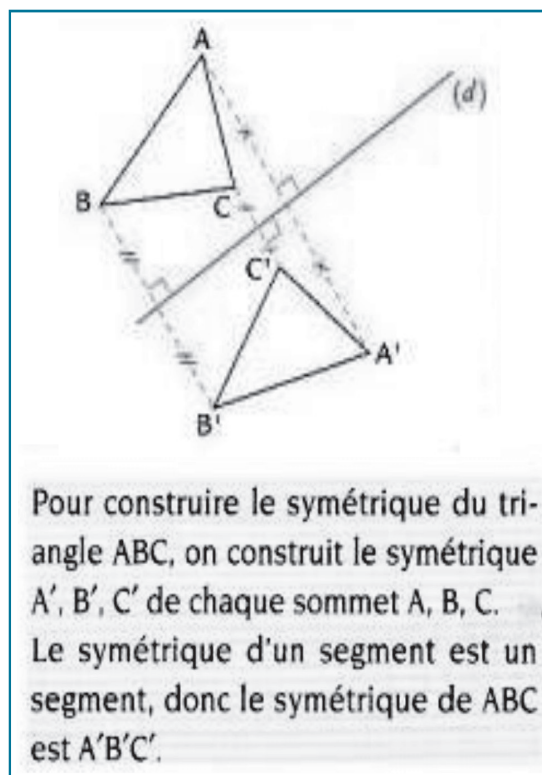


Figura 6. Construção do simétrico de um triângulo¹⁰

Com relação aos tipos de problemas propostos nesses livros, todos os autores adotam uma metodologia comum, possivelmente, no intuito de atender aos objetivos fixados no programa oficial. Assim, os problemas mais encontrados são dos tipos seguintes:

- Identificação de figuras simétricas com relação a uma reta r ;
- Identificação de eixos de simetria;
- Construção de figuras simétricas (à mão livre, sobre papel quadriculado, utilizando instrumentos de desenho);
- Construção de eixos de simetria (à mão livre, sobre papel quadriculado, utilizando instrumentos de desenho).

Os problemas de identificação e de construção de figuras simétricas são privilegiados com relação aos problemas de identificação e de construção de eixos de simetria. Esta subsidiou a delimitação das classes de problemas consideradas na modelização dos controles e na elaboração do dispositivo experimental.

OS CONTROLES (Σ)

Os resultados do estudo teórico do ponto de vista das pesquisas e do ensino se constituíram na principal ferramenta para a atribuição de critérios e de valores que podem ser considerados pelo aluno na resolução de problemas de construção de figuras simétricas. Os critérios e os valores atribuídos são os seguintes:

⁹ CHAPIRON, G. et al. *Collection Triangle mathématiques 6e*, 2e Édition, Paris : Hatier Triangle, 6e, 2000. p. 285. Tradução: para traçar o simétrico A' de A com relação à reta d : (1) Escolha os pontos M e N sobre o eixo d . (2) Trace um arco de círculo de centro M passando por A . (3) Trace um arco de círculo de centro N passando por A : os dois arcos de círculo se cortam em A' .

¹⁰ MALAVAL, J. et al. *Collection Transmath Math 6e*, Ed. 2000, Paris: Nathan Transmath, 6e, 2000, p. 199. Tradução: Para construir o simétrico do triângulo ABC , constrói-se o simétrico do A' , B' , C' de cada vértice A , B , C . O simétrico de um segmento é um segmento, então o simétrico de ABC é $A'B'C'$.

- **Direção:** ortogonal ao eixo de simetria, horizontal ou vertical (com relação à borda do papel), prolongamento (de um segmento), outra;
- **Distância ao eixo de simetria:** conservada, não conservada;
- **Tamanho da figura F:** conservado, não conservado;
- **Forma da figura F:** conservada, não conservada;
- **Posição da figura F com relação a F':** translação, trans-

lação seguida de um "retornamento" da figura, rotação, rotação seguida de um "retornamento" da figura, outra;

- **Sentido:** mesmo sentido, sentido inverso

Estes critérios e seus respectivos valores nos deram acesso a vários controles (corretos, ou não, do ponto de vista da Matemática) suscetíveis de serem mobilizados por um aluno genérico na resolução de problemas. Exemplos dos controles modelizados são os seguintes:

Critério	Valor	Controle
"direção"	Ortogonal ao eixo	$\Sigma_{\text{ortogonal}}$ (perpendicular): a figura (subfigura) simétrica de uma figura (subfigura) por simetria ortogonal é construída na direção ortogonal à reta d .
	Horizontal	$\Sigma_{\text{horizontal}}$: a imagem de uma figura (subfigura) por simetria ortogonal é construída na direção horizontal.
"distância ao eixo"	Conservada	Σ_{dist} : uma figura (subfigura) e sua simétrica estão à mesma "distância" do eixo de simetria.
"tamanho"	Conservado	Σ_{tamanho} : o simétrico de um segmento é um segmento de mesmo comprimento. $\Sigma_{\text{raio_circulo}}$: o simétrico de um círculo é um círculo de mesmo raio.
"forma"	Conservada	Σ_{forma} : uma figura e sua imagem por simetria ortogonal têm a mesma forma (em particular, o simétrico de um segmento é um segmento).
"posição"	Translação	$\Sigma_{\text{translação}}$: a imagem de uma figura F por simetria ortogonal é obtida pela translação de F numa direção escolhida.
	Outra	Σ_{outra} : a definir conforme o caso.

Tabela 1. Exemplos de critérios, valores e controles

Além dos controles associados aos critérios acima apresentados, os resultados do estudo teórico nos permitiram a identificação de outros, tais como:

- **Controle ligado à utilização da dobradura.** $\Sigma_{\text{dobradura_1}}$: uma figura e sua simétrica se sobrepõem por dobradura ao longo de um eixo de simetria;

- **Controle ligado à natureza da figura F'.** $\Sigma_{\text{natureza_de_F'}}$: o simétrico de uma figura é uma figura de mesma natureza;

- **Controles ligados à relação entre a Figura F e o eixo de simetria r.** $\Sigma_{\text{ponto_invariante}}$: o simétrico de um ponto sobre o eixo de simetria é ele mesmo. $\Sigma_{\text{semi_plan}}$: o simétrico de F está situado do outro lado do eixo de simetria.

Procedendo dessa maneira, modelizamos quase que exaustivamente os controles suscetíveis de serem mobilizados por um aluno genérico, do nível de ensino predefinido, na resolução de problemas de identificação e de construção da imagem de uma figura com relação a um eixo de simetria dado. O estudo dos procedimentos de resolução, que apresentamos a seguir, foi realizado com base nesses controles.

PROCEDIMENTOS DE CONSTRUÇÃO DE FIGURAS SIMÉTRICAS

A partir da tipologia de procedimentos proposta pelas pesquisas precedentes para o problema de construção da imagem de um segmento com relação a um eixo de simetria, e tendo em vista nosso objetivo de estudar figuras mais complexas,

adaptamos esta tipologia a essa categoria mais larga de problemas. Assim, caracterizamos os tipos de procedimentos da seguinte maneira:

Procedimentos globais: na construção da imagem não intervêm outros objetos senão a figura construída. A figura simétrica é construída seja perceptivelmente, à mão livre, por exemplo, seja com a ajuda de instrumentos tais como a dobradura ou papel de decalque.

Procedimentos semi-analíticos: um ou vários pontos-imagens são construídos levando-se em conta somente seus antecedentes e, em seguida, a figura é construída globalmente a partir desses pontos, mobilizando as propriedades de conservação da simetria ortogonal (medida de ângulos, de comprimento...).

Procedimentos analíticos: a imagem da figura F é obtida depois da construção dos simétricos de pontos característicos da figura F (vértices de polígonos, centros de círculos...). (LIMA, 2006, p. 86).

Como podemos constatar, esses procedimentos são inerentes aos problemas de construção de figuras simétricas. De fato, a antecipação da ação concreta que um aluno pode realizar na construção de uma figura simétrica nos permite descrever *a priori* os procedimentos suscetíveis de serem utilizados por este aluno. No entanto, para identificar a imagem de uma

figura entre figuras candidatas, o aluno não executa necessariamente ações concretas sobre ela e, conseqüentemente, muito raramente deixa indícios ou traços das ações realizadas no papel ou na tela do computador, por exemplo. Dessa forma, o caráter implícito da ação do aluno na resolução de problemas de *identificação de figuras simétricas com relação a uma reta* dificultou a descrição *a priori* dos procedimentos de resolução. Na modelização, buscando contemplar o maior número de casos possíveis, associamos os procedimentos *globais*, *semi-analíticos* e *analíticos* aos critérios e controles previamente identificados. Exemplo:

a) Construção de F' por dobradura: pode ser realizada ao longo da reta r ou segundo uma direção escolhida (paralela à borda do papel, por exemplo);

b) Construção de F' utilizando papel de decalque. Duas possibilidades se apresentam: a figura F e o eixo são decalcados ou somente a figura F é decalcada. Portanto, dois tipos de procedimentos são esperados: decalque da figura F e da reta r (neste caso, nós supomos que a reta r é representada por um segmento e que seja decalcado todo o segmento) e decalque da figura F somente. Vale ressaltar que cada um desses procedimentos dá origem a outros que podem estar relacionados à manipulação feita pelo aluno: retornar o papel ou rotacionar o papel, por exemplo.

Utilizamos a *modelização* de controles e de procedimentos de construção como ferramenta metodológica nos estudos experimentais realizados com os alunos e com os professores, com vistas a estudar as suas decisões didáticas. Apresentamos, assim, a produção de um aluno e como utilizamos essa ferramenta para analisá-la.

EXPERIMENTAÇÃO: UM EXEMPLO

Cinquenta e um alunos da série equivalente ao oitavo ano do Ensino Fundamental participaram da experimentação. Escolhemos os alunos desta série porque eles já haviam estudado a simetria de reflexão. Estes alunos resolveram, em uma situação cotidiana de sala de aula, dois problemas de identificação de figuras simétricas e dois problemas de construção da imagem de figuras por simetria de reflexão; pedimos-lhes que explicassem as respostas dadas. De posse das respostas, analisamos aspectos referentes às construções realizadas, às argumentações e aos procedimentos por eles utilizados.

Seguem, portanto, as respostas dadas por um desses alunos aos problemas de construção e, também, uma breve análise dessas respostas, em termos de controles e de procedimentos de resolução.

Problema-segmento: *Construa com os instrumentos de desenho o simétrico do segmento abaixo em relação ao eixo d . Explique sua resposta.*

Resposta do aluno

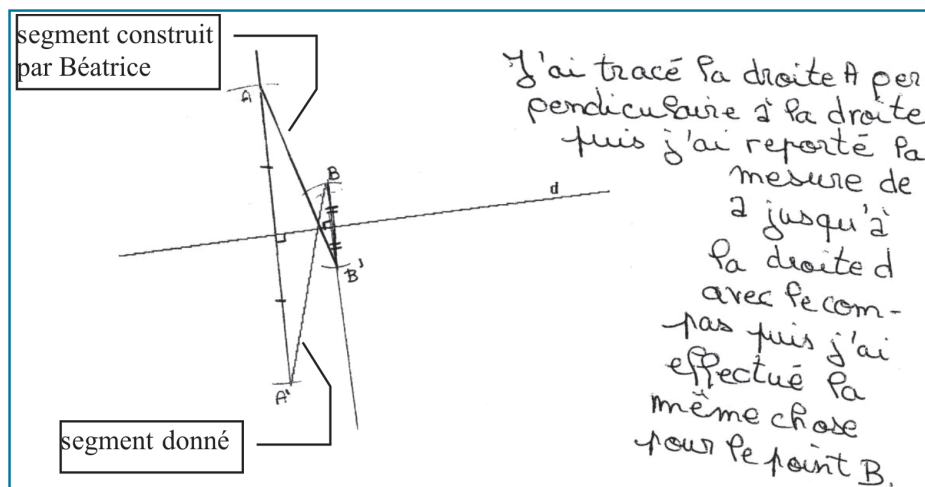


Figure 7. Resposta do aluno ao Problema-segmento¹¹

Tanto a construção do aluno quanto a sua explicação indicam que ele utilizou um procedimento do tipo *analítico*. Ele explicou que traçou “a reta A perpendicular à reta”. Analisando sua construção, observamos que a reta a qual ele se refere é a reta $\overline{AA'}$, cuja perpendicularidade à reta d é indicada na construção. Além disso, sinalizou a igualdade de distâncias das extremidades do segmento ao eixo de simetria, o que pode indicar a mobilização da propriedade de equidistância. Descrevemos, portanto, o procedimento analítico suscetível de ser utilizado da seguinte maneira:

1. Construir as retas perpendiculares à reta d passando pelas extremidades do segmento dado;
2. Construir os simétricos destas extremidades transferindo as distâncias ao eixo sobre essas perpendiculares;
3. Construir o simétrico do segmento a partir das extremidades construídas.

Vale salientar, ainda, que o aluno nomeou o segmento inicial como $\overline{BA'}$ e o segmento imagem como $\overline{AB'}$; os pontos A e B encontram-se, assim, no semiplano acima do eixo de simetria e os pontos A' e B' , no semiplano abaixo deste. Fazemos a hipótese de

¹¹ Tradução da resposta do aluno: “eu tracei a reta A perpendicular à reta, depois transferei a medida de a até a reta d com o compasso, depois efetuei a mesma coisa para o ponto B ”.

que ele construiu primeiro a figura simétrica sem nomear os pontos e, depois, no intuito de elaborar a explicação pedida no enunciado do problema, decidiu nomeá-los para facilitar a expressão da argumentação. Notemos que sua explicação mostra algumas dificuldades na utilização da linguagem matemática; por exemplo, ele chama de "reta A" a reta $\overline{AA'}$. Nesta análise, no entanto, não levamos em conta essas dificuldades. Considerando o procedimento analítico acima descrito, entendemos que os controles abaixo relacionados (cf. tabela 2) podem ter influenciado a resolução do problema:

Critérios	Valores	Controles
"direção"	Ortogonal ao eixo de simetria	$\Sigma_{\text{ortogonal}}$ (perpendicular): a figura (subfigura) simétrica de uma figura (subfigura) por simetria ortogonal é construída na direção ortogonal à reta d .
"distância ao eixo"	Distância ao eixo conservada	$\Sigma_{\text{distância}}$: uma figura (subfigura) e sua simétrica estão à mesma "distância" do eixo de simetria
Outro controle		Σ_{segmento} : Se as extremidades de um segmento são simétricas das extremidades de outro segmento, em relação a uma reta r , então esses dois segmentos são simétricos em relação a d .

Tabela 2. Problema-segmento: critérios, valores e controles identificados na produção do aluno

Compreendemos que, nesta resolução, os controles mobilizados são corretos do ponto de vista da Matemática. Dessa forma, o aluno tem uma concepção de simetria de reflexão que é caracterizada pela mobilização de controles de *perpendicularidade* e de *conservação da igualdade das distâncias* dos pontos da figura ao eixo de simetria.

Problema-casa: Construa com os instrumentos de desenho o simétrico da figura abaixo em relação ao eixo d . Explique sua construção.

Resposta do aluno

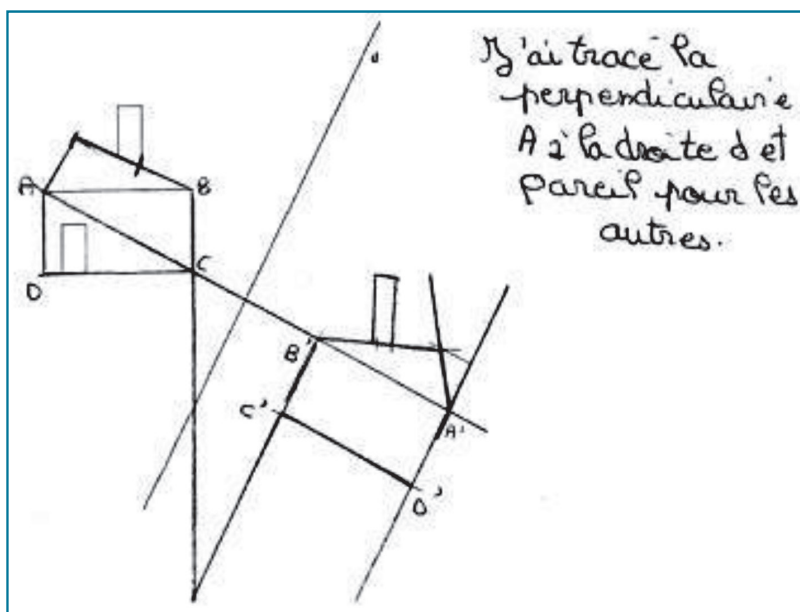


Figure 8. Resposta do aluno ao Problema-casa¹²

Consideramos que, para construir a figura-imagem (cf. Figura 8: à direita da reta d), o aluno utilizou um procedimento do tipo *semi-analítico* (parte da construção é analítica e parte é global). As razões desta hipótese são explicadas mais adiante. Interpretamos o procedimento utilizado pelo aluno nesta construção da seguinte maneira:

- 1) Construir a reta perpendicular à reta d , passando pelo vértice nomeado pelo aluno ponto A sobre a figura e construir o simétrico desse ponto (A') sobre esta reta, conservando a distância à reta d .
- 2) A partir do ponto A' , e considerando a direção dada pela reta $\overline{AA'}$, construir globalmente a figura, conservando os comprimentos dos segmentos, a forma da figura inicial e invertendo a orientação dos ângulos.

Observamos que, nesta construção, o aluno não utilizou marcas para indicar a perpendicularidade entre as retas ou a igualdade de distâncias sobre a figura, como o fez no Problema-segmento. Porém, considerando a explicação "eu tracei a perpendicular A à reta d ", interpretamos que a reta $\overline{AA'}$ é perpendicular à reta d . Nossa hipótese é a de que, para construir o ponto A' , ele empregou

¹² Tradução da resposta do aluno: "eu tracei a perpendicular A à reta d e o mesmo para os outros".

o mesmo procedimento utilizado para construir as extremidades do segmento no problema anterior (cf. figura 7), um procedimento do tipo analítico. Nessa perspectiva, a direção escolhida para construir o ponto A' pode ser entendida como sendo *perpendicular ao eixo de simetria*. Em seguida, a figura-imagem foi construída globalmente. Esta hipótese se apóia no fato de que os vértices B', C' e D' da figura-imagem não correspondem aos simétricos dos pontos B, C e D, respectivamente.

Consideramos que os controles ligados aos critérios de *direção* e de *conservação de distâncias ao eixo de simetria* foram exercidos na construção de A', simétrico de A. Em seguida, a escolha do "lugar" na folha de papel para construir a imagem da figura, com relação à figura inicial, é definida em função da direção dada pela reta $\overline{AA'}$. Nesse momento da resolução do problema, entram em jogo outros controles como aqueles ligados ao critério *sentido* para definir, por exemplo, onde construir a chaminé da casa. Vale salientar que a especificidade da *figura-casa* (não possui eixo de simetria) colocou em evidência, com certa facilidade, que o aluno considerou na sua construção a mudança da orientação dos ângulos pela simetria de reflexão.

Continuando a análise da produção do aluno, na perspectiva acima apresentada, concluímos que os controles que podem ter influenciado sua construção são os seguintes:

Critérios	Valores	Controles
"direção"	Ortogonal ao eixo de simetria	$\Sigma_{ortogonal}$: A figura (subfigura) simétrica de outra figura (subfigura) por simetria ortogonal é construída na direção ortogonal à d.
"distância ao eixo"	Distância dos pontos ao eixo, conservada: pontual na construção do ponto A'; global na construção da figura completa	$\Sigma_{distância}$: Uma figura (subfigura) e seu simétrico estão à mesma "distância" do eixo de simetria.
"tamanho"	Conservado	$\Sigma_{tamanho_1}$: O simétrico de um segmento é um segmento de mesmo comprimento.
"forma"	Conservada	Σ_{forma} : Uma figura e sua imagem por simetria ortogonal têm a mesma forma (em particular, o simétrico de um segmento é um segmento).
"posição"	Outra	$\Sigma_{posição_outra}$: A imagem da figura é construída em função de uma direção previamente definida.
"sentido"	Sentido inverso	$\Sigma_{sentido_inverso}$: uma figura e seu simétrico têm seus sentidos inversos.

Tabela 3. Problema-casa: critérios, valores e controles identificados na produção do aluno

A evidência de que o aluno construiu corretamente o simétrico de um ponto da figura-casa mostra que ele reinvestiu os conhecimentos utilizados na construção do simétrico do segmento (Problema-segmento). No entanto, estes conhecimentos não foram reinvestidos na construção dos demais pontos da figura-imagem. Para construí-los, o aluno muda de procedimento de construção, passando de um *procedimento analítico* correto para um *procedimento semi-analítico* incorreto. Considerando que, na construção da imagem do segmento (cf. Problema-segmento), esta mudança não ocorreu, pensamos que a complexidade da *figura-casa* pode ter interferido de forma relevante na decisão do aluno. Em outros termos, o fato de a figura ser composta por várias subfiguras e possuir diversos vértices pode ter levado o aluno a mudar de procedimento com o objetivo de simplificar a construção, porque o procedimento analítico é mais longo e mais difícil de ser executado.

Assim, concluímos que as construções realizadas pelo aluno indicam que ele conhece as propriedades de *igualdade das distâncias* dos pontos ao eixo e de *perpendicularidade* da simetria de reflexão e as utiliza para construir o simétrico de um ponto ou de um segmento. No entanto, quando se tratou de uma figura complexa, ele recorreu a um procedimento do tipo *semi-analítico* e construiu a figura imagem tendo o cuidado de conservar o tamanho e a forma da figura inicial e de inverter a orientação dos ângulos.

Esta análise levanta algumas questões concernentes às razões que levaram o aluno a abandonar os controles corretos (do ponto de vista da Matemática) e adotar outros ligados à percepção global da figura inicial. Ao menos duas hipóteses podem ser cogitadas: ou se trata da evolução de uma concepção a outra ou da coabitação de duas concepções no mesmo aluno. Estas hipóteses não foram testadas neste estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste artigo, apresentamos de forma sucinta a pesquisa realizada sobre a modelização de conhecimentos de alunos da Educação Básica sobre a simetria de reflexão e de como tal modelo foi construído. Para isso, utilizamos a formalização proposta pelo modelo cKc (BALACHEFF, 1995), privilegiando a entrada nesta modelização através das estruturas de controle (Σ) de concepções sus-

cetíveis de serem mobilizadas por um aluno na resolução de problemas. O estudo teórico, realizado a priori, foi apresentado segundo a ótica de pesquisas realizadas sobre a simetria e das abordagens escolhidas por livros didáticos adotados na escola francesa, país onde foi desenvolvida a pesquisa. Este estudo permitiu a identificação de controles, no sentido atribuído por Balacheff (ibid.), e de procedimentos de resolução que podem ser utilizados pelos alunos na resolução de problemas de identificação e de construção de imagens de figuras por simetria de reflexão. Em seguida, apresentamos a experimentação realizada com alunos de classes equivalentes ao oitavo ano do Ensino Fundamental através do estudo da produção de um aluno.

O estudo experimental confirmou os resultados de outras pesquisas concernentes à influência de certas variáveis didáticas na resolução dos problemas de construção de imagens de figuras por simetria. Por exemplo, quando os segmentos dados têm *orientação vertical e horizontal* na folha de papel, vários alunos escolheram a *direção horizontal* ou a direção dada pelo *prolongamento* de um segmento da figura na construção da imagem. Observamos na produção de alguns alunos que as variáveis dos problemas favoreceram a mobilização de controles diferentes. É o caso, por exemplo, da produção acima apresentada (cf. seção 4) em que a natureza da figura (simples ou complexa) parece ter levado o aluno a mudar de controles e, conseqüentemente, de procedimento de construção.

Com relação aos procedimentos de construção utilizados pelos alunos na experimentação, os resultados mostram que eles privilegiavam os procedimentos do tipo *analítico* (corretos ou não) para construir as imagens de figuras por simetria de reflexão. Fizemos a hipótese de que os instrumentos de desenho (régua graduada, esquadro, compasso...) colocados à disposição podem ter contribuído para esse resultado. Os procedimentos do tipo *semi-analítico* foram mais utilizados na construção da imagem de figuras complexas, em contrapartida da construção da imagem de segmentos. Nossa hipótese é a de que os alunos recorreram a estes procedimentos buscando apoio sobre os elementos da figura, para em seguida construir sua imagem com base na percepção global. Eles se apoiaram, então, espontaneamente sobre as propriedades de conservação dos comprimentos dos segmentos e das medidas dos ângulos pela simetria.

Além disso, os resultados do estudo mostraram a pertinência e a eficácia da formalização de controles que realizamos com o objetivo de modelizar os conhecimentos de alunos sobre a simetria de reflexão. Com efeito, em certos casos nos quais as respostas dos alunos pareciam confusas ou até mesmo contraditórias, graças à análise em termos de controles, pudemos reconstituir um raciocínio coerente do sujeito na resolução dos problemas. Pensamos assim ter colocado em evidência o interesse didático de estudar a atividade do aluno em termos de estruturas de controle.

Referências Bibliográficas

- ARAÚJO, A. J. & GITIRANA GOMES-FERREIRA, V. Simetria de Rotação: uma seqüência didática com o Cabri-géomètre. In: **23a. ANPED - Reunião Nacional de Pesquisadores em Educação**, Caxambu, 2000. pp. 1-16.
- BALACHEFF, N. & MARGOLINAS, C. *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques*. In Mercier A. & Margolinas C. (Ed.), **Balises en Didactiques des Mathématiques**, pp. 75 – 106. Grenoble : La Pensée Sauvage – Éditions, 2005.
- BALACHEFF, N. Conception, connaissance et concept. In: Denise Grenier (ed.) **Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques** (pp.219-244). Grenoble: IMAG, 1995.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, ensino de quinta a oitava séries**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de primeira a quarta séries**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- GAUDIN, N. **Place de la validation dans la conceptualisation, le cas du concept de fonction**. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2005.
- GRENIER, D. **Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième**. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble, França, 1988.
- GRENIER, D. & LABORDE, Transformations géométriques: le cas de la symétrie orthogonale. In **Didactique et acquisition des connaissances scientifiques. Actes du Colloque de Sèvres**. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, 1997.
- HART, K. **Children's understanding of mathematics**: Alden Press, Oxford, London, 1981. Pp.11-16.
- LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs : étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale**. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2006.
- LIMA, P. F.; GITIRANA G. F. V. & SIQUEIRA, J. E. O conceito de simetria de reflexão no Ensino Fundamental. In: **EPEM - Encontro Pernambucano de Educação Matemática**, Recife: Anais do IV EPEM, 1999.
- MIYAKAWA, T. **Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de la notion de symétrie orthogonale**. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2005.
- TAHRI, S. **Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse des décisions didactiques**. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble, França, 1993.
- VERGNAUD, G. La Théorie des Champs Conceptuels. In : **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Vol. 10, n°2.3, 1990. p. 133-170.

REGIONAIS DA SBEM

DIRETORIA REGIONAL DO ACRE

Diretor Regional: Regina Célia da Costa Amaral
Endereço: Rua Hugo Carneiro, 518 aptº 201
Rio Branco - AC
Cep: 69.908-250
Telefone: (68) 2236706
E-mail: reginaccamaral@hotmail.com

DIRETORIA REGIONAL DE ALAGOAS

Diretor regional: Lúcia Cristina Silveira Monteiro
E-mail: lucia.csmonteiro@uol.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO AMAZONAS

Diretor regional: Maria Auxiliadora Bento Moreira
Endereço: Rua Rio Javari, 278 - conj. Abílio Nery
Adrianópolis - Manaus - AM
Cep: 69.057-510
Telefone: (92) 648 0695
E-mail: dora@fucapi.br

DIRETORIA REGIONAL DA BAHIA

Diretor regional: Irene Maurício Cazorba
E-mail: icazorba@uol.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO CEARÁ

Diretor regional: Maria Gilvanise de O. Pontes
Endereço: Av. Dr. Alfredo Weyne, 55 ap. 1102C
Bairro de Fátima - Fortaleza - CE
Cep: 60.415-520
Telefone: (85) 256 8057 Fax: 256 0419
E-mail: gil@fortalnet.com.br - ced@uece.br

DIRETORIA REGIONAL DO DISTRITO FEDERAL

Diretor regional: Nilza Elgenheer Bertoni
Endereço: Departamento de Matemática da UnB
Laboratório de Ensino 2 ICC Centro
Campus Universitário - PP - Brasília - DF
Cep: 70.910-000
Telefone: (61) 3273 3356 Ramal: 225
E-mail: nilzab@conectanet.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO ESPÍRITO SANTO

Diretor regional: Sandra Aparecida Fraga da Silva
E-mail: sandra-fraga7@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE GOIÁS

Diretor regional: Adolfo Mendes
E-mail: adolfomendes@brturbo.com.br - sbem_goiás@hotmail.com

DIRETORIA REGIONAL DE MINAS GERAIS

Diretor regional: Frederico da Silva Reis
Endereço: Universidade de Ouro Preto - UFOP
Telefone: (31) 8803 2288
E-mail: fredsilvareis@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO MATO GROSSO

Diretor regional: Josimar de Souza
Telefone: (65) 3221 0107 / 3223 6365
E-mail: josimar_souza@bol.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO

MATO GROSSO DO SUL

Diretor Regional: Silvia Regina Vieira da Silva
E-mail: silviavieira_2004@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DA PARAÍBA

Diretor regional: Izabel Maria de A. Barbosa
Endereço: Universidade Federal da Paraíba
Telefone: z (83) 8802 8272
E-mail: izabel@dme.ufcg.edu.br

DIRETORIA REGIONAL DO PARÁ

Diretor regional: Mario José de O. Thomaz Neto
E-mail: sbempara@sbempara.mat.br
Página: <http://www.sbempara.mat.br>

DIRETORIA REGIONAL DO PARANÁ

Diretor regional: Dionísio Burak
E-mail: sbempr@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE PERNAMBUCO

Diretor regional: José Carlos Alves de Souza
Telefone: (81) 9643 8530 Fax: (81) 3272 7563
E-mail: jcaledesouza@ig.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO RIO DE JANEIRO

Diretor regional: Monica Cerbella F. Mandarinó
Endereço: Rua Piraúba, s/n - São Cristóvão
Colégio Pedro II - Unidade São Cristóvão III
Cep: 20.940 - 250
Endereço para correspondência: Campo de São
Cristóvão, 398 - Caixa Postal 23.006
São Cristóvão - Rio de Janeiro - RJ
Cep: 20.921-970
Telefone: (21) 3891 1000 - ramal 1704
E-mail: sbem@sbemrj.com.br...
Página Web: www.sbemrj.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO

RIO GRANDE DO NORTE

Diretor regional: Maria Marques Garcia
E-mail: mmgarcia@click21.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO

RIO GRANDE DO SUL

Diretor regional: Claudia Groenwald
E-mail: claudiag@ulbra.br - sbem.rs@terra.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE RONDÔNIA

Diretor regional: Marlos Gomes de Albuquerque
Endereço: Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Campus de Ji Paraná.
Rua Rio Amazonas, 351 Bairro Jd. dos Migrantes
Ji Paraná - RO
Cep: 78.960-000
Telefone: (69) 421 3595 Rmal: 29
E-mail: sbem-ro@unir.br
Página web: www.unir.br/~unirjiparana

DIRETORIA REGIONAL DE STª. CATARINA

Diretor regional: Neri Terezinha Both Carvalho
Endereço: Departamento de Matemática -
Campus Universitário
Trindade - Florianópolis - SC
Cep: 88.040-900
Telefone: (48)331 9221 Fax: 331 9221 R: 4208
E-mail: neri@mtm.ufsc.br

DIRETORIA REGIONAL DE SÃO PAULO

Diretor Regional: Nelson Antonio Pirola
E-mail: sbem@sbempaulista.org.br

DIRETORIA REGIONAL DE SERGIPE

Diretor regional: Eva Maria Siqueira Alves
E-mail: evasa@uol.com.br - evas@ufs.br

DIRETORIA REGIONAL DO TOCANTINS

Diretor regional: Willian Vieira de Oliveira
Endereço: Qd. 108 Sul Al. 14, nº 71 Centro
Palma - TO



SOCIEDADE
BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Sala 108, Departamento de Matemática UFPE
Av. Prof. Luiz Freire, s/nº - Cidade Universitária
CEP.: 50740 - 540 - Recife/ PE